

# Задача КОММИВОЯЖЕРА

Презентация

# Задача коммивояжера

- Коммивояжёр (фр. *commissaire voyageur*) — бродячий торговец. Задача коммивояжера — важная задача транспортной логистики, отрасли, занимающейся планированием транспортных перевозок. Коммивояжёру, чтобы распродать нужные в хозяйстве товары, следует объехать  $n$  пунктов и в конце концов вернуться в исходный пункт. Требуется определить наиболее выгодный маршрут объезда. В качестве меры выгодности маршрута (точнее говоря, невыгодности) может служить суммарное время в пути, суммарная стоимость дороги, или, в простейшем случае, длина маршрута.

# Задача коммивояжера



Это оптимальный маршрут коммивояжера через 15 крупнейших городов Германии. Указанный маршрут является самым коротким из всех возможных 43 589 145 600 вариантов.

# Задача коммивояжера

- Точно неизвестно, когда проблему коммивояжера исследовали впервые. Однако, известна изданная в 1832 году книга с названием «Коммивояжёр — как он должен вести себя и что должен делать для того, чтобы доставлять товар и иметь успех в своих делах — советы старого курьера», в которой описана проблема, но математический аппарат для её решения не применяется. Зато в ней предложены примеры маршрутов для некоторых регионов Германии и Швейцарии.

# Задача коммивояжера

- Ранним вариантом задачи может рассматриваться задача Уильяма Гамильтона 19 века, которая заключалась в том, чтобы найти маршруты на графе с 20 узлами. Первые упоминания в качестве математической задачи на оптимизацию принадлежат Карлу Менгеру.
- Больших успехов удалось достичь в конце 1970-х и 1980-х годах, когда Мартин Грётчел, Манфред Падберг и Джованни Ринальди и другие, с применением новых методов деления плоскостью, ветвей и границ вычислили решение для отдельного случая задачи с 2393 городами.
- В марте 2005 года задача с 33 810 узлами была решена программой *Конкорд*: был вычислен путь длиной в 66 048 945 и доказано отсутствие более коротких путей.

# Задача коммивояжера

- Совершенно очевидно, что задача может быть решена перебором всех вариантов объезда и выбором оптимального. Беда в том, что количество возможных маршрутов очень быстро возрастает с ростом  $n$  (оно равно  $n!$  — количеству способов упорядочения  $n$  пунктов). К примеру, для 100 точек количество вариантов будет представляться 158-значным числом.

# Задача коммивояжера

- Может быть, алгоритм, основанный на полном переборе вариантов, не является самым эффективным (в смысле быстродействия) для решения задачи коммивояжера? Увы, доказано, что не существует алгоритма решения, имеющего степенную сложность (то есть требующего порядка  $n^a$  операций для некоторого  $a$ ) — любой алгоритм будет хуже.
- В таком случае следует отказаться от попыток отыскать точное решение задачи коммивояжера и сосредоточиться на поиске приближённого — пускай не оптимального, но хотя бы близкого к нему. В виду большой практической важности задачи полезными будут и приближённые решения.

