«Без уравнения нет математики как средства познания природы»

академик П. С.Александров

Решение тригонометрических уравнений

Установите соответствие(математическое лото):

1	$\sin x = 0$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
2	$\cos x = -1$	$2\pi k, \quad k \in Z$
		$\pi k, \quad k \in Z$
3	$\sin x = 1$	$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$
4	$\cos x = 1$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
5	$tg\, x = 1$	
6	$\sin x = -1$	$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$
7	$\cos x = 0$	$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$

Установите соответствие:

1	$\sin x = 0$
2	$\cos x = -1$
3	$\sin x = 1$
4	$\cos x = 1$
5	$tg\, x = 1$
6	$\sin x = -1$
7	$\cos x = 0$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\pi k, \quad k \in Z$$

$$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$$

Назовите основные методы решения тригонометрических уравнений

- Введение новой переменной.
- Разложение на множители.
- Метод предварительного преобразования с помощью формул

Кто быстрее? Математическая эстафета.

а) $\sin^2 x + 4\cos x = 2{,}75$;

решение

б) $\mathrm{tg}\, x + 3\mathrm{ctg}\, x = 4$;

решение

в) $2 \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 0$;

решение

г) $5 \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x = 2$.

решение

д) $\cos x - \sin x = 1$ (решение показать на доске, желательно несколькими способами) а) $\sin^2 x + 4\cos x = 2{,}75;$

$1 - \cos^2 x + 4\cos x = 2{,}75;$

Пусть $\cos x = t,\ |t| \le 1,$ тогда

$t^2 - 4t + 1{,}75 = 0;$

$D = 16 - 4 \cdot 1{,}75 = 16 - 7 = 9;$

$$t = \frac{-(-4) \pm 3}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1}{2}, \\ t = 3{,}5; \end{array}\right.$$

$$t = \frac{1}{2}$$

Вернёмся к исходной переменной:

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$$

$$\textit{Ответ}: \{\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k \,/\, k \in Z\}$$

б) tg x + 3ctg x = 4;

$$tgx + \frac{3}{tgx} = 4;$$

Пусть tg x = t, тогда

$t^2 - 4t + 3 = 0;$

По свойству коэффициентов квадратного уравнения (a+b+c = 0):

$$\left[\begin{array}{l} t = 1, \\ t = 3; \end{array}\right.$$

Вернёмся к исходной переменной:

$$\left[\begin{array}{l} tgx = 1, \\ tgx = 3; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z, \\ x = arctg3 + \pi n, n \in Z; \end{array}\right.$$

$$Ответ: \{\frac{\pi}{4} + \pi k, arctg3 + \pi n / k, n \in Z\}$$

в) $2\sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 0$;

$\cos x(2\sin x - \cos x) = 0$;

$$\left[\begin{array}{l} \cos x = 0, \\ 2\sin x - \cos x = 0; \quad / : \cos x \neq 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, \\ 2tgx - 1 = 0; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, \\ tgx = \dfrac{1}{2}; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, \\ x = arctg\dfrac{1}{2} + \pi n, n \in Z. \end{array}\right.$$

$$Ответ: \{\frac{\pi}{2} + \pi k, arctg\frac{1}{2} + \pi n \,/\, k, n \in Z\}$$

г) $5\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x = 2;$

$5\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x = 2\cos^2 x + 2\sin^2 x;$

$3\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 4\cos^2 x = 0;$ $\quad / : \cos^2 x \neq 0$

$3tg^2 x + tg\, x - 4 = 0;$

Пусть tg x = t, тогда

$3t^2 + t - 4 = 0;$

По свойству коэффициентов квадратного уравнения (a+b+c = 0):

$$\left[\begin{array}{l} t = 1, \\ t = -\dfrac{4}{3}; \end{array}\right.$$

Вернёмся к исходной переменной:

$$\left[\begin{array}{l} tgx = 1, \\ tgx = -\dfrac{4}{3}; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z, \\ x = -arctg\dfrac{4}{3} + \pi n, n \in Z. \end{array}\right.$$

$$Ответ : \{\frac{\pi}{4} + \pi k, -arctg\frac{4}{3} + \pi n \,/\, k, n \in Z\}$$

$$2\pi k \le x - \frac{\pi}{4} \le \pi + 2\pi k; \quad / + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k \le x \le \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k \le x \le \frac{5\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$Ответ: [\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{5\pi}{4} + 2\pi \kappa], \kappa \in Z$$

Можно или нельзя? А каким образом? Систематизация знаний.

- 1) $\sin x + \cos x = 0$
- 2) $\sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 6 \cos^2 x = 0$

  3) $4 \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$

А «кто» тут лишний?

Метод решения.

1) $\sin 4x + \sin 2x = 0$

2) $\arcsin(x + 1) = \dfrac{\pi}{6}$

3) $8 \cos 6x + 4 \cos x = 0$

До За:

Решение уравнений (индивидуальные карточки с заданиями), №175(б, в) и №176 (б)-

дополнительно определенной группе учащихся.