



$x^2$



Муниципальное образовательное учреждение  
гимназия № 9  
г.Комсомольск-на-Амуре

**алгебра 9 класс**

# Решение неравенств второй степени с одной переменной



учитель математики  
Рафикова Галия Мукатдясовна

2017

## Цели урока:

образовательные: ввести понятие неравенства второй степени с одной переменной, дать определение; познакомить с алгоритмом решения неравенств на основе квадратичной функции;

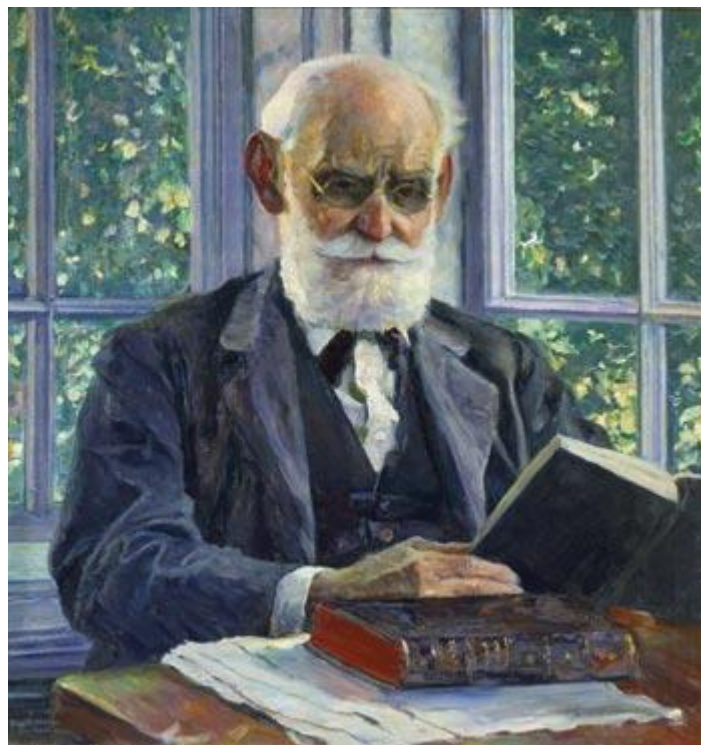
развивающие: выработать умения анализировать, выделять главное, сравнивать, обобщать; формировать графическую и функциональную культуру учащихся;

воспитательные: воспитывать прилежание, трудолюбие, аккуратность, точность.

Оборудование: медиапроектор, экран, презентация к уроку.

**Академик И.П.Павлов:**

**«Никогда не берись за  
последующее, не усвоив  
предыдущее»**





## Вопросы

Что называется квадратным  
трехчленом?

Что надо сделать, чтобы  
найти корни квадратного  
трехчлена?

Как называется функция вида  
 $y = ax^2 + bx + c$ ?

Что является графиком  
квадратичной функции?

От чего зависит направление  
ветвей параболы?

