МБОО- Старокулаткинская сш №1

Презентацию на тему «Делимость чисел» выполнила ученица 11 класса
Разакова Юлия
Учитель математики Умярова Р.А.

Делимость чисел

Тематические блоки заданий базового уровня

- Задание 9 – перевод одних единиц измерения в другие
- Задание 10 – теория вероятностей и математическая статистика
- Задание 14 – исследование характера функции, без вычисления производной
- Задание 17 – сравнение различных величин, не находя их точных значений
- Задание 18 – сформированность общей логической культуры
- Задание 19 – конструирование числа с заданными свойствами
- Задание 20 – задача на «смекалку».

Пусть даны два натуральных числа *a* и *b*. Если существует такое *q*, что выполняется равенство

$$a = bq,$$

то говорят, что число *a* делится на число *b*.

Свойства делимости:

1. Если $a \vdots c$ и $c \vdots b$, то $a \vdots b$;
2. Если $a \vdots b$ и $c \vdots b$, то $(a+c) \vdots b$;
3. Если $a \vdots b$ и c <u>*не делится*</u> на b, то $(a+c)$ <u>*не делится*</u> на b;
4. Если $a \vdots b$ и $(a+c) \vdots b$, то $c \vdots b$;
5. Если $a \vdots b_1$ и $c \vdots b_2$, то $ac \vdots b_1 b_2$;
6. Если $a \vdots b$ и c – <u>*любое*</u> <u>*натуральное*</u> число, то $ac \vdots bc$, *если* $ac \vdots bc$, *то* $a \vdots b$;

7. Если $a \vdots b$ и c – *любое* *натуральное* число, то $ac \vdots b$;

8. Если $a \vdots b$ и $c \vdots b$, то для *любых натуральных* n и k справедливо соотношение $(an+ck) \vdots b$;

9. Среди n последовательно натуральных чисел одно и только одно делится на n.

Признаки делимости:

- 2

Для того чтобы натуральное число делилось на 2, необходимо и достаточно, чтобы последняя цифра делилась на 2.

- 5

Для того чтобы натуральное число делилось на 5, необходимо и достаточно, чтобы последняя цифра делилась на 5(т.е. цифра единиц либо 0, либо5).

- 10

Для того чтобы натуральное число делилось на 10, необходимо и достаточно, чтобы цифра единиц была 0.

- 4

Для того чтобы натуральное число p, содержащее не менее трех цифр, делилось на 4, необходимо и достаточно, чтобы делилось на 4 число, образованное двумя последними цифрами числа p.

- 25

Для того чтобы натуральное число p, содержащее не менее трех цифр, делилось на 25, необходимо и достаточно, чтобы делилось на 25 число, образованное двумя последними цифрами числа p.

- 8

Для того чтобы натуральное число p, содержащее не менее четырех цифр, делилось на 8, необходимо и достаточно, чтобы делилось на 8 число, образованное тремя последними цифрами числа p.

- 125

Для того чтобы натуральное число p, содержащее не менее четырех цифр, делилось на 125, необходимо и достаточно, чтобы делилось на