



x^2



Муниципальное образовательное учреждение
гимназия № 9
г.Комсомольск-на-Амуре

алгебра 9 класс

Решение неравенств второй степени с одной переменной



учитель математики
Рафикова Галия Мукатдясовна

2017

Цели урока:

образовательные: ввести понятие неравенства второй степени с одной переменной, дать определение; познакомить с алгоритмом решения неравенств на основе квадратичной функции;

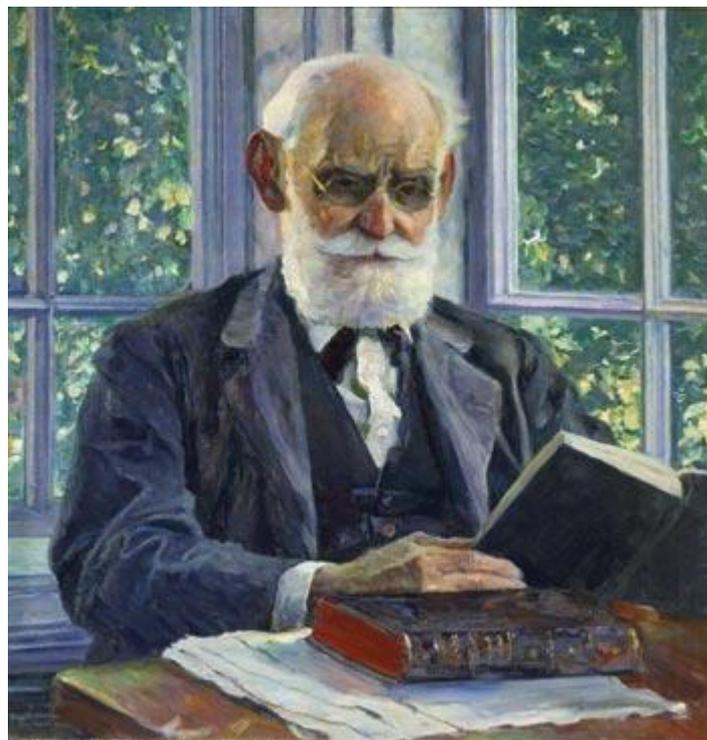
развивающие: выработать умения анализировать, выделять главное, сравнивать, обобщать; формировать графическую и функциональную культуру учащихся;

воспитательные: воспитывать прилежание, трудолюбие, аккуратность, точность.

Оборудование: медиапроектор, экран, презентация к уроку.

Академик И.П.Павлов:

**«Никогда не берись за
последующее, не усвоив
предыдущее»**





Вопросы

Что называется квадратным
трехчленом?

Что надо сделать, чтобы
найти корни квадратного
трехчлена?

Как называется функция вида
 $y = ax^2 + bx + c$?

Что является графиком
квадратичной функции?

От чего зависит направление
ветвей параболы?

