Урок алгебры и начала анализа
11 класс

Седнева Ольга Геннадьевна,
учитель математики
МБОУ «Лянторская СОШ №6»

Тема урока:

«Общие методы решения уравнений»

Дидактическая цель: создать условия для усвоения новых знаний учащимися с ориентацией на их практическое применение; обеспечить усвоение учащимися требований государственного образовательного стандарта по теме «Общие методы решения уравнений»

***Образовательные цели*:** способствовать формированию у учащихся предметных компетенций:

- знать общие методы решения уравнений на примере решения иррациональных, показательных, логарифмических уравнений;
- применять общие методы при решении иррациональных, показательных, логарифмических уравнений;
- использовать различные языки математики (словесного, символического, графического) при решении иррациональных, показательных, логарифмических уравнений.

***Развивающие цели*:** способствовать развитию у учащихся метапредметных компетенций:

- Мыслительной и речевой деятельности, навыка сотрудничества;
- умения управлять собственной деятельностью.

***Воспитательные цели*:** способствовать формированию у учащихся личностных компетенций:

- умения субъектного целеполагания (постановка учебных целей самим учеником, осознанное принятие решение);
- самооценки (оценка результатов собственной деятельности на уроке).

Требования к знаниям и умениям

Учащиеся должны знать:

- основные методы решения алгебраических уравнений: метод разложения на множители, метод введения новой переменной, функционально-графический метод

Учащиеся должны уметь:

- применять данные методы при решении рациональных уравнений степени выше 2, показательных, логарифмических, иррациональных уравнений

На изучение темы «Общие методы решения уравнений» по программе отводится 4 часа. Данный урок – первый.

Тип урока: урок усвоения нового материала учащимися (по Конаржевскому Ю. А.)

Методы обучения: словесный, репродуктивный, наглядно–иллюстративный, частично–поисковый

Форма организации учебной деятельности: комбинированная (фронтальная, индивидуальная, парная работа учащихся)

Оборудование, необходимые материалы:

учебник «Алгебра и начала анализа 11» А.Г. Мордкович;

компьютер, проектор, интерактивная доска;

карта учащихся.

Этапы урока

1. Организационный момент - 2 мин.
2. Подготовка учащихся к активному сознательному усвоению знаний – 3 мин.
3. Усвоение новых знаний – 10 мин.
4. Физкультминутка – 2 мин.
5. Закрепление новых знаний – 18 мин.
6. Информация учащихся о домашнем задании – 2 мин.
7. Подведение итогов урока, рефлексия – 3 мин.

«Знание – сокровище,
которое повсюду следует за тем,
кто им обладает» (китайская поговорка)

1. Организационный момент

Дидактическая задача. Обеспечить нормальную внешнюю обстановку для работы на уроке, психологически подготовить учащихся к общению и предстоящему занятию.

Содержание этапа.

1.Взаимное приветствие учителя и учащихся.
2.Определение отсутствующих учащихся на уроке.
3.Проверка готовности учащихся к уроку.
4.Проверка подготовленности классного помещения к уроку.
5.Организация внимания учащихся.

Девиз урока:

«Я слышу – я забываю, я вижу – я запоминаю, я делаю – я понимаю» В. Гюго

2. Подготовка учащихся к активному сознательному усвоению знаний

Дидактическая задача. Организовать и целенаправить познавательную деятельность учащихся, подготовить их к усвоению нового материала. Учить учащихся формулировать цели учения и выбирать конкретные средства для их достижения.

Содержание этапа.

1.Учитель сообщает тему урока учащимся .

2.Учащиеся записывают число, классная работа и тему урока в рабочих тетрадях .

3. Учащиеся по формулировке темы ставят для себя цели и задачи учения на урок.

4.Учащиеся поясняют, где смогут применить знания, полученные на уроке.

3. Усвоение новых знаний

Дидактическая задача. Дать учащимся конкретное представление об основной идее изучаемого вопроса.