## Ответы



$$ax^2 + bx + c$$

квадратный трехчлен приравнять  
к нулю и решить уравнение

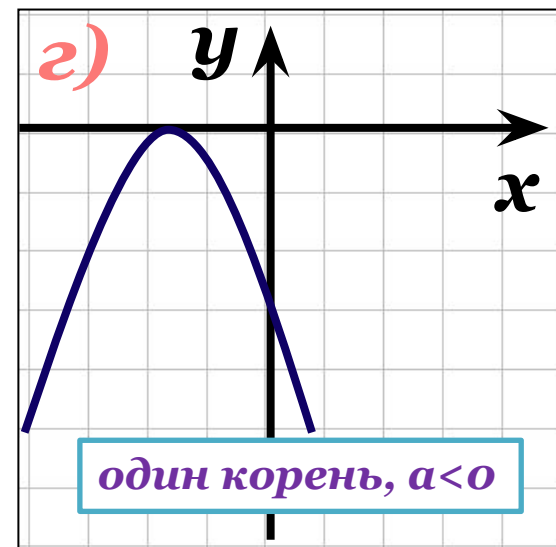
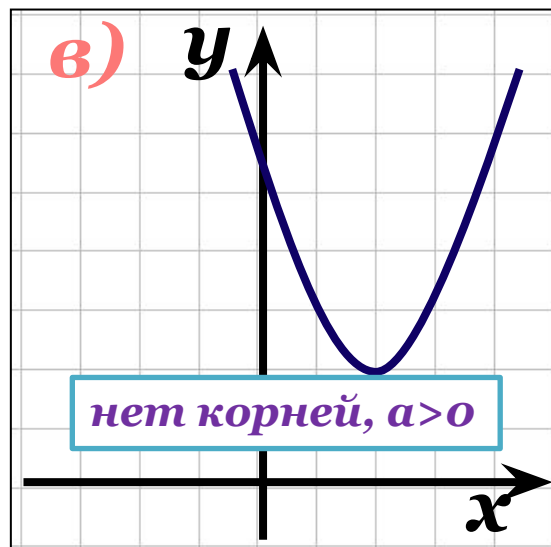
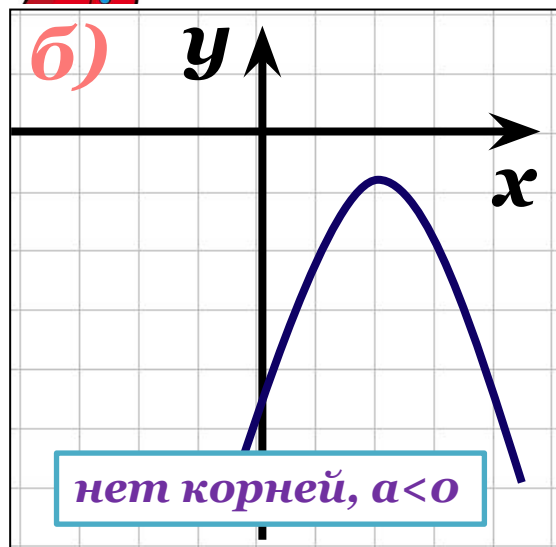
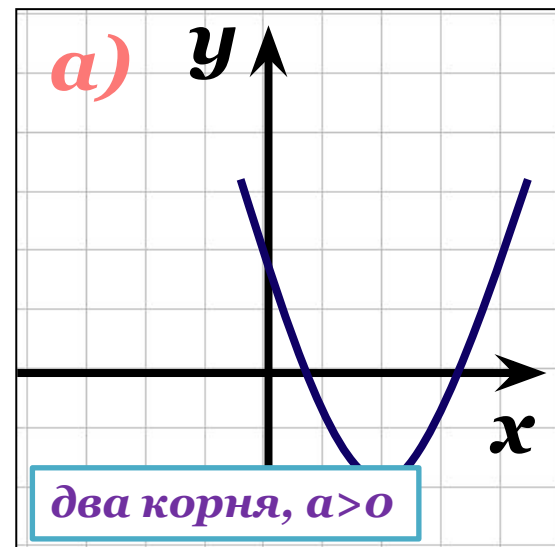
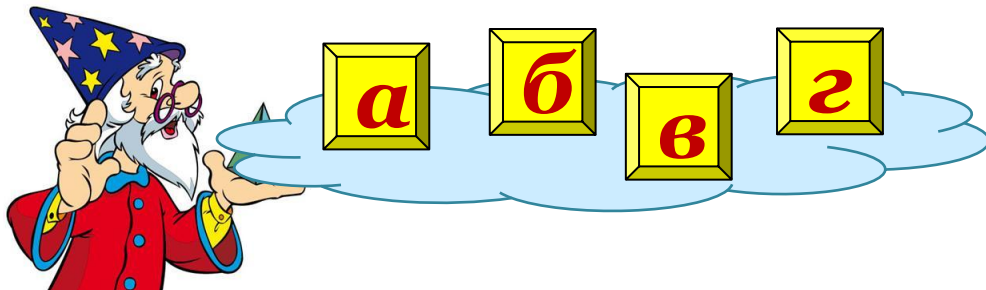
$$ax^2 + bx + c = 0$$

*квадратичная*

*парабола*

от коэффициента  $a$ , если  $a > 0$ , то ветви вверх  
если  $a < 0$ , то ветви вниз

Что можно сказать о количестве корней уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  и знаке коэффициента  $a$ , если график квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$  расположен следующим образом:

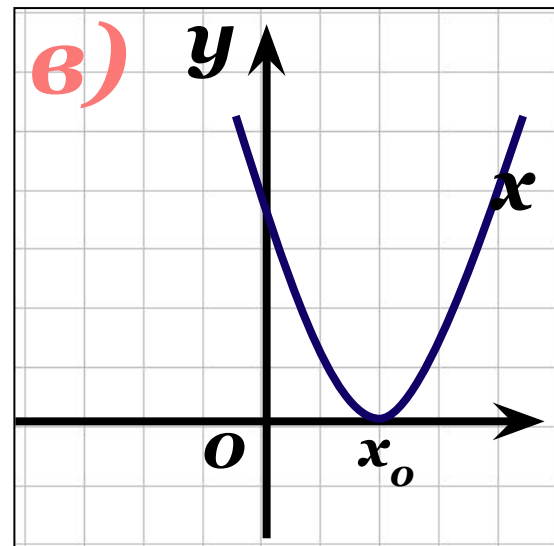
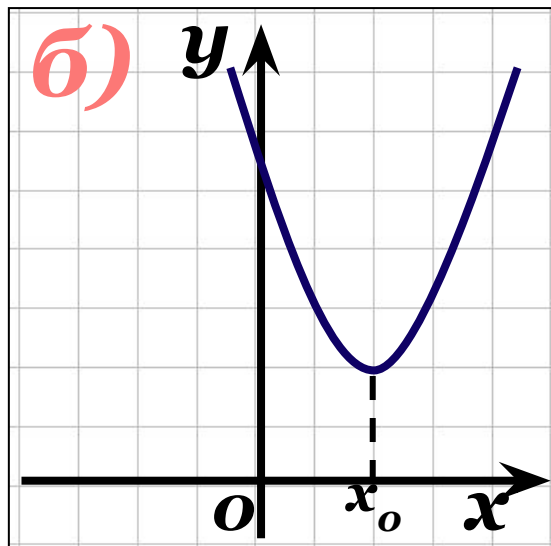
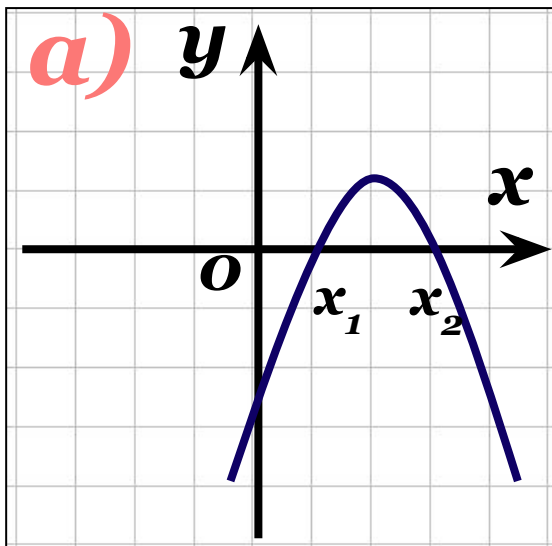


**Назовите промежутки знакопостоянства функции  $y = ax^2 + bx + c$  если её график расположен указанным способом:**

$$y > 0 \text{ при } x \in (x_1; x_2);$$

$$y < 0 \text{ при } x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$$

$$y > 0 \text{ при } x \in (-\infty; +\infty) \quad y > 0 \text{ при } x \in (-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$$



## *Определение:*

### **Неравенства вида**

$$ax^2 + bx + c > 0, ax^2 + bx + c < 0,$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0, ax^2 + bx + c \leq 0,$$

где  $x$  – переменная,  $a, b, c$  – числа и  $a \neq 0$

**называют неравенствами второй степени**

**с одной переменной или**

**квадратными неравенствами**

**Существует несколько способов решения  
неравенств второй степени с одной переменной**

**Один из них - графический**

# Алгоритм решения квадратного неравенства

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad (ax^2 + bx + c < 0)$$

Найти корни квадратного трехчлена

$$ax^2 + bx + c$$

Отметить найденные корни на оси  $x$  и определить, куда (вверх или вниз) направлены ветви параболы, служащей графиком функции  $y = ax^2 + bx + c$ ; сделать набросок графика.

С помощью полученной геометрической модели определить, на каких промежутках оси  $x$  ординаты графика положительны (отрицательны); включить эти промежутки в ответ.



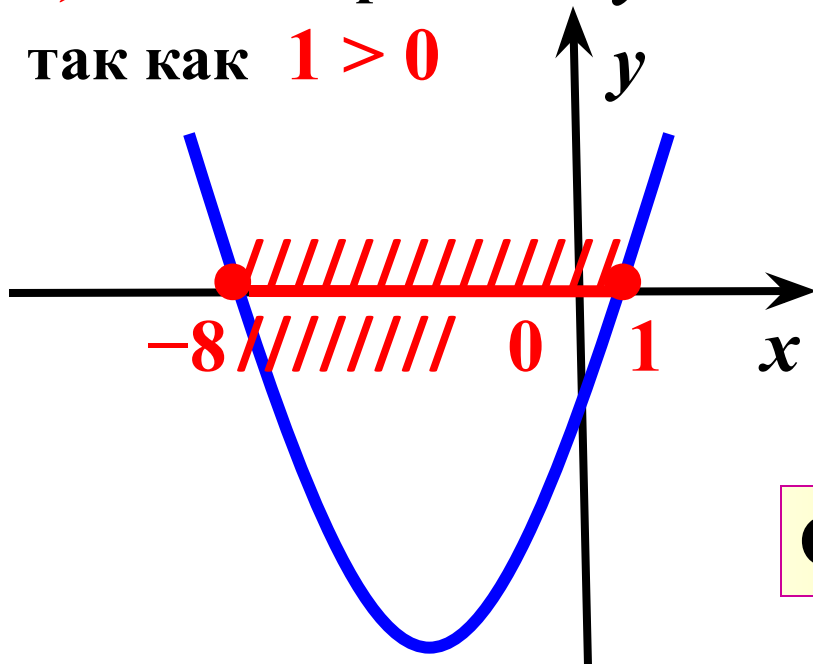
**Решить неравенство  $x^2 + 7x - 8 \leq 0$ .**

**Решение. 1)** Корни квадратного трёхчлена  $x^2 + 7x - 8$ :

$$x^2 + 7x - 8 = 0; \quad D = 49 + 32 = 81$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -7, & x_1 = -8; \\ x_1 \cdot x_2 = -8; & x_2 = 1. \end{cases}$$

**2)** Ветви параболы  $y = x^2 + 7x - 8$  — направлены вверх, так как  $1 > 0$



**3)** Решение неравенства — все числа из промежутка  $[-8; 1]$

**Ответ:  $[-8; 1]$**

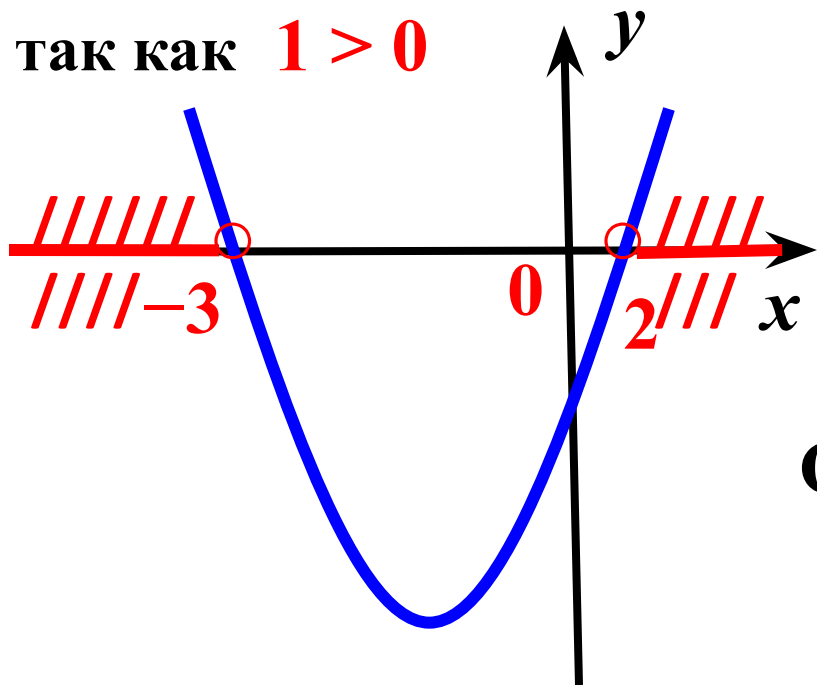
Решить неравенство  $-2x^2 - 2x + 12 < 0$ .

Решение. Делим обе части неравенства на  $-2$  и  
меняем знак неравенства  $<$  на  $>$  и дальше решаем!!!  
равносильное неравенство:  $x^2 + x - 6 > 0$

1) Корни квадратного трёхчлена  $x^2 + x - 6$ :

$$x^2 + x - 6 = 0; \quad D = 1 + 24 = 25 \quad x_1 = 2, x_2 = -3$$

2) Ветви параболы  $y = x^2 + x - 6$  — направлены вверх,  
так как  $1 > 0$



3) Решение неравенства  
 $x^2 + x - 6 > 0$  — все числа  
из промежутков  $(-\infty; -3)$  и  
 $(2; +\infty)$

Ответ:  $(-\infty; -3); (2; +\infty)$

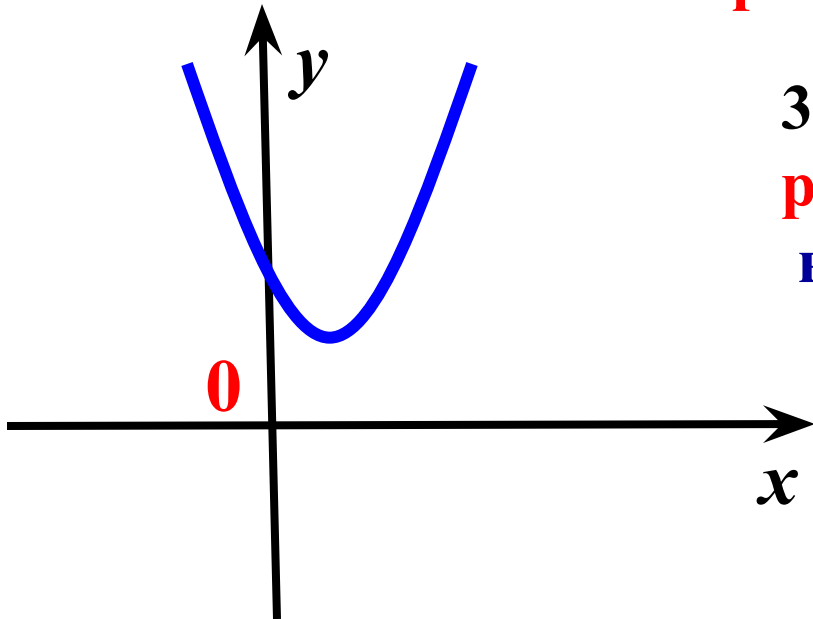
**Решить неравенство  $-2x^2 + 5x - 4 \geq 0$ .**

**Решение.** Делим обе части неравенства на  $-1$  и **меняем знак неравенства  $\geq$  на  $\leq$  и далее решаем!!!**  
**равносильное неравенство:  $2x^2 - 5x + 4 \leq 0$**

**1) Корни квадратного трёхчлена  $2x^2 - 5x + 4$  :**

**$2x^2 - 5x + 4 = 0$ ;  $D = 25 - 32 = -7 < 0$ , корней у трёхчлена нет**

**2) Ветви параболы  $y = 2x^2 - 5x + 4$  – направлены вверх, так как  $2 > 0$  и она **не пересекает ось  $Ox$  (лежит выше оси)****



**3) Неравенство  $2x^2 - 5x + 4 \leq 0$  решений не имеет. т. к. все значения  $y$  - положительные**

**Ответ: решений нет.**

**Решить неравенство  $16x^2 + 1 \geq 8x$ .**

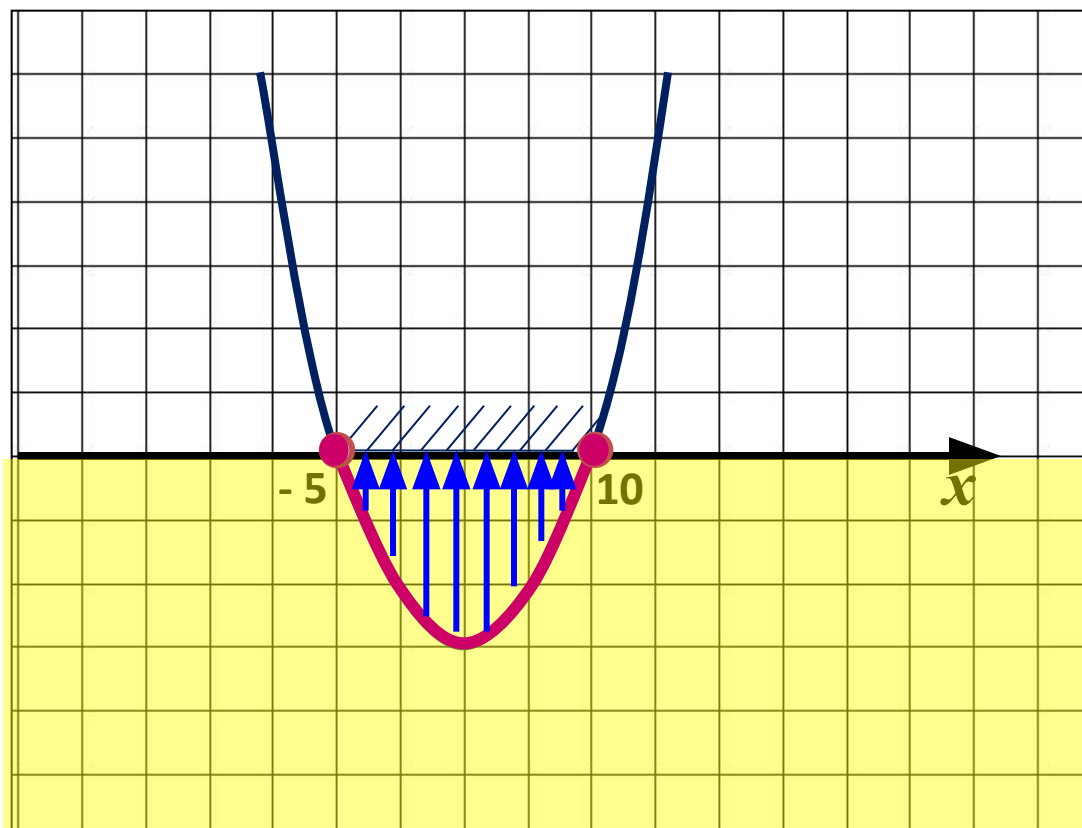
***Решение.*** 1) Перепишем исходное неравенство в виде  $16x^2 - 8x + 1 \geq 0$  или  $(4x - 1)^2 \geq 0$

2) **Очевидно, что решением неравенства  $(4x - 1)^2 \geq 0$ , а значит, и исходного неравенства, являются все действительные числа**

**Ответ:  $x$  – любое действительное число.**

*Решите неравенство:*

**№1**



$$x^2 - 5x - 50 < 0$$

*Ответ:*  $(-5; 10)$

**№2**

$$x^2 - 5x - 50 \leq 0$$

*Ответ:*  $[-5; 10]$

*Решите неравенство:*

**№3**  
 $x^2 - 5x - 50 > 0$

*Ответ:*

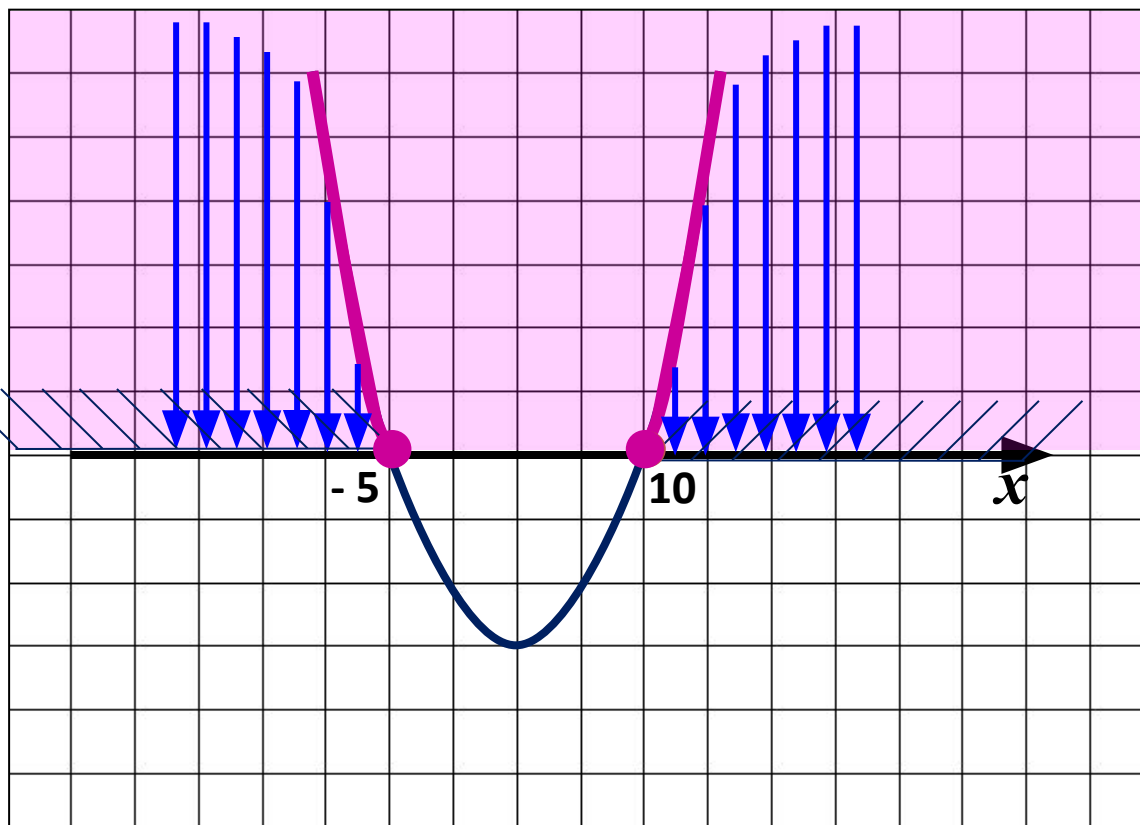
$$(-\infty; -5) \square (10; +\infty)$$

**№4**

$$x^2 - 5x - 50 \geq 0$$

*Ответ:*

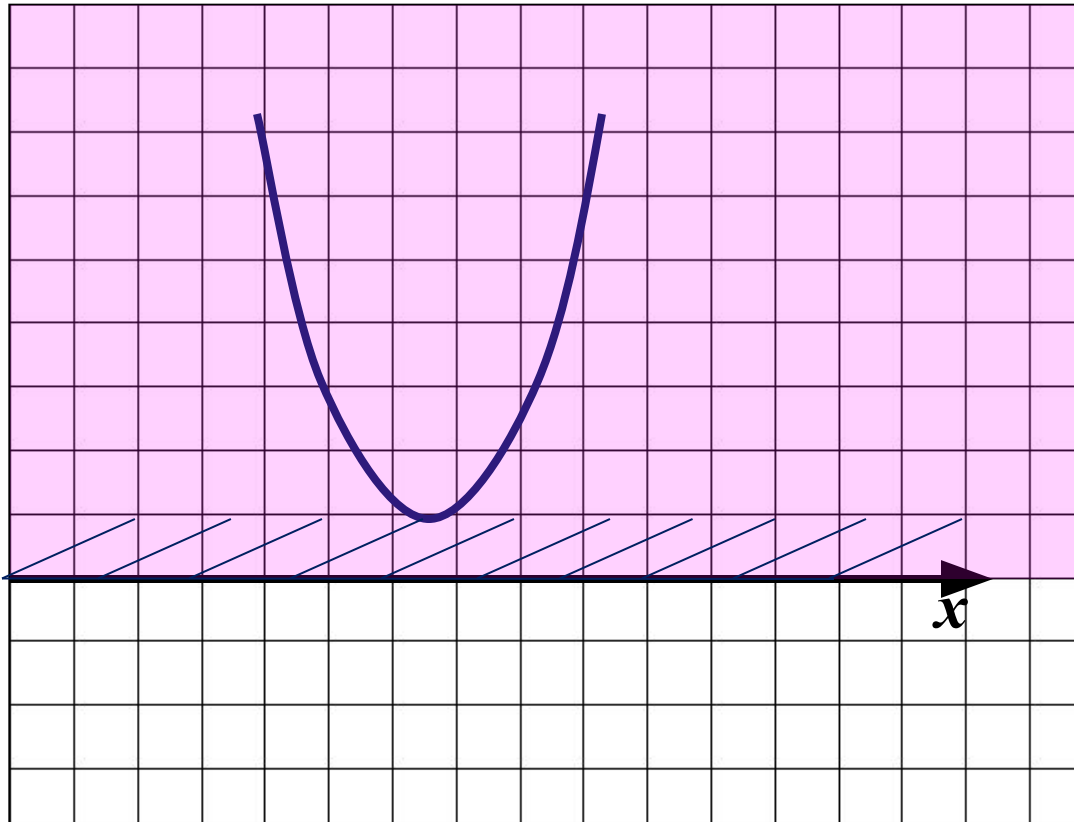
$$(-\infty; -5] \square [10; +\infty)$$



*Решите неравенство:*

**№5**  
 $x^2 - 5x + 50 > 0$

*Ответ:*  $(-\infty; +\infty)$



**№6**  
 $x^2 - 5x + 50 < 0$

*Ответ:*  $\emptyset$

# Решите неравенство:

$$x^2 - 8x + 12 < 0$$

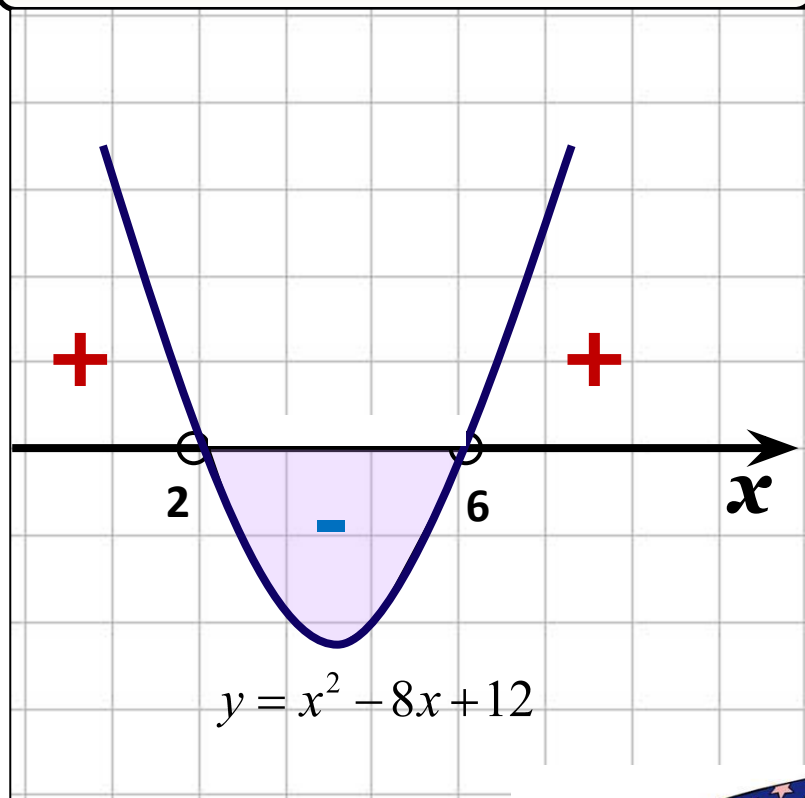
$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$



$$2 < x < 6$$

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ и } ax^2 + bx + c < 0$$

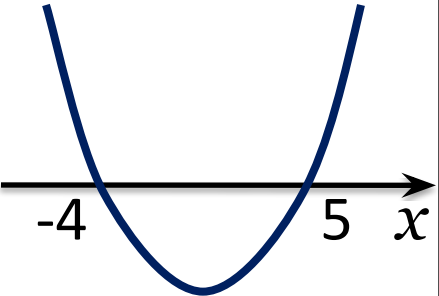



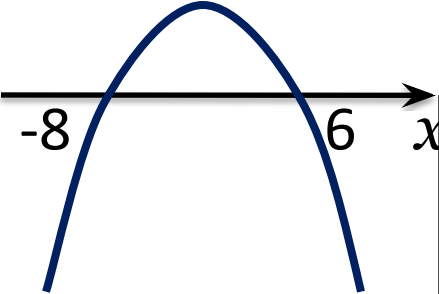





$$x \in (2; 6)$$

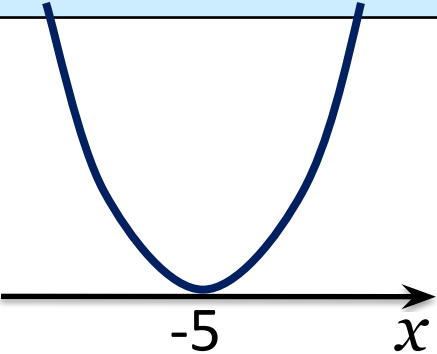



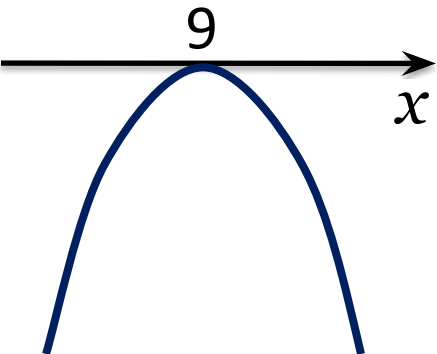







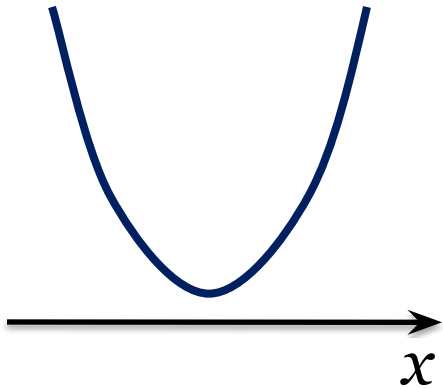



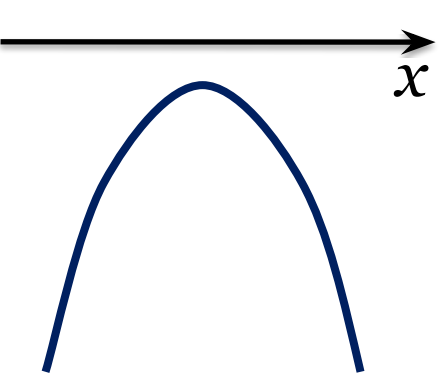



# Используя схему графика функции $f(x)$ , заполните таблицу

Схемы Значения $x$ , для которых	$f(x)=0$	$f(x)>0$	$f(x) \leq 0$
	 $x_1 = -4$ $x_2 = 5$	 $x \in (-\infty; -4) \cup (5; +\infty)$	 $x \in [-4; 5]$
	 $x_1 = -8$ $x_2 = 6$	 $x \in (-8; 6)$	 $x \in (-\infty; -8] \cup [6; +\infty)$

# Используя схему графика функции $f(x)$ , заполните таблицу

Схемы Значения $x$ , для которых	$f(x)=0$	$f(x)>0$	$f(x) \leq 0$
	 $x = -5$	 $x \in (-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$	 $\{-5\}$
	 $x = 9$	 $\emptyset$	 $x \in (-\infty; +\infty)$

# Используя схему графика функции $f(x)$ , заполните таблицу

Схемы Значения $x$ , для которых	$f(x)=0$	$f(x)>0$	$f(x)<0$
	 $\emptyset$	 $x \in (-\infty; +\infty)$	 $\emptyset$
	 $\emptyset$	 $\emptyset$	 $x \in (-\infty; +\infty)$

## Блиц-опрос.

Ученик решал квадратные неравенства и получил следующие ответы:

а)  $x < \pm 2$ ; б)  $-2 < x < 2$ ; в)  $x > \pm 3$ ; г)  $x > 3$  и  $x < -3$ .

Как вы считаете, могли ли получиться такие ответы?

Если да, то придумайте неравенства, имеющие такие решения;

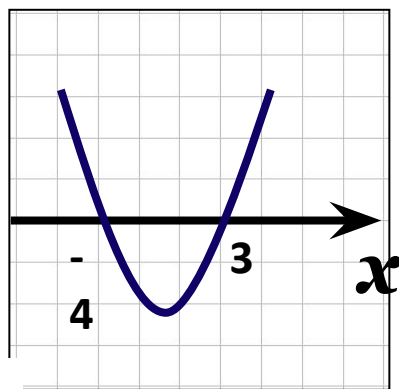
если нет, объясните, почему вы так считаете.

I вариант

Самостоятельная работа

II вариант

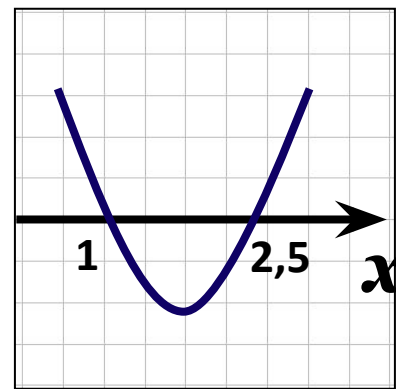
$$x^2 + x - 12 < 0$$



$$x \in (-4; 3)$$



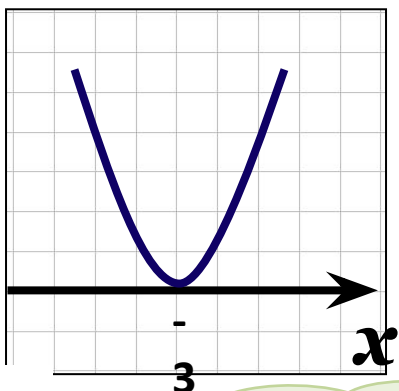
$$2x^2 - 7x + 5 > 0$$



$$x \in (-\infty; 1) \cup (2,5; +\infty)$$



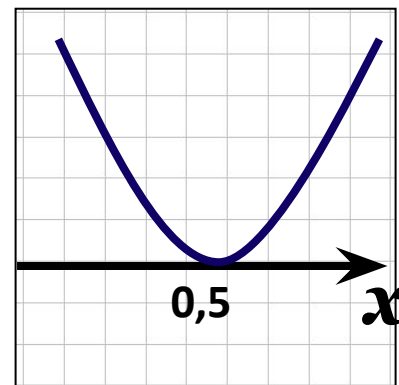
$$x^2 + 6x + 9 > 0$$



$$x \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$$



$$4x^2 - 4x + 1 < 0$$



нет решений



*Домашнее задание:*