Ответы



$$ax^2 + bx + c$$

квадратный трехчлен приравнять
к нулю и решить уравнение

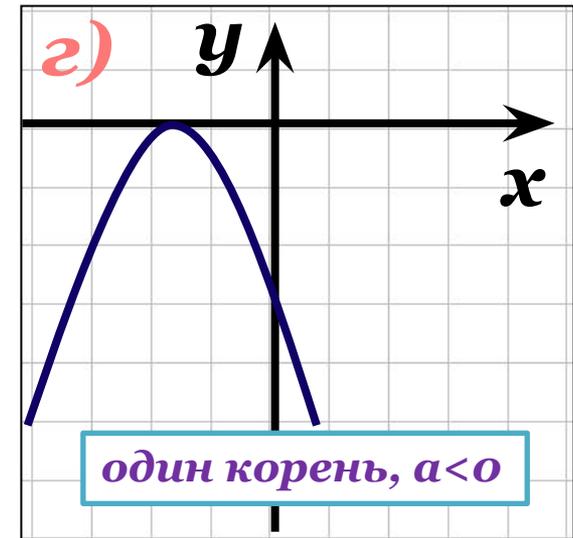
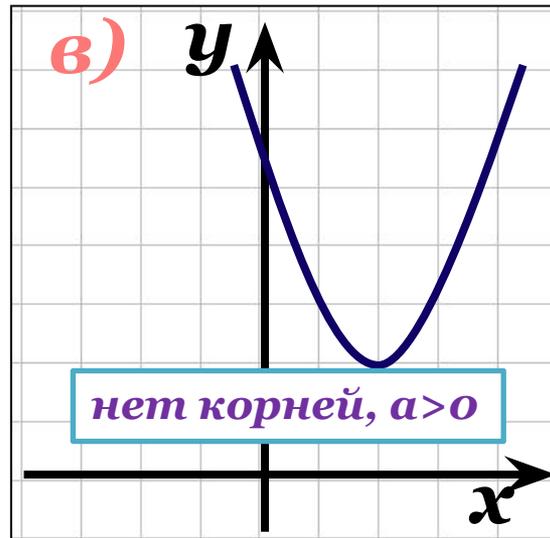
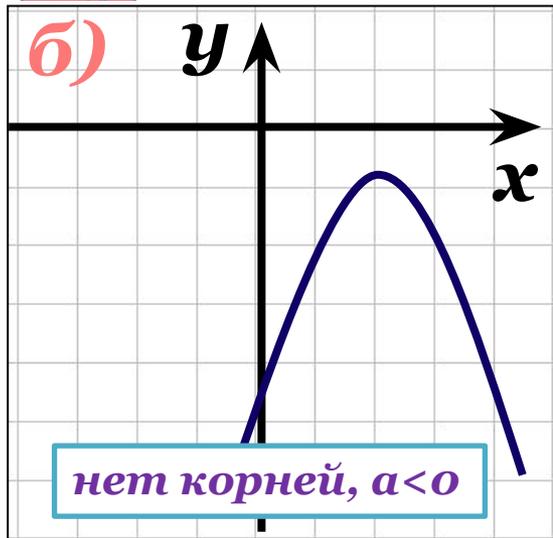
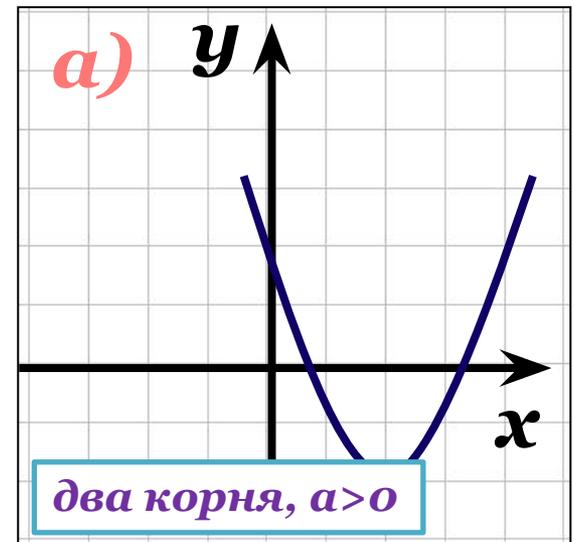
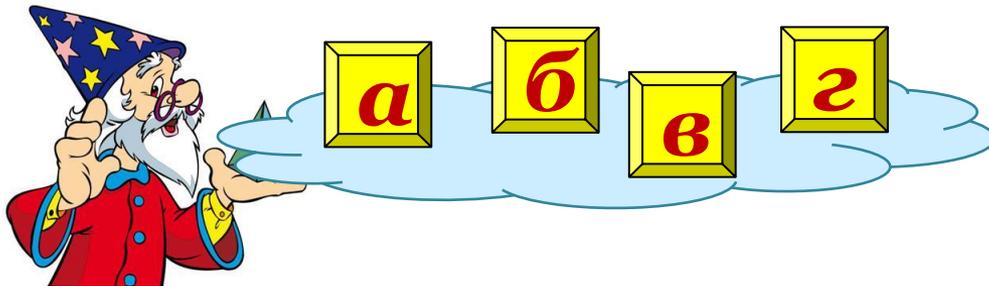
$$ax^2 + bx + c = 0$$

квадратичная

парабола

от коэффициента a , если $a > 0$, то ветви вверх
если $a < 0$, то ветви вниз

Что можно сказать о количестве корней уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ и знаке коэффициента a , если график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ расположен следующим образом:

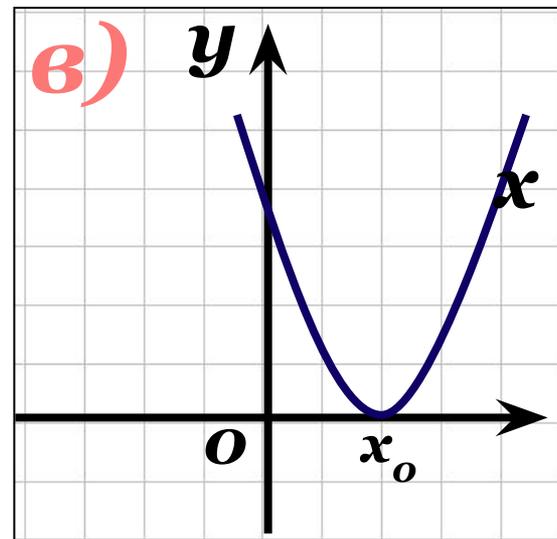
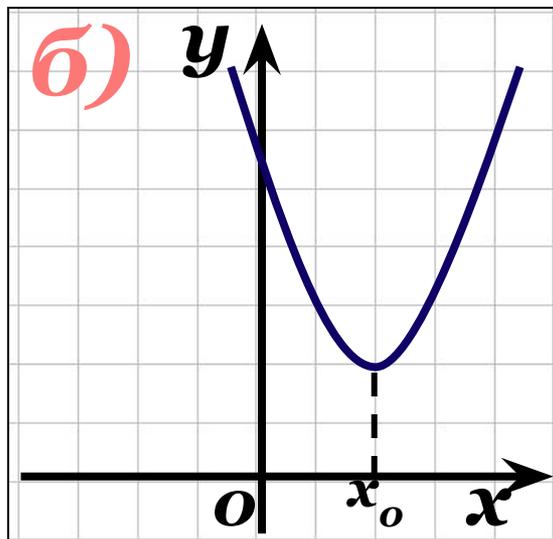
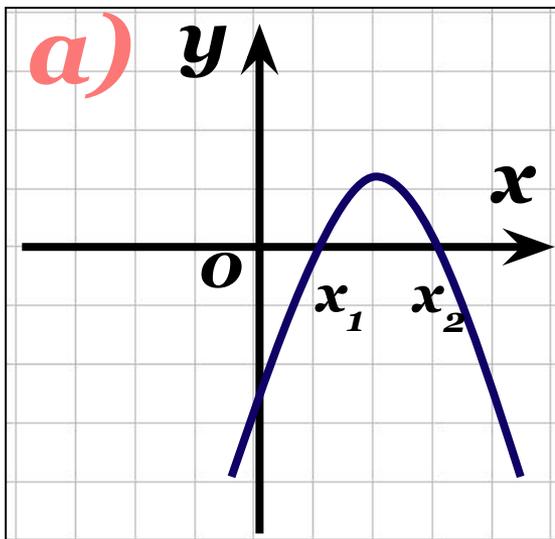


