Решение уравнений.

Разбор заданий №7 ЕГЭ по математике (базовый уровень)

Попкова В.Ю.
учитель математики
МБОУ СОШ №26

Квадратные уравнения

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где ***a***, ***b***, ***c*** – числа (коэффициенты), $a \neq 0$,

x – переменная.

1)Найдите корень уравнения $x^2 + 12 = 7x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

- Решение:

$x^2 + 12 = 7x$

$x^2 – 7x + 12 = 0$

По т. Виета

$x_1 \cdot x_2 = 12$

$x_1 + x_2 = 7$

$x_1 = 3, x_2 = 4.$

Ответ: x=3.

2) Решите уравнение $x^2 – 4 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите больший из них.

- Решение:

$x^2 – 4 = 0$

$(x - 2)(x + 2) = 0$

$x – 2 = 0$ или $x + 2 = 0$

$x = 2$ $\qquad$ $x = -2$

Ответ: 2.

3) Решите уравнение **$12x^2$+17x-14=0**. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите меньший из них.

- Решение:
- $12x^2 + 17x - 14 = 0$
- D = $b^2 - 4ac = 17^2 - 4 \times 12 \times (-14) = 961 = 31^2$
- $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
- $x_1 = \frac{-17+31}{2\times 12} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$
- $x_2 = \frac{-17-31}{2\times 12} = -\frac{48}{24} = -2$
- Ответ: -2.

Иррациональные уравнения

- Уравнение, в котором переменная содержится под знаком квадратного корня называется **иррациональным уравнением.**
- Метод возведения в квадрат обеих частей уравнения – основной метод решения иррациональных уравнений.

4) Найдите корень уравнения $\sqrt{32-7x}=5.$

- Решение:
- $\sqrt{32-7x}=5$
- Возведем обе части уравнения в квадрат
- $32-7x=25$
- $-7x=25-32$
- $-7x=-7$
- $x=1$

Ответ: 1.

5)Найдите корень уравнения $\sqrt{8-7x}=x.$

- Решение:
- $\sqrt{8-7x}=x <=> \begin{cases} 8-7x=x^2 \\ x\geq 0 \end{cases} <=> \begin{cases} x^2+7x-8=0 \\ x\geq 0 \end{cases}$

По теореме Виета:

$x_1 \cdot x_2 = -8$

$x_1 + x_2 = -7$

$x_1 = -8,\ x_2 = 1$

$\begin{cases} x_1=-8,\ x_2=1 \\ x\geq 0 \end{cases} => x=1.$

Ответ: 1.

6) Найдите корень уравнения $\sqrt{-72-17x}=-x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

- Решение: возведем в квадрат

$$\sqrt{-72-17x}=-x \Leftrightarrow \begin{cases} -72-17x=x^2 \\ -x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2+17x+72=0 \\ x \le 0 \end{cases}$$

$$x^2+17x+72=0$$

По теореме Виета

$x_1 \cdot x_2=72$

$x_1+x_2=-17$

$x_1=-8,\ x_2=-9$

$$\begin{cases} x_1 = -8,\ x_2 = -9 \\ x \le 0 \end{cases}$$

Ответ: -9.

Показательные уравнения

- Показательными уравнениями называют уравнения вида $a^{f(x)}=a^{g(x)}$, где $a>0$, $a \neq 1$.
- Показательное уравнение $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ (где $a>0$, $a \neq 1$) *равносильно уравнению* $f(x) = g(x)$

$$a^{f(x)}=a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

7) Найдите корень уравнения $3^{x-3} = 81$

- **Решение:**
- $3^{x-3} = 81$
- $3^{x-3} = 3^4$
- $x - 3 = 4$
- $x = 7$

Ответ: 7.

8) Найдите корень уравнения $5^{x-7} = \frac{1}{125}$.

- **Решение:**
- $5^{x-7} = \frac{1}{125}$
- $5^{x-7} = 5^{-3}$
- $x - 7 = -3$
- $x = 7 - 3$
- $x = 4$

Ответ: 4.

9) Решите уравнение $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$

- **Решение:**
- $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$
- $\frac{2^{3+x}}{5^{3+x}} = 0,4$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^{3+x} = \left(\frac{2}{5}\right)^{1}$
- $3 + x = 1$
- $X = 1 - 3$
- $X = -2$

<u>Ответ: -2.</u>

10) Решите уравнение $3^{x^2-4,5} \times \sqrt{3} = \frac{1}{27}$

- Решение:
- $3^{x^2-4,5} \times \sqrt{3} = \frac{1}{27}$
- $3^{x^2-4,5} \times 3^{\frac{1}{2}} = (3)^{-3}$
- $x^2 - 4,5 + \frac{1}{2} = -3$
- $x^2 - 4 = -3$
- $x^2 = 1$
- $x = \pm 1.$

Ответ: $\pm 1.$

Логарифмические уравнения

- Логарифмическими уравнениями называют уравнения вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, где а – положительное число, отличное от 1, и уравнения, сводящиеся к этому виду.
- Если f(x)>0 и g(x)>0, то логарифмическое уравнение