Содержание этапа.

1.Выступление 4 учащихся с фрагментами собственных презентаций по методам решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений .

2.Учащиеся называют общие методы решения уравнений.

Записывают опорный конспект в тетрадях.

Методы решения иррациональных уравнений

1. Замена уравнения равносильным

I. Способ

$$\sqrt{2x-3}+\sqrt{4x+1}=4$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$2x-3+2\sqrt{2x-3}\sqrt{4x+1}+4x+1=4^2$$

$$2\sqrt{(2x-3)(4x+1)}=16-6x+2,$$

$$2\sqrt{8x^2+2x-12x-3}=18-6x,$$

$$\sqrt{8x^2-10x-3}=9-3x,$$

возведем обе части уравнения в квадрат

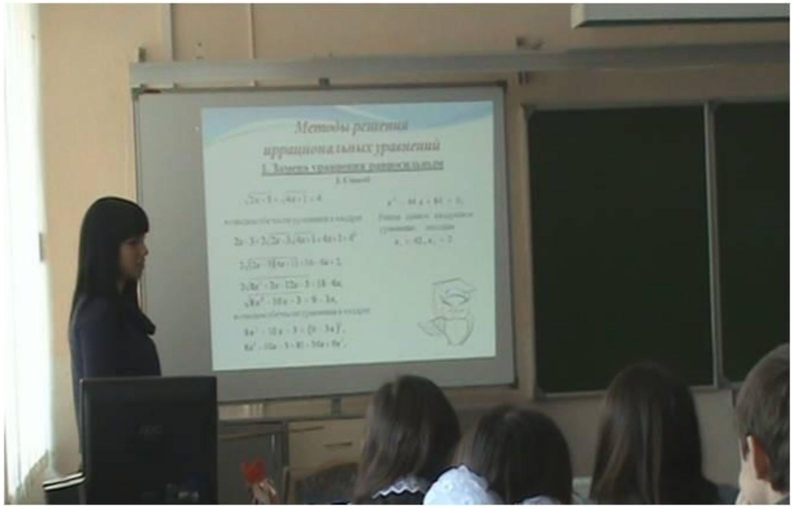
$$8x^2-10x-3=(9-3x)^2,$$

$$8x^2-10x-3=81-54x+9x^2,$$

$$x^2-44x+84=0,$$

Решая данное квадратное уравнение, находим

$$x_1=42, x_2=2.$$



Проверка:

1) Если x = 42, то

$$\sqrt{2\cdot 42-3}+\sqrt{4\cdot 42+1}=4,$$
$$\sqrt{81}+\sqrt{169}=4,$$
$$9+13=4,$$
$$22=4, \textit{неверно}$$

Значит, число 42 не является корнем уравнения.

2) Если x=2, то

$$\sqrt{4-3}+\sqrt{8+1}=4,$$
$$1+3=4,$$
$$4=4, \textit{верно}$$

Значит, число 2 является корнем уравнения.

Ответ: 2

II. Способ

$$\sqrt{2x-3}+\sqrt{4x+1}=4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3+2\sqrt{2x-3}\sqrt{4x+1}+4x+1=4^2, \\ 2x-3\ge 0, \\ 4x+1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{(2x-3)(4x+1)}=16-6x+2, \\ x\ge 1{,}5, \\ x\ge -\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{8x^2+2x-12x-3}=18-6x, \\ x\ge 1{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{8x^2-10x-3}=9-3x, \\ x\ge 1{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x^2-10x-3=(9-3x)^2, \\ x\ge 1{,}5, \\ 9-3x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x^2-10x-3=81-54x+9x^2, \\ x\ge 1{,}5, \\ x\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-44x+84=0, \\ 1{,}5\le x\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=42, \\ x=2, \end{array}\right. \\ 1{,}5\le x\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$$

Ответ: 2.

