

**«Без уравнения нет математики как средства
познания природы»**

академик П. С.Александров

Решение тригонометрических уравнений

Установите соответствие (математическое лото):

1

$$\sin x = 0$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

2

$$\cos x = -1$$

$$2\pi k, \quad k \in Z$$
$$\pi k, \quad k \in Z$$

3

$$\sin x = 1$$

$$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$$

4

$$\cos x = 1$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

5

$$\operatorname{tg} x = 1$$

$$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

6

$$\sin x = -1$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$$

7

$$\cos x = 0$$

Установите соответстие:

1	$\sin x = 0$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$
2	$\cos x = -1$	$2\pi k, k \in Z$
3	$\sin x = 1$	$\pi k, k \in Z$
4	$\cos x = 1$	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$
5	$\operatorname{tg} x = 1$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$
6	$\sin x = -1$	$\pi + 2\pi k, k \in Z$
7	$\cos x = 0$	$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$

Назовите основные методы решения тригонометрических уравнений

- Введение новой переменной.
- Разложение на множители.
- Метод предварительного преобразования с помощью формул

Кто быстрее? Математическая эстафета.

а) $\sin^2 x + 4 \cos x = 2,75;$

решени
е

б) $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 4;$

решени
е

в) $2 \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 0;$

решени
е

г) $5 \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x = 2.$

решени
е

д) $\cos x - \sin x = 1$ (решение показать на доске, желательно несколькими способами)

$$a) \sin^2 x + 4 \cos x = 2,75;$$

$$1 - \cos^2 x + 4 \cos x = 2,75;$$

Пусть $\cos x = t$, $|t| \leq 1$,

тогда

$$t^2 - 4t + 1,75 = 0;$$

$$D = 16 - 4 \cdot 1,75 = 16 - 7 = 9;$$

$$t = \frac{-(-4) \pm 3}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{2}, \\ t = 3,5; \end{array} \right.$$

$$t = \frac{1}{2}$$

Вернёмся к исходной переменной:

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k / k \in Z \right\}$$



$$\text{б) } \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 4;$$

$$\operatorname{tg} x + \frac{3}{\operatorname{tg} x} = 4;$$

Пусть $\operatorname{tg} x = t$,

тогда
 $t^2 - 4t + 3 = 0;$

По свойству коэффициентов квадратного уравнения ($a+b+c = 0$):

$$\left[\begin{array}{l} t = 1, \\ t = 3; \end{array} \right.$$

Вернёмся к исходной

переменной:

$$\left[\operatorname{tg} x = 1, \right.$$

$$\left[\operatorname{tg} x = 3; \right.$$
$$\left[x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z, \right.$$

$$\left[x = \operatorname{arctg} 3 + \pi n, n \in Z; \right.$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{\pi}{4} + \pi k, \right.$$

$$\left. \operatorname{arctg} 3 + \pi n / k, n \in Z \right\}$$



$$B) 2 \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x =$$

$$0; \quad \cos x(2 \sin x - \cos x) = 0;$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos x = 0, \\ 2 \sin x - \cos x = 0; \quad / : \cos x \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, \\ 2 \operatorname{tg} x - 1 = 0; \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, \\ \operatorname{tg} x = \frac{1}{2}; \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, \\ x = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n, n \in Z. \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k, \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n / k, n \in Z \right\}$$



$$\text{г) } 5 \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x = 2;$$

$$5 \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x = 2 \cos^2 x + 2 \sin^2 x;$$

$$3 \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x = 0; \quad / : \cos^2 x \neq 0$$

$$3 \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 4 = 0;$$

Пусть $\operatorname{tg} x = t$,

тогда
$$3t^2 + t - 4 = 0;$$

По свойству коэффициентов
квадратного уравнения ($a+b+c=0$):

$$\left[\begin{array}{l} t = 1, \\ t = -\frac{4}{3}; \end{array} \right.$$

Вернёмся к исходной
переменной:

$$\left[\operatorname{tg} x = -\frac{4}{3}; \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z, \\ x = -\operatorname{arctg} \frac{4}{3} + \pi n, n \in Z. \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{\pi}{4} + \pi k, \right. \\ \left. -\operatorname{arctg} \frac{4}{3} + \pi n / k, n \in Z \right\}$$

$$2\pi k \leq x - \frac{\pi}{4} \leq \pi + 2\pi k; \quad / + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq \frac{5\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$\text{Ответ: } \left[\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \right], k \in \mathbb{Z}$$

Можно или нельзя? А каким образом?
Систематизация знаний.

- 1) $\sin x + \cos x = 0$
- 2) $\sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 6 \cos^2 x = 0$
- 3) $4 \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$

А «КТО» ТУТ ЛИШНИЙ?

Метод решения.

1) $\sin^4 x + \sin^2 x = 0$

2) $\arcsin(x + 1) = \frac{\pi}{6}$

3) $8 \cos 6x + 4 \cos x = 0$

До За:

Решение уравнений

(индивидуальные

карточки с заданиями),

№175(б, в) и №176 (б)-

дополнительно определенной

группе учащихся.