Назовите промежутки знакопостоянства функции $y = ax^2 + bx + c$ если её график расположен указанным способом:

$y > 0$ при $x \in (x_1; x_2)$;

$y < 0$ при $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$

$y > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$ $y > 0$ при $x \in (-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$



Определение:

Неравенства вида

$$ax^2 + bx + c > 0, ax^2 + bx + c < 0,$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0, ax^2 + bx + c \leq 0,$$

где x – переменная, a, b, c – числа и $a \neq 0$

называют неравенствами второй степени

с одной переменной или

квадратными неравенствами

**Существует несколько способов решения
неравенств второй степени с одной переменной**

Один из них - графический

Алгоритм решения квадратного неравенства

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad (ax^2 + bx + c < 0)$$

Найти корни квадратного трехчлена

$$ax^2 + bx + c$$

Отметить найденные корни на оси x и определить, куда (вверх или вниз) направлены ветви параболы, служащей графиком функции $y = ax^2 + bx + c$; сделать набросок графика.

С помощью полученной геометрической модели определить, на каких промежутках оси x ординаты графика положительны (отрицательны); включить эти промежутки в ответ.

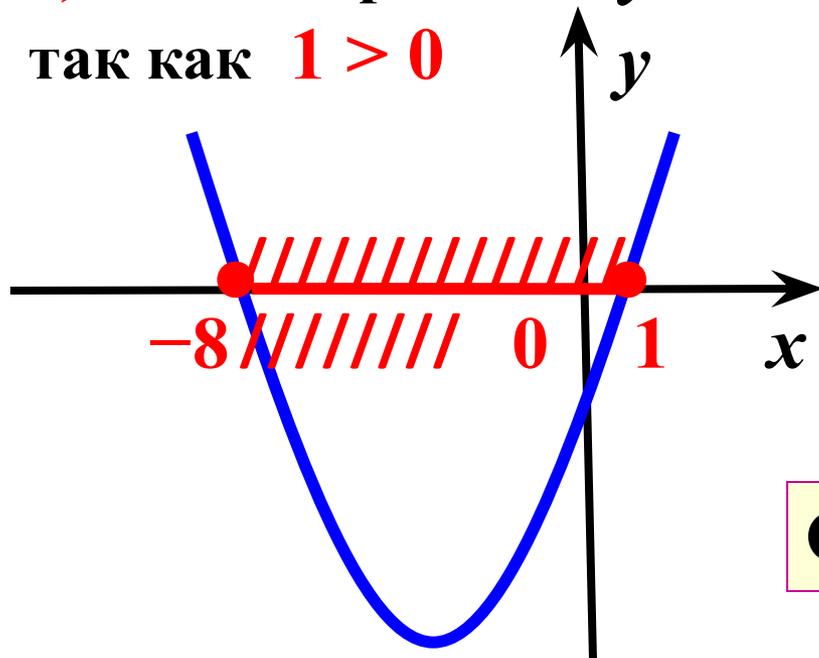
Решить неравенство $x^2 + 7x - 8 \leq 0$.