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$, где а>0, а≠1

11) Найдите корень уравнения $\log_2(x-3)=6$

- Решение:
- $\log_2(x-3)=6$
- ОДЗ: $x - 3 > 0 <=> x > 3$
- $x - 3 = 2^6$
- $x - 3 = 64$
- $x = 67.$

<u>Ответ: 67.</u>

12) Решите уравнение $\log_3(x^2-3x-5)=\log_3(7-2x)$

- Решение:
- $\log_3(x^2-3x-5)=\log_3(7-2x)$
- ОДЗ: $\begin{cases} x^2-3x-5>0 \\ 7-2x>0 \end{cases}$
- $x^2-3x-5=7-2x$
- $x^2-3x-5-7+2x=0$
- $x^2-x-12=0$

По теореме Виета

$$x_1\cdot x_2=-12$$

$$x_1+x_2=1$$

$x_1 = 4, x_2 = -3$

Проверка:

проверим найденные корни

ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 3x - 5 > 0 \\ 7 - 2x > 0 \end{cases}$

- 1) $x = 4$
- $\begin{cases} 4^2 - 3 \times 4 - 5 > 0 \\ 7 - 2 \times 4 > 0 \end{cases}$ получили: $-1 > 0$ $-$ **неверно** $=> x = 4$ $-$ **посторонний корень**

2) $x = -3$ удовлетворяет данной системе неравенств.

Ответ: - 3.

13) Решите уравнение $\mathbf{\log_x(2x^2 + x - 2) = 3}$.

- Решение:
- $\log_x(2x^2 + x - 2) = 3$
- ОДЗ: $\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ 2x^2 + x - 2 > 0 \end{cases}$
- $x^3 = 2x^2 + x - 2$
- $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$
- $(x^3 - 2x^2) - (x - 2) = 0$
- $(x - 2)(x^2 - 1) = 0$
- $x = 2, x = \pm 1$

- 1) $x = \pm 1$ не удовлетворяет условиям ОДЗ
- 2) проверим $x = 2$
- $2 \times 2^2 + 2 - 2 > 0$ – верно

<u>Ответ: $x = 2$.</u>

14) Решите уравнение $\log_2(x+4)+\log_2(2x+3)=\log_2(1-2x)$

- Решение:
- $\log_2(x+4)+\log_2(2x+3)=\log_2(1-2x)$
- ОДЗ: $\begin{cases} x+4>0 \\ 2x+3>0 \\ 1-2x>0 \end{cases} \Rightarrow 0{,}5<x<1{,}5$
- $\log_2(x+4)+\log_2(2x+3)=\log_2(x+4)(2x+3)$
- $\log_2(x+4)(2x+3)=\log_2(1-2x)$
- $(x+4)(2x+3)=1-2x$

- $2x^2 + 3x + 8x + 12 - 1 + 2x = 0$
- $2x^2 + 13x + 11 = 0$
- $D = b^2 - 4ac = 13^2 - 4 \times 2 \times 11 = 169 - 88 = 81 = 9^2$
- $x = \frac{-13 \pm 9}{4} = -1; -5,5$
- $x = -1$ удовлетворяет условию ОДЗ : $1,5 < x < 0,5$
- $x = -5,5$ не удовлетворяет условию ОДЗ $=> -5,5$ – посторонний корень.

Ответ: -1.

15) Решите уравнение $2 \times 4^x - 5 \times 2^x + 2 = 0$

- Решение:
- $2 \times 4^x - 5 \times 2^x + 2 = 0$
- $2 \times 2^{2x} - 5 \times 2^x + 2 = 0$
- Введем новую переменную $y = 2^x$
- $2y^2 - 5y + 2 = 0$
- $D = b^2 - 4ac = 25 - 4 \times 2 \times 2 = 9$
- $y_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} = 2; \frac{1}{2}$
- $\underline{y = 2^x}$

- 1) $2^x = 2$
- $2^x = 2$
- $x = 1$
- 2)$2^x = \frac{1}{2}$
- $2^x = 2^{-1}$
- $x = -1$
- Ответ: ± 1

16) Решите уравнение $(a^2-5)^2-(2a+3)^2=0$

- Решение:
- $(a^2-5)^2-(2a+3)^2=0$
- Воспользуемся формулой $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
- $((a^2-5)-(2\mathrm{a}+3))((a^2-5)+(2\mathrm{a}+3))=0$
- $(a^2+2a-8)(a^2+2a-2)=0$
- 1) $a^2+2a-8=0$
- По теореме Виета

$x_1 \cdot x_2 = -8$

$x_1 + x_2 = -2$

$x_1 = -4, x_2 = 2$

2) $(a^2 + 2a - 2) = 0$

- $D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 1 \times (-2) = 12$
- $a_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$

Ответ: $-1 \pm \sqrt{3}$; - 4; 2.

СПАСИБО ЗА

ВНИМАНИЕ**!!!**