



# Решение уравнений.

## Разбор заданий №7 ЕГЭ по математике (базовый уровень)

Попкова В.Ю.

учитель математики

МБОУ СОШ №26

# Квадратные уравнения


**Квадратным уравнением** называется

уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где **a**, **b**, **c** – числа (коэффициенты), **a** ≠ 0,

**x** – переменная.



1) Найдите корень уравнения  $x^2 + 12 = 7x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Решение:

$$x^2 + 12 = 7x$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$


По т. Виета

$$x_1 \cdot x_2 = 12$$

$$x_1 + x_2 = 7$$

$$x_1 = 3, x_2 = 4.$$

Ответ:  $x=3$ .



2) Решите уравнение  $x^2 - 4 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите **БОЛЬШИЙ** из них.

□ Решение:

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ или } x + 2 = 0$$

$$x = 2 \qquad x = -2$$

Ответ: 2.

3) Решите уравнение  $12x^2 + 17x - 14 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите меньший из них.

▣ Решение:

$$\rightarrow 12x^2 + 17x - 14 = 0$$

$$\rightarrow D = b^2 - 4ac = 17^2 - 4 \times 12 \times (-14) = 961 = 31^2$$

$$\rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\rightarrow x_1 = \frac{-17 + 31}{2 \times 12} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

$$\rightarrow x_2 = \frac{-17 - 31}{2 \times 12} = -\frac{48}{24} = -2$$

▣ Ответ: -2.



# Иррациональные уравнения



- Уравнение, в котором переменная содержится под знаком квадратного корня называется **иррациональным уравнением.**
- **Метод возведения в квадрат** обеих частей уравнения – основной метод решения иррациональных уравнений.

4) Найдите корень уравнения  $\sqrt{32 - 7x} = 5$ .

▣ Решение:

▣  $\sqrt{32 - 7x} = 5$

▣ Возведем обе части уравнения в квадрат

▣  $32 - 7x = 25$

▣  $-7x = 25 - 32$

▣  $-7x = -7$

▣  $x = 1$

Ответ: 1.

5) Найдите корень уравнения  $\sqrt{8 - 7x} = x$ .

Решение:

$$\sqrt{8 - 7x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} 8 - 7x = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 7x - 8 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

По теореме Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = -8$$

$$x_1 + x_2 = -7$$

$$x_1 = -8, x_2 = 1$$

$$\begin{cases} x_1 = -8, x_2 = 1 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x = 1.$$

Ответ: 1.



6) Найдите корень уравнения  $\sqrt{-72 - 17x} = -x$ .  
Если уравнение имеет более одного корня,  
укажите меньший из них.

▣ Решение: возведем в квадрат

$$\sqrt{-72 - 17x} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} -72 - 17x = x^2 \\ -x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 + 17x + 72 = 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$$


$$x^2 + 17x + 72 = 0$$

По теореме Виета

$$x_1 \cdot x_2 = 72$$

$$x_1 + x_2 = -17$$

$$x_1 = -8, x_2 = -9$$


$$\begin{cases} x_1 = -8, x_2 = -9 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

Ответ: -9.



# Показательные уравнения

- Показательными уравнениями называют уравнения вида  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .
- Показательное уравнение  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$  (где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) равносильно уравнению  $f(x) = g(x)$

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

7) Найдите корень уравнения  $3^{x-3} = 81$

□ Решение:

□  $3^{x-3} = 81$

□  $3^{x-3} = 3^4$

□  $x - 3 = 4$

□  $x = 7$

Ответ: 7.

8) Найдите корень уравнения  $5^{x-7} = \frac{1}{125}$ .

▣ Решение:

▣  $5^{x-7} = \frac{1}{125}$

▣  $5^{x-7} = 5^{-3}$

▣  $x - 7 = -3$

▣  $x = 7 - 3$

▣  $x = 4$

Ответ: 4.

9) Решите уравнение  $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$

▣ **Решение:**

▣  $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$

▣  $\frac{2^{3+x}}{5^{3+x}} = 0,4$

▣  $\left(\frac{2}{5}\right)^{3+x} = \left(\frac{2}{5}\right)^1$

▣  $3 + x = 1$

▣  $x = 1 - 3$

▣  $x = -2$

Ответ: -2.

10) Решите уравнение  $3^{x^2-4,5} \times \sqrt{3} = \frac{1}{27}$

▣ Решение:

▣  $3^{x^2-4,5} \times \sqrt{3} = \frac{1}{27}$

▣  $3^{x^2-4,5} \times 3^{\frac{1}{2}} = (3)^{-3}$

▣  $x^2 - 4,5 + \frac{1}{2} = -3$

▣  $x^2 - 4 = -3$

▣  $x^2 = 1$

▣  $x = \pm 1.$

Ответ:  $\pm 1.$

# Логарифмические уравнения

- ▶ Логарифмическими уравнениями называют уравнения вида  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ , где  $a$  – положительное число, отличное от 1, и уравнения, сводящиеся к этому виду.
- ▶ Если  $f(x) > 0$  и  $g(x) > 0$ , то логарифмическое уравнение  $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ , где  $a > 0, a \neq 1$



11) Найдите корень уравнения  $\log_2(x - 3) = 6$

▣ Решение:

▣  $\log_2(x - 3) = 6$

▣ ОДЗ:  $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

▣  $x - 3 = 2^6$

▣  $x - 3 = 64$

▣  $x = 67.$

Ответ: 67.

12) Решите уравнение  $\log_3(x^2-3x-5)=\log_3(7-2x)$

Решение:

$$\log_3(x^2-3x-5)=\log_3(7-2x)$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2 - 3x - 5 > 0 \\ 7 - 2x > 0 \end{cases}$$

$$x^2-3x-5 = 7-2x$$

$$x^2 - 3x - 5 - 7 + 2x = 0$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

По теореме Виета

$$x_1 \cdot x_2 = -12$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 = 4, x_2 = -3$$

Проверка:

проверим найденные корни

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2 - 3x - 5 > 0 \\ 7 - 2x > 0 \end{cases}$$

1)  $x = 4$

2)  $\begin{cases} 4^2 - 3 \times 4 - 5 > 0 \\ 7 - 2 \times 4 > 0 \end{cases}$  получили:  $-1 > 0$  – неверно  $\Rightarrow x = 4$  – посторонний корень

2)  $x = -3$  удовлетворяет данной системе неравенств.

Ответ: - 3.

13) Решите уравнение  $\log_x(2x^2 + x - 2) = 3$ .

Решение:

$$\log_x(2x^2 + x - 2) = 3$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ 2x^2 + x - 2 > 0 \end{cases}$$


$$x^3 = 2x^2 + x - 2$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$(x^3 - 2x^2) - (x - 2) = 0$$

$$(x - 2)(x^2 - 1) = 0$$

$$x = 2, x = \pm 1$$



1)  $x = \pm 1$  не удовлетворяет условиям ОДЗ

2) проверим  $x = 2$

$2 \times 2^2 + 2 - 2 > 0$  – верно

Ответ:  $x = 2$ .

14) Решите уравнение  $\log_2(x + 4) + \log_2(2x + 3) = \log_2(1 - 2x)$

Решение:


$$\log_2(x + 4) + \log_2(2x + 3) = \log_2(1 - 2x)$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x + 4 > 0 \\ 2x + 3 > 0 \\ 1 - 2x > 0 \end{cases} \Rightarrow 0,5 < x < 1,5$$

$$\log_2(x + 4) + \log_2(2x + 3) = \log_2(x + 4)(2x + 3)$$

$$\log_2(x + 4)(2x + 3) = \log_2(1 - 2x)$$

$$(x + 4)(2x + 3) = 1 - 2x$$



▣  $2x^2 + 3x + 8x + 12 - 1 + 2x = 0$

▣  $2x^2 + 13x + 11 = 0$

▣  $D = b^2 - 4ac = 13^2 - 4 \times 2 \times 11 = 169 - 88 = 81 = 9^2$

▣  $x = \frac{-13 \pm 9}{4} = -1; -5,5$

▣  $x = -1$  удовлетворяет условию ОДЗ :  $1,5 < x < 0,5$

▣  $x = -5,5$  не удовлетворяет условию ОДЗ  $\Rightarrow -5,5$  – посторонний корень.

Ответ: -1.

15) Решите уравнение  $2 \times 4^x - 5 \times 2^x + 2 = 0$

▣ Решение:

▣  $2 \times 4^x - 5 \times 2^x + 2 = 0$

▣  $2 \times 2^{2x} - 5 \times 2^x + 2 = 0$

▣ Введем новую переменную  $y = 2^x$


▣  $2y^2 - 5y + 2 = 0$

▣  $D = b^2 - 4ac = 25 - 4 \times 2 \times 2 = 9$

▣  $y_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} = 2; \frac{1}{2}$

▣  $y = 2^x$





1)  $2^x = 2$

$2^x = 2$

$x = 1$

2)  $2^x = \frac{1}{2}$

$2^x = 2^{-1}$

$x = -1$

Ответ:  $\pm 1$

16) Решите уравнение  $(a^2 - 5)^2 - (2a + 3)^2 = 0$

▣ Решение:

▣  $(a^2 - 5)^2 - (2a + 3)^2 = 0$

▣ Воспользуемся формулой  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

▣  $((a^2 - 5) - (2a + 3))((a^2 - 5) + (2a + 3)) = 0$


▣  $(a^2 + 2a - 8)(a^2 + 2a - 2) = 0$

▣ 1)  $a^2 + 2a - 8 = 0$

▣ По теореме Виета

$$x_1 \cdot x_2 = -8$$

$$x_1 + x_2 = -2$$



$$x_1 = -4, x_2 = 2$$

$$2) (a^2 + 2a - 2) = 0$$

$$\Rightarrow D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 1 \times (-2) = 12$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

ОТВЕТ:  $-1 \pm \sqrt{3}$ ; - 4; 2.





СПАСИБО ЗА

**ВНИМАНИЕ!!!**