2. Разложение на множители

$$\sqrt{x-3}\cdot x^2 = 4\cdot\sqrt{x-3} \Leftrightarrow \sqrt{x-3}\cdot(x^2-4)=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sqrt{x-3}=0, \\ x^2-4=0, \end{array}\right. \\ x-3\geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=3, \\ x=-2, \\ x=2, \end{array}\right. \\ x\geq 3. \end{cases}$$

Числа -2 и 2 посторонние корни, т.к. не удовлетворяют условию $x \geq 3$.

Ответ. $x = 3$.

3. Введение новой переменной

$$2x^2 + 3x + \sqrt{2x^2 + 3x + 9} = 33 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 9 - 9 + \sqrt{2x^2 + 3x + 9} = 33.$$

ОДЗ: x – любое число.

Пусть $\sqrt{2x^2 + 3x + 9} = t,$ где t ≥ 0, тогда исходное уравнение примет вид

$$t^2 + t - 42 = 0.$$

Решая данное квадратное уравнение, находим, что $t_1 = -7, t_2 = 6.$

Число – 7 посторонний корень, т.к. не удовлетворяет условию t ≥ 0.

Если t = 6, то $\sqrt{2x^2 + 3x + 9} = 6 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 9 = 36 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 27 = 0.$

Решая данное уравнение, находим $x_1 = -4{,}5; x_2 = 3.$

Ответ. x= - 4,5; x = 3.

Методы решения показательных уравнений:

1. Замена уравнения равносильным

$$5^x \cdot 0{,}2 = 125^{\frac{x}{2}} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow 5^x \cdot 5^{-1} = 5^{\frac{3x}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 5^{x-1} = 5^{\frac{3x+1}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = \frac{3x+1}{2} \Rightarrow x = -3.$$

Ответ. $x = -3$.

2. Введение новой переменной

$$4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24 \Leftrightarrow 2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 24 = 0.$$

Пусть $2^x = t,$ где $t > 0,$ тогда уравнение примет вид $t^2 - 5t - 24 = 0.$

Решая данное квадратное уравнение, находим, что $t_1 = -3, t_2 = 8.$

Корень $t = -3$ не удовлетворяет условию $t > 0.$

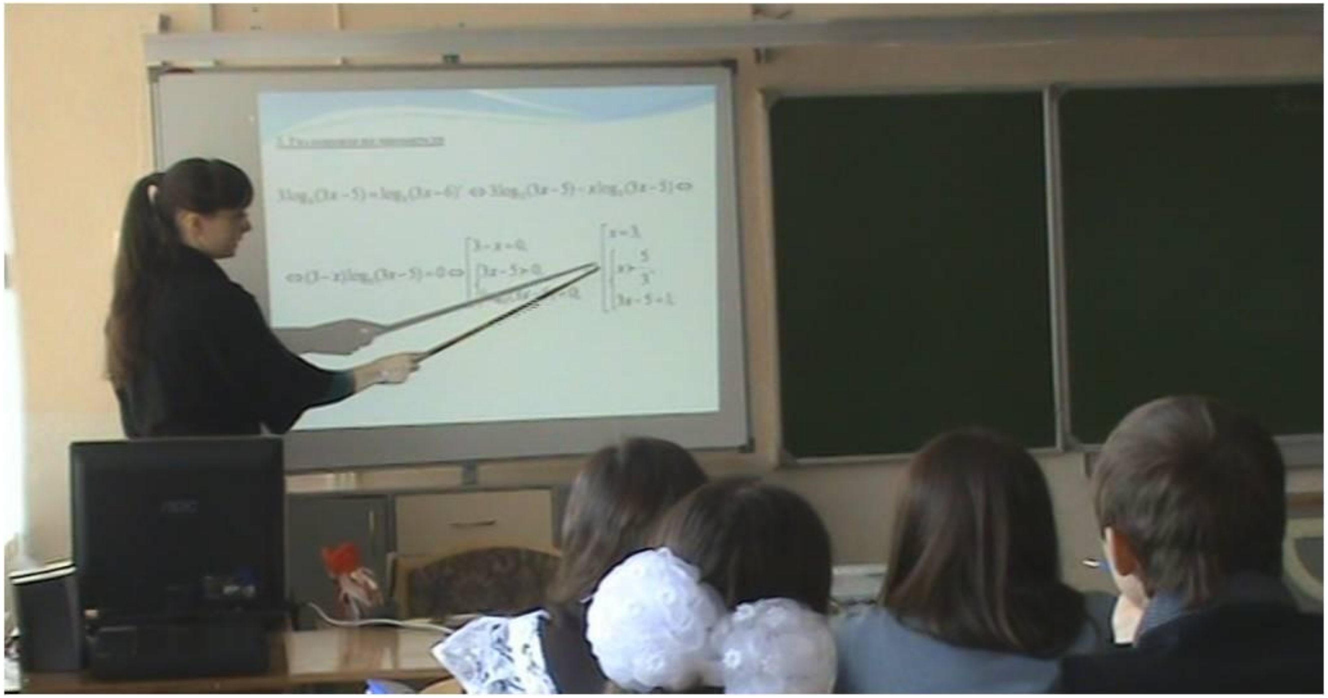
Следовательно, решим уравнение $2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3 \Leftrightarrow x = 3.$

Ответ. $x = 3$.

3. Разложение на множители

$$5^{x+1} - 5^{x-1} = 24 \Leftrightarrow 5 \cdot 5^x - \frac{1}{5} \cdot 5^x = 24 \Leftrightarrow 5^x(5 - \frac{1}{5}) = 24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5^x = 5 \Leftrightarrow x = 1.$$



Методы решения логарифмических уравнений

1. Введение новой переменной

$$\lg^2 x - \lg x^3 + 2 = 0,$$

$$\lg^2 x - 3\lg x + 2 = 0.$$

ОДЗ: x>0. Пусть $\lg x = t$, тогда уравнение примет вид

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

Решив данное квадратное уравнение, находим его корни $t_1 = 1, t_2 = 2.$

Следовательно, $\lg x = 1,\quad \lg x = 2,$

$x = 10.\quad x = 100.$

Ответ. $x = 10;\ x = 100.$

2. Замена уравнения равносильным

$$\log_3(x+1)+\log_3(x+3)=1 \Leftrightarrow \log_3(x+1)(x+3)=1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0, \\ x+3 > 0, \\ (x+1)(x+3)=3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1, \\ x^2+4x=0. \end{cases}$$

Решая квадратное уравнение $x^2+4x=0,$ находим, что $x_1=0, x_2=-4.$

Корень x = -4, не удовлетворяет условию $x > -1.$

Ответ. $x=0.$

3. Разложение на множители

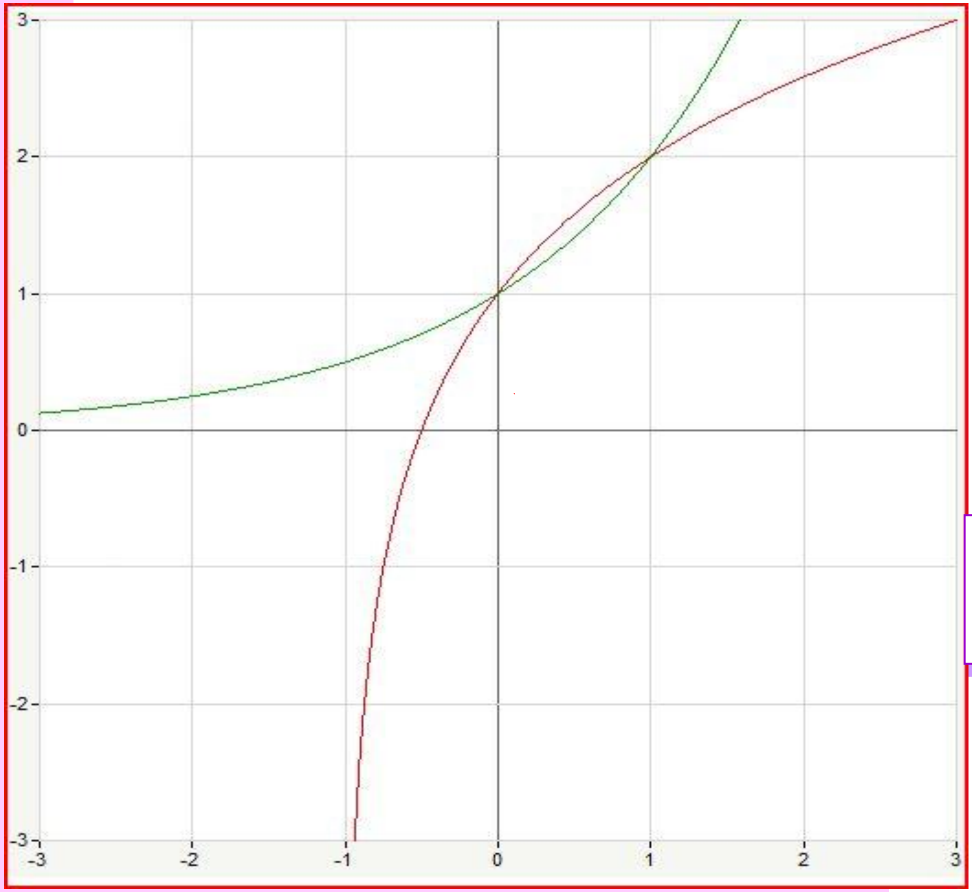
$$3\log_2(3x-5)=\log_2(3x-6)^x \Leftrightarrow 3\log_2(3x-5)-x\log_2(3x-5)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (3-x)\log_2(3x-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-x=0, \\ \begin{cases} 3x-5>0, \\ \log_2(3x-5)=0; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3, \\ \begin{cases} x>\dfrac{5}{3}, \\ 3x-5=1; \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ. $x=2$, $x=3$.

Функционально-графический метод:

$$1 + \log_2(x+1) = 2^x$$



$$y = 1+\log_2(x+1)$$
$$y = 2^x$$

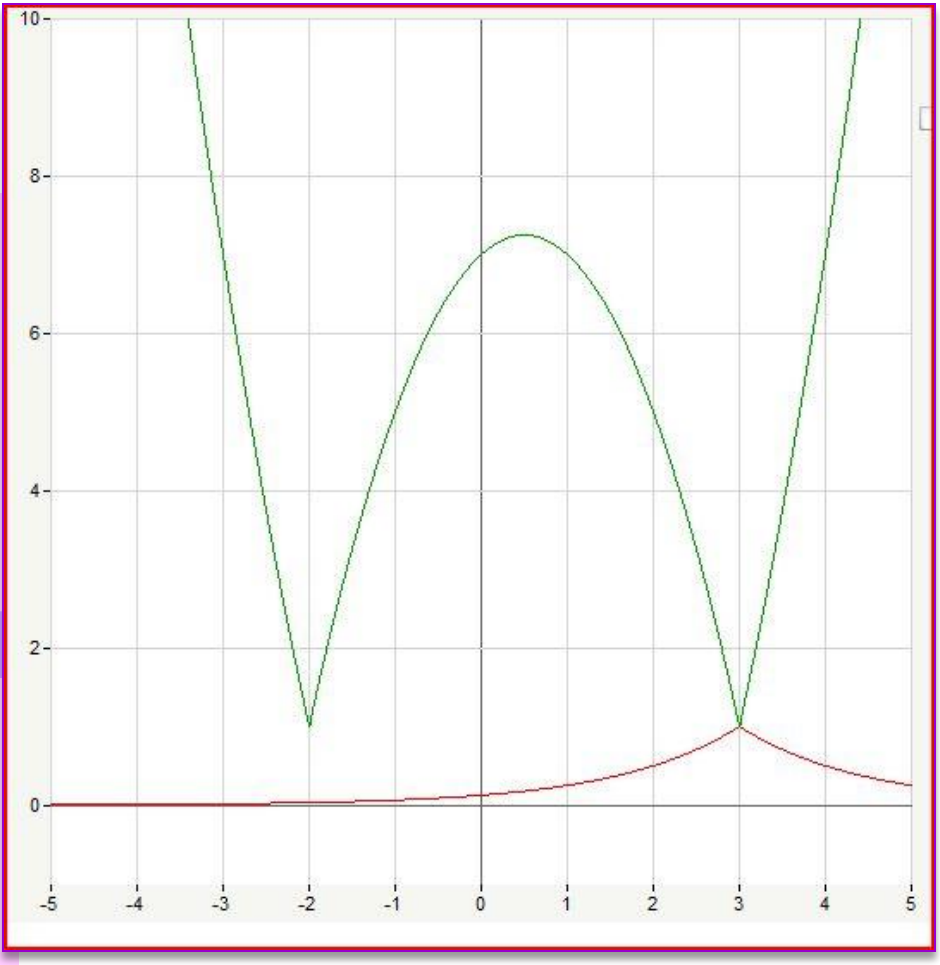
Ответ: 0; 1.

Функционально-графический метод

$$2^{-|x-3|} - |x^2 - x - 6| + 1 = 0.$$

$$y = 2^{-|x-3|},$$
$$y = |x^2 - x - 6| + 1.$$

Ответ: x=3.



Общие методы решения уравнений:

(Опорный конспект)

1.Метод разложения на множители.

Уравнение f(x)g(x)h(x)=0 заменить совокупностью уравнений f(x)=0, g(x)=0, h(x)=0. Необходима проверка корней.

2.Метод введения новой переменной.

Пусть g(x)=t, тогда уравнение p(g(x))=0 равносильно уравнению p(t)=0.

3.Метод замены уравнения равносильным.

При решении показательных уравнений: уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$(a >0, a≠1) равносильно f(x) = g(x).

При решении логарифмических уравнений: уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ (f(x) > 0, g(x)>0, a>0, a≠1) равносильно f (x) = g(x).

При решении иррациональных уравнений (можно применять, если функции монотонны): уравнение $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$ равносильно f(x) = g(x).

4.Функционально-графический метод .

f(x)=g(x)

-построение графиков функций y=f(x) и y=g(x); определение абсциссы точек пересечения графиков.

-использование свойств функций: монотонности, наибольшего и наименьшего значений на промежутке X.

4.Физкультминутка

Задача: снять усталость и напряжение

Содержание этапа:

Выполнить стоя упражнения под музыку:

- вытянуть руки вперед;
- дотронуться до кончика носа правой, левой рукой;
- встряхнуть кистями рук;
- наклонить голову вперед, назад;
- повернуть туловище налево, направо;
- выпрямить спину, сесть прямо.

«Берись за то, что по плечу» **(узбекская поговорка)**

5. Закрепление новых знаний

Дидактическая задача. Закрепить знание учащимися общих методов решения иррациональных, показательных, логарифмических уравнений; вырабатывать соответствующие навыки и умения; выявить пробелы в знаниях учащихся.

Содержание этапа.

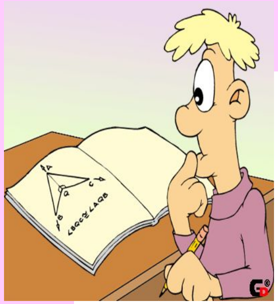
1.Учащиеся выполняют самостоятельную работу. Уровень сложности работы учащиеся выбирают самостоятельно.