Решение. 1) Корни квадратного трёхчлена $x^2 + 7x - 8$:

$$x^2 + 7x - 8 = 0; \quad D = 49 + 32 = 81$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -7, & x_1 = -8; \\ x_1 \cdot x_2 = -8; & x_2 = 1. \end{cases}$$

2) Ветви параболы $y = x^2 + 7x - 8$ — направлены вверх, так как $1 > 0$



3) Решение неравенства — все числа из промежутка $[-8; 1]$

Ответ: $[-8; 1]$

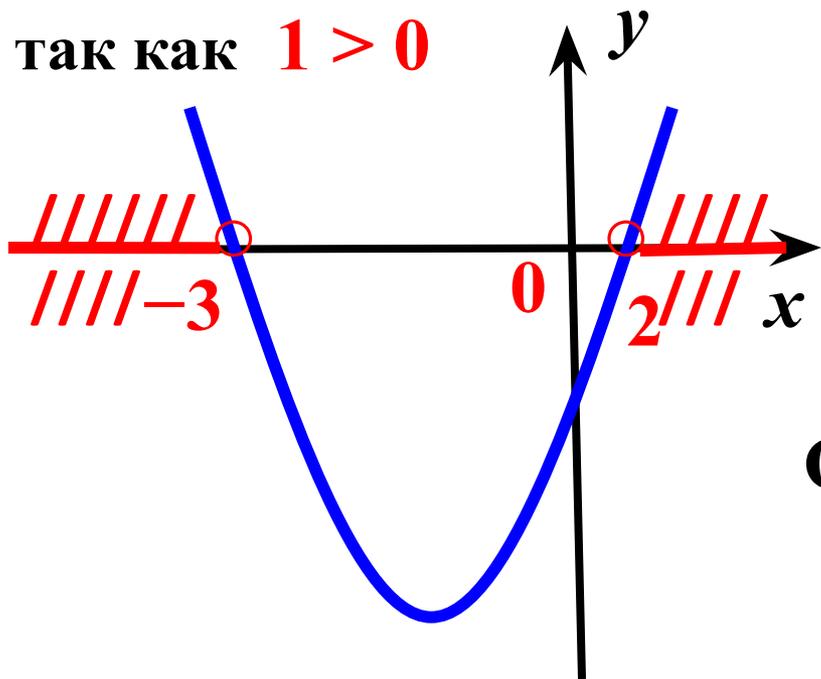
Решить неравенство $-2x^2 - 2x + 12 < 0$.

Решение. Делим обе части неравенства на -2 и меняем знак неравенства $<$ на $>$ и дальше решаем!!!
равносильное неравенство: $x^2 + x - 6 > 0$

1) Корни квадратного трёхчлена $x^2 + x - 6$:

$$x^2 + x - 6 = 0; \quad D = 1 + 24 = 25 \quad x_1 = 2, x_2 = -3$$

2) Ветви параболы $y = x^2 + x - 6$ — направлены вверх, так как $1 > 0$



3) Решение неравенства $x^2 + x - 6 > 0$ — все числа из промежутков $(-\infty; -3)$ и $(2; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -3); (2; +\infty)$

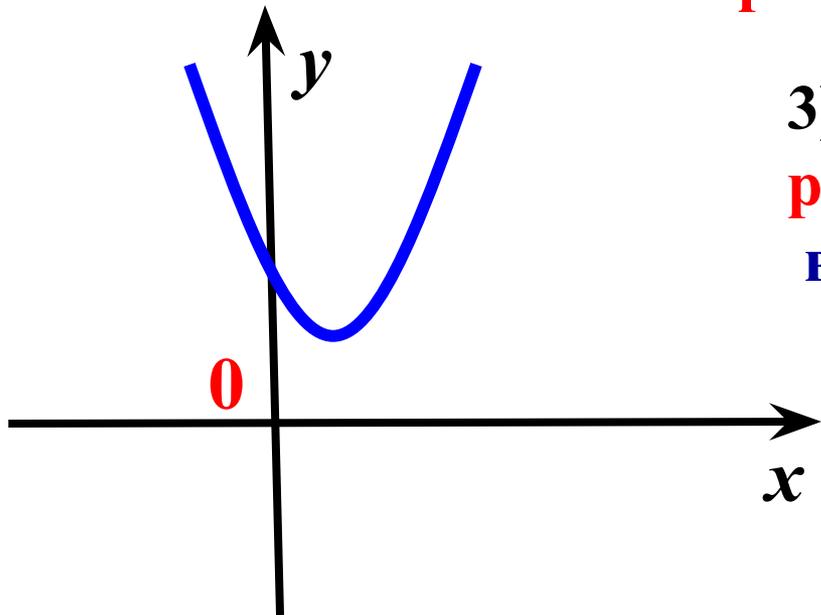
Решить неравенство $-2x^2 + 5x - 4 \geq 0$.

Решение. Делим обе части неравенства на -1 и **меняем знак неравенства \geq на \leq и далее решаем!!!**
равносильное неравенство: $2x^2 - 5x + 4 \leq 0$

1) Корни квадратного трёхчлена $2x^2 - 5x + 4$:

$2x^2 - 5x + 4 = 0$; $D = 25 - 32 = -7 < 0$, корней у трёхчлена нет

2) Ветви параболы $y = 2x^2 - 5x + 4$ – направлены вверх, так как $2 > 0$ и она **не пересекает ось Ox (лежит выше оси)**



3) Неравенство $2x^2 - 5x + 4 \leq 0$ решений не имеет. т. к. все значения y - положительные

Ответ: решений нет.

Решить неравенство $16x^2 + 1 \geq 8x$.

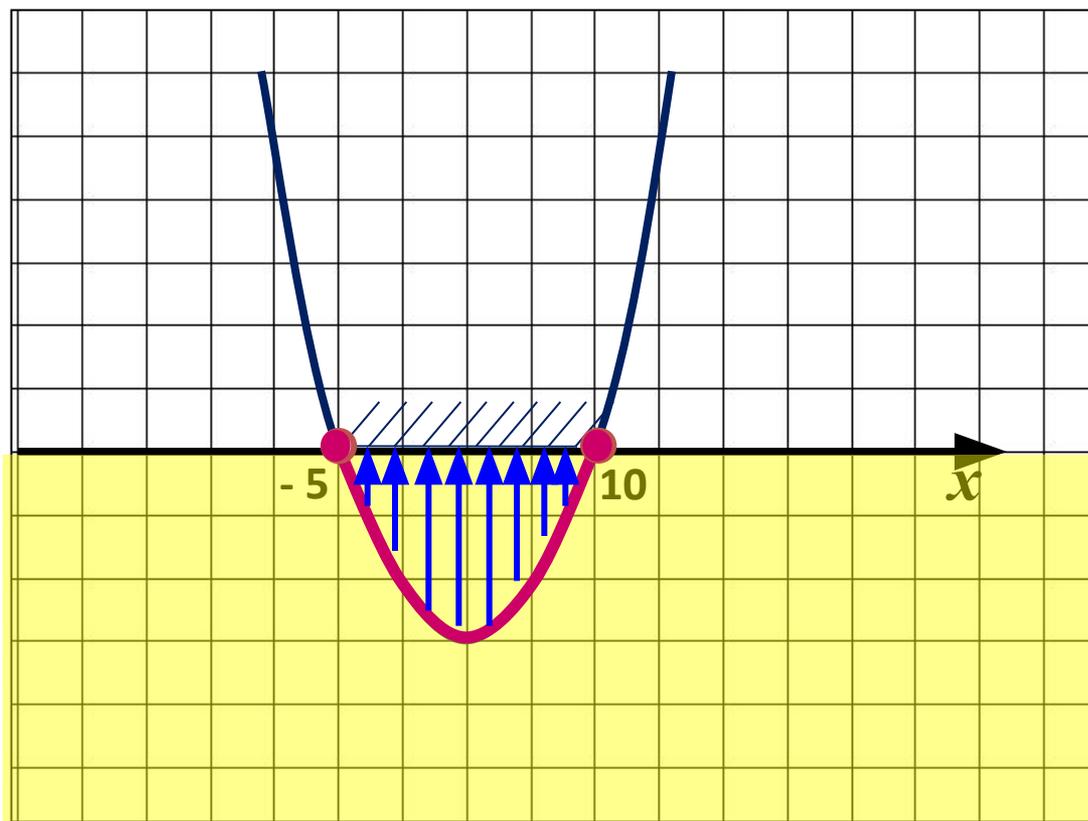
Решение. 1) Перепишем исходное неравенство в виде $16x^2 - 8x + 1 \geq 0$ или $(4x - 1)^2 \geq 0$

2) **Очевидно, что решением неравенства $(4x - 1)^2 \geq 0$, а значит, и исходного неравенства, являются все действительные числа**

Ответ: x – любое действительное число.

Решите неравенство:

№1



$$x^2 - 5x - 50 < 0$$

Ответ: $(-5; 10)$

№2

$$x^2 - 5x - 50 \leq 0$$

Ответ: $[-5; 10]$

Решите неравенство:

№3
 $x^2 - 5x - 50 > 0$

Ответ:

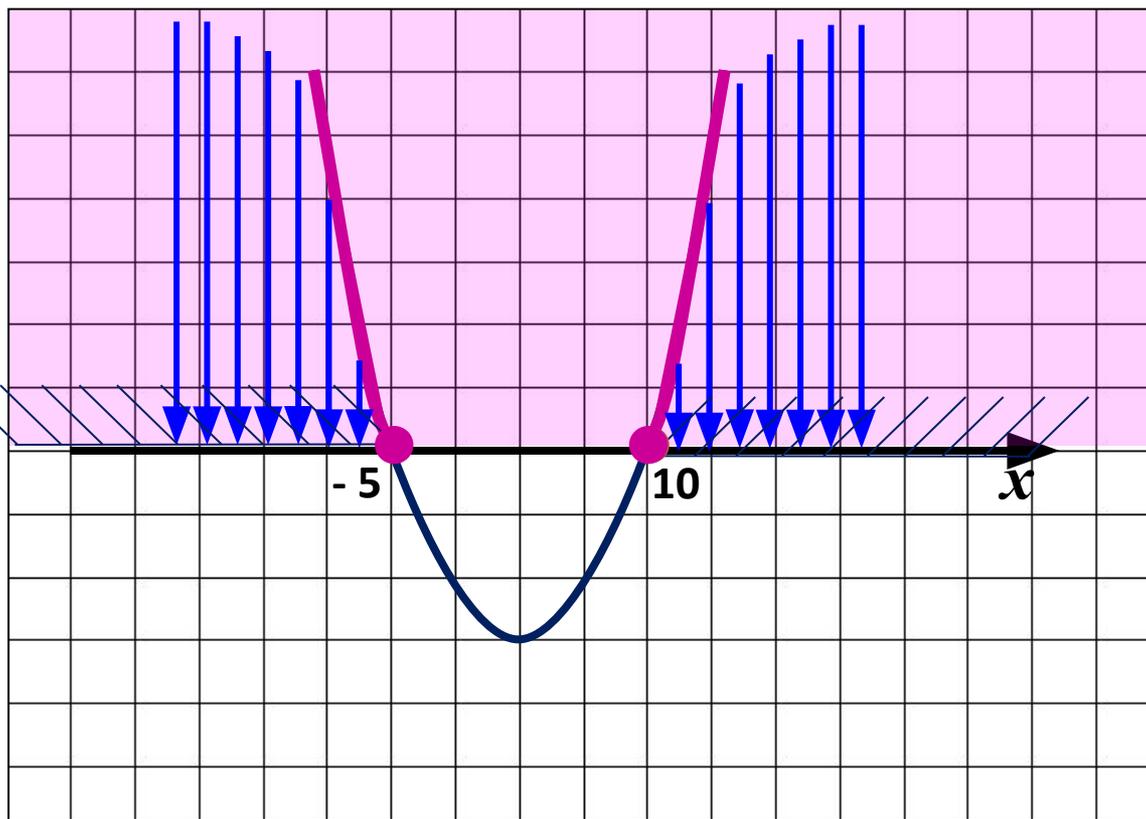
$$(-\infty; -5) \sqcup (10; +\infty)$$

№4

$$x^2 - 5x - 50 \geq 0$$

Ответ:

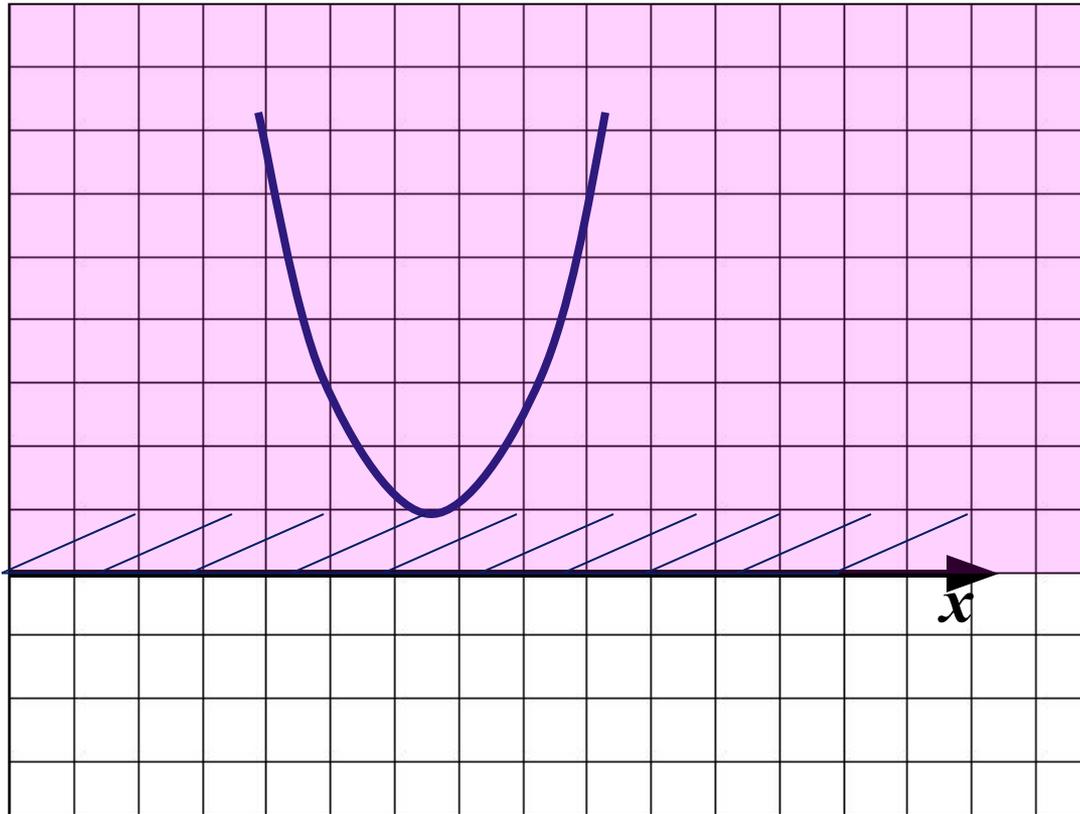
$$(-\infty; -5] \sqcup [10; +\infty)$$



Решите неравенство:

№5
 $x^2 - 5x + 50 > 0$

Ответ: $(-\infty; +\infty)$



№6
 $x^2 - 5x + 50 < 0$

Ответ: \emptyset

Решите неравенство:

$$x^2 - 8x + 12 < 0$$

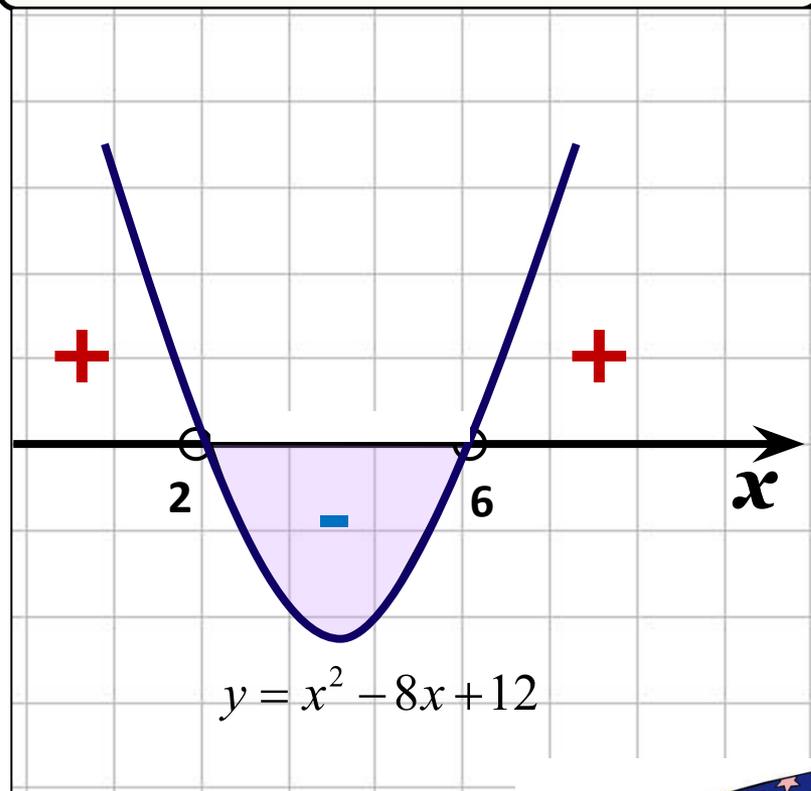
$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$



$$2 < x < 6$$

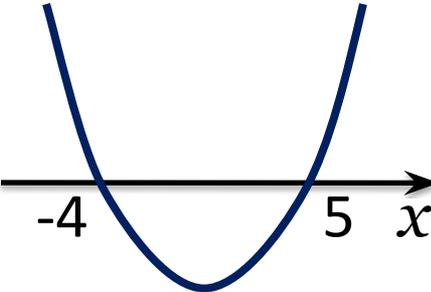
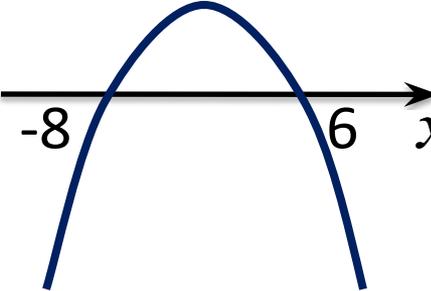
$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ и } ax^2 + bx + c < 0$$



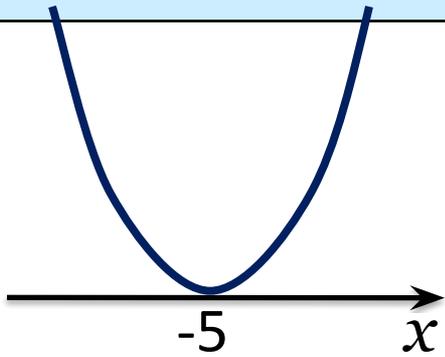
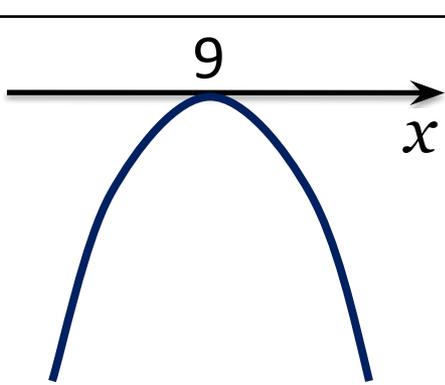
$$x \in (2; 6)$$



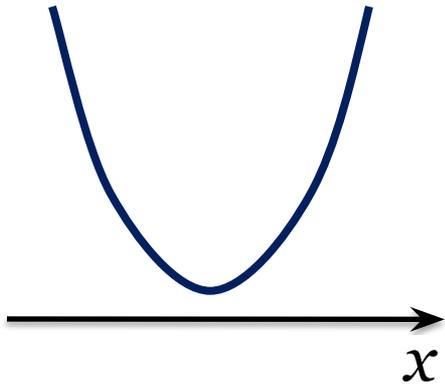
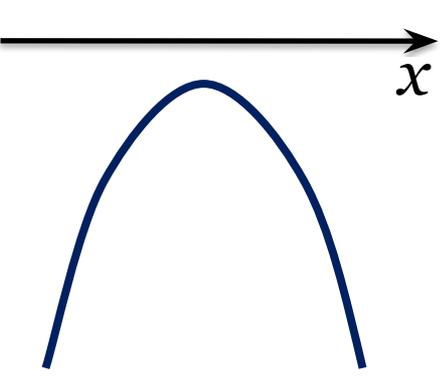
Используя схему графика функции $f(x)$, заполните таблицу

Схемы Значения x , для которых	$f(x)=0$	$f(x)>0$	$f(x) \leq 0$
	 $x_1 = -4$ $x_2 = 5$	 $x \in (-\infty; -4) \cup (5; +\infty)$	 $x \in [-4; 5]$
	 $x_1 = -8$ $x_2 = 6$	 $x \in (-8; 6)$	 $x \in (-\infty; -8] \cup [6; +\infty)$

Используя схему графика функции $f(x)$, заполните таблицу

Схемы Значения x , для которых	$f(x)=0$	$f(x)>0$	$f(x) \leq 0$
	 $x = -5$	 $x \in (-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$	 $\{-5\}$
	 $x = 9$	 \emptyset	 $x \in (-\infty; +\infty)$

Используя схему графика функции $f(x)$, заполните таблицу

Схемы Значения x , для которых	$f(x)=0$	$f(x)>0$	$f(x)<0$
	 \emptyset	 $x \in (-\infty; +\infty)$	 \emptyset
	 \emptyset	 \emptyset	 $x \in (-\infty; +\infty)$

Блиц-опрос.

Ученик решал квадратные неравенства и получил следующие ответы:

а) $x < \pm 2$; б) $-2 < x < 2$; в) $x > \pm 3$; г) $x > 3$ и $x < -3$.

Как вы считаете, могли ли получиться такие ответы?

Если да, то придумайте неравенства, имеющие такие решения;

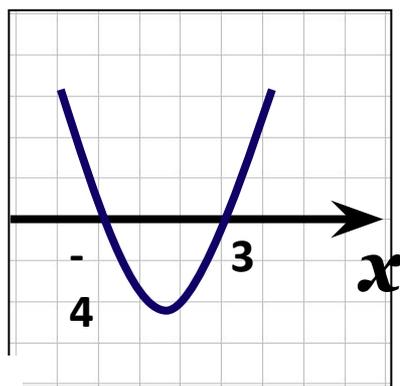
если нет, объясните, почему вы так считаете.

I вариант

Самостоятельная работа

II вариант

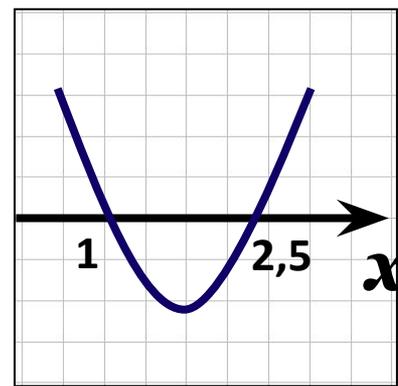
$$x^2 + x - 12 < 0$$



$$x \in (-4; 3)$$



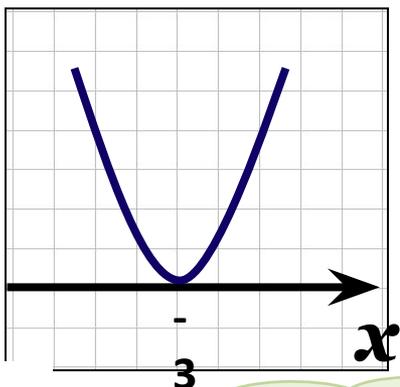
$$2x^2 - 7x + 5 > 0$$



$$x \in (-\infty; 1) \cup (2,5; +\infty)$$



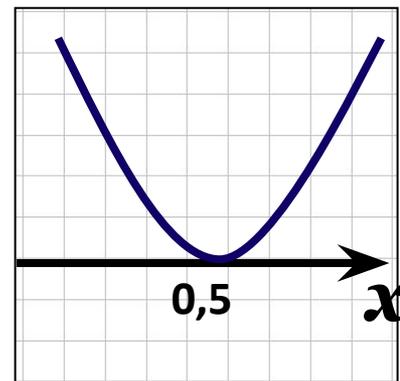
$$x^2 + 6x + 9 > 0$$



$$x \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$$



$$4x^2 - 4x + 1 < 0$$



нет решений



Домашнее задание:

