



Проектная работа
Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений

Выполнили ученики 10 «А»
класса средней школы №11:
Искандаров Азат Ринатович
Багавиев Ренат Рустамович
Руководитель:
Морозова Татьяна Николаевна

Что же такое тригонометрия?

Тригонометрия (от др.-греч. τρίγωνον «треугольник» и μετρέω «измеряю», то есть *измерение треугольников*) — раздел математики, в котором изучаются тригонометрические функции и их использование в геометрии. Данный термин впервые появился в 1595 г. как название книги немецкого математика Бартоломеус Питискуса (1561—1613), а сама наука ещё в глубокой древности использовалась для расчётов в астрономии, архитектуре и геодезии (науке, исследующей размеры и форму Земли).

Основные тригонометрические формулы

Соотношения между основными тригонометрическими функциями – синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом - задаются **тригонометрическими формулами**. А так как связей между тригонометрическими функциями достаточно много, то этим объясняется и обилие тригонометрических формул. Одни формулы связывают тригонометрические функции одинакового угла, другие – функции кратного угла, третьи – позволяют понизить степень, четвертые – выразить все функции через тангенс половинного угла, и т.д.

Примеры уравнений с применением основных тригонометрических формул

1) $\text{tg}^2x + 5\text{tg}x + 6 = 0$

Пусть $\text{tg}x = t$, получим

$$t^2 + 5t + 6 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1 = 1^2$$

$$t_1 = -2, t_2 = -3$$

Имеем $\text{tg}x = -3$ или $\text{tg}x = -2$

$$x = -\text{arctg}3 + \pi n,$$

$$x = -\text{arctg}2 + \pi n.$$

Ответ: $-\text{arctg}3 + \pi n,$

$$-\text{arctg}2 + \pi n.$$

2) $\sin 2x \cos x - \sin x \cos 2x = 1$

$$\sin(2x - x) = 1$$

$$x = \pi/2 + 2\pi n$$

Ответ: $\pi/2 + 2\pi n.$

3) $\sin x \cos \pi/3 + \sin \pi/3 \cos x = 0$

$$\sin(x + \pi/3) = 0$$

$$x = 2\pi/3 + \pi n$$

Ответ: $2\pi/3 + \pi n.$

Примеры уравнения с применением основных тригонометрических формул

$$4) 2\cos 2x - 3 = 8\cos x$$

$$2\cos^2 x - 2 + 2\cos^2 x - 3 - 8\cos x = 0$$

$$4\cos^2 x - 8\cos x - 5 = 0$$

Пусть $\cos x = t$, получим

$$4t^2 - 8t - 5 = 0$$

$$D = 144$$

$$t_1 = 5/2, t_2 = -1/2$$

Имеем $\cos x = -1/2$ или $\cos x = 5/2$

$x = +2\pi\sqrt{3} + 2\pi n$. Не имеет корней

Ответ: $+2\pi\sqrt{3} + 2\pi n$.

$$5) \cos x(\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \text{или} \quad \cos x = 1$$

$$x = \pi/2 + \pi n; \quad x = 2\pi n;$$

Ответ: $\pi/2 + \pi n;$

$2\pi n$.

Примеры уравнения с применением основных тригонометрических формул

$$6) 2\sin^2 x = 3\cos x$$

$$2 - 2\cos^2 x - 3\cos x = 0$$

$$2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

Пусть $\cos x = t$, получим:

$$2t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$D = 9 + 16 = 25$$

$$t_1 = -2;$$

$$t_2 = 1/2;$$

Имеем $\cos x = -2$ или $\cos x = 1/2$

Не имеет корней

$$x = \pm \pi/3 + 2\pi n;$$

Ответ: $\pm \pi/3 + 2\pi n$.

$$7) 2\cos^2 x + 3\sin x = 0$$

$$2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$$

Пусть $\sin x = t$, получим:

$$2t^2 - 3t - 2 = 0$$

$$D = 9 + 16 = 5^2$$

$$t_1 = 2;$$

$$t_2 = -1/2;$$

Имеем $\sin x = 2$ или

Не имеет корней

$$\sin x = -1/2$$

$$x_1 = -\pi/6 + 2\pi n;$$

$$x_2 = -5\pi/6 + 2\pi n;$$

Ответ: $-\pi/6 + 2\pi n$;

$-5\pi/6 + 2\pi n$;

Примеры уравнений с применением основных тригонометрических формул

$$8) \sin 2x \cos x - 3 \sin^2 x = 0$$

$$\sin x (2 \cos^2 x - 3 \sin x) = 0$$

$$\sin x = 0 \text{ или } 2 \cos^2 x - 3 \sin x = 0$$

$$x = \pi n; \quad 2 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x = 0$$

Пусть $\sin x = t$, получим

$$2t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$D = 9 + 16 = 25$$

$$t_1 = 0,5;$$

$$t_2 = -2;$$

Имеем $\sin x = 1/2$; или $\sin x = -2$

$$x_1 = \pi/6 + 2\pi n; \quad \text{Нет корней}$$

$$x_2 = 5\pi/6 + 2\pi n;$$

$$\text{Ответ: } \pi/6 + 2\pi n;$$

$$5\pi/6 + 2\pi n;$$

$$\pi n;$$

$$9) \cos x \cos \pi/4 - \sin x \sin \pi/4 = 0$$

$$\cos(x + \pi/4) = 0$$

$$x = \pi/4 + \pi n$$

$$\text{Ответ: } \pi/4 + \pi n.$$

$$10) \cos 5x \cos 4x + \sin 5x \sin 4x = 1$$

$$\cos(5x - 4x) = 1$$

$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi n;$$

$$\text{Ответ: } 2\pi n.$$