# Задача коммивояжера

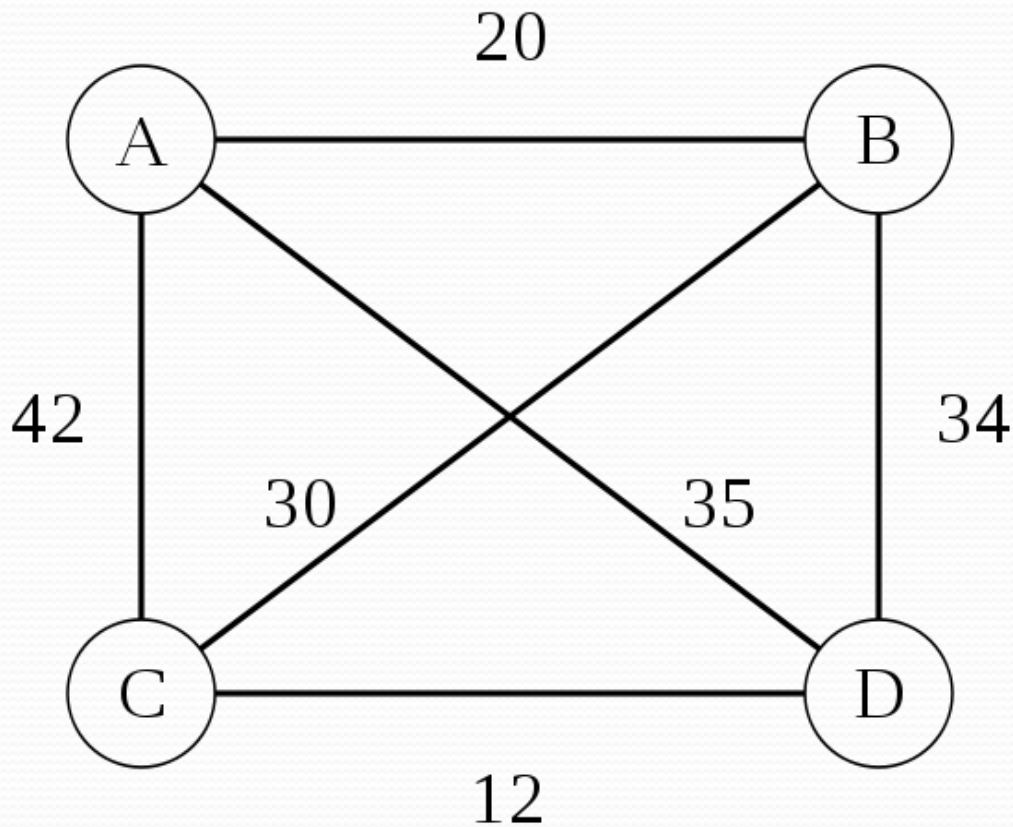
- Для возможности применения математического аппарата для решения проблемы её следует представить в виде математической модели. Проблему коммивояжера можно представить в виде модели на графе, то есть, используя вершины и ребра между ними. Таким образом, вершины графа соответствуют городам, а рёбра  $(i, j)$  между вершинами  $i$  и  $j$  — пути сообщения между этими городами. Каждому ребру  $(i, j)$  можно сопоставить критерий выгодности маршрута  $c_{ij} \geq 0$ , который можно понимать как, например, расстояние между городами, время или стоимость поездки.



# Задача коммивояжера

- Гамильтоновым циклом называется маршрут, включающий ровно по одному разу каждую вершину графа.
- В целях упрощения задачи и гарантии существования маршрута обычно считается, что модельный граф задачи является полностью связным, то есть, что между произвольной парой вершин существует ребро. В тех случаях, когда между отдельными городами не существует сообщения, этого можно достичь путём ввода рёбер с максимальной длиной. Из-за большой длины такое ребро никогда не попадет к оптимальному маршруту, если он существует.
- Таким образом, решение задачи коммивояжера — это нахождение гамильтонова цикла минимального веса в полном взвешенном графе.

# Симметричная задача для четырёх городов



Маршрутом (также гамильтоновым маршрутом) принято называть маршрут на таком графе, в который входит по одному разу каждая вершина графа. Задача состоит в отыскании кратчайшего маршрута.

# Задача коммивояжера

- Различают различные варианты задачи, важнейшими из которых являются симметричная и метрическая задачи.

# Задача коммивояжера

- В данной презентации использованы материалы следующих сайтов:
- Задача коммивояжера [Электронный ресурс] – Доступ: [http://math.msu.ru/~shvetz/54/inf/perl-problems/chCommisVoyageur.shtml#chCommisVoyageur\\_sCommons](http://math.msu.ru/~shvetz/54/inf/perl-problems/chCommisVoyageur.shtml#chCommisVoyageur_sCommons)
- Задача коммивояжера [Электронный ресурс] – Доступ: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BC%D0%BC%D0%B8%D0%B2%D0%BE%D1%8F%D0%B6%D1%91%D1%80%D0%B0>
- Задача коммивояжера [Электронный ресурс] – Доступ: [http://referatwork.ru/category/programmirovanie/view/610714\\_predstavlenie\\_v\\_vid\\_e\\_grafa](http://referatwork.ru/category/programmirovanie/view/610714_predstavlenie_v_vid_e_grafa)

# Задача коммивояжера

● *Спасибо за внимание!*