2.Взаимопроверка работ. Заполнение карты учащихся.

3.Подведение итогов.

Поднимите руки, кто выполнил работу на «5», на «4», на «3».

Какие примеры вызвали затруднение?



Самостоятельная работа

Вариант А.	Вариант В.
$1)\ 4 - x = \sqrt{x^2 - 8},$	$1)\ 9^{\sqrt{x-2}} - 7 \cdot 3^{\sqrt{x-2}} = 18,$
$2)\ \lg(4x-3) = 2\lg x,$	$2)\ 2^x \cdot x - 4x - 4 + 2^x = 0,$
$3)\ x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0,$	$3)\ \sqrt{16 + x^2} + x = 5,$
$4)\ x - \sqrt{x} - 2 = 0,$	$4)\ \log_{\sqrt{3}} x^2 = \log_{\sqrt{3}}(9x - 20),$
$5)\ x^3 = 6 + x.$	$5)\ 2^x = 6 - x.$

Ответы.

Вариант – А.	*Вариант – В.*
1) 3;	1) 6;
2) 1; 3;	2) - 1; 2;
3) - 3; -1; 3;	3) 0,9;
4) 4;	4) 4; 5;
5) 2.	5) 2.

Карта учащихся

Фамилия ____________ Вариант ___ Тема урока _________________________________

Цели урока ________________________________
____
____

№ задания	Вариант ответа
1	
2	
3	
4	
5	

Критерии оценивания:
«5» - 5
«4» - 4
«3» - 3

«Знания, которые не пополняются ежедневно, убывают с каждым днем»
(французская поговорка)

6. Информация о домашнем задании

Дидактическая задача. Сообщить учащимся о домашнем задании, разъяснить методику его выполнения, мотивировать необходимость и обязательность выполнения домашнего задания.

Содержание этапа.
1. Все учащиеся, которые неверно решили уравнения, выполняют работу над ошибками.
2.Учащимся предлагаются два варианта домашнего задания.
3.Учащиеся самостоятельно в зависимости от успешности работы на уроке выбирают вариант домашнего задания.

- *Выполнить работу над ошибками.*

- *Вариант – 1.* § 56 №1681 (а,б), 1689, 1712.

- *Вариант – 2.* Составить диагностическую работу (уровня А или уровня В с решением).

7. Подведение итогов урока, рефлексия

Дидактическая задача. Выявить степень осознания учащимися собственной учебной деятельности на уроке

Содержание этапа.

1.Учащиеся отвечают на вопросы учителя:

- Какая была тема урока?
- Какие общие методы решения уравнений вы знаете?

2.Рефлексия.

Как прошел для вас урок? С каким настроением вы уходите с урока?
(учащиеся выбирают одно из изображений и получают совет народной мудрости)

«Жизни человека есть предел, учению – нет»
(китайская поговорка)

«Ни один сосуд не вмещает в себя больше своего объёма, кроме сосуда знаний, - он постоянно расширяется»
(арабская поговорка)

«Не бойся, что не знаешь, бойся, что не учишься»
(китайская поговорка)

Спасибо за урок! До свидания.

Источники информации

1) А.Г. Мордкович. Алгебра и начала анализа. 10 – 11 классы. Ч. 1: учебник для общеобразовательных учреждений, ч. 2 для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2007
2) А.Г. Мордкович. Алгебра и начала анализа. Методическое пособие для учителя.
3) О.Ю. Черкасов. Математика. Пособие для поступающих в вузы: учебное пособие. – М.: Дрофа, 2010
4) Э.Н. Балаян. Репетитор по математике для поступающих в вузы. – Ростов н/Д: Феникс, 2005
5) В.К. Егерев, В.В. Зайцев, Б.А. Кордемский и др.; Под ред. М.И. Сканави. – М.:ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2009
6) С. Ковалева. 7000 золотых пословиц и поговорок. – М.: ООО «Фирма «Издательство АСТ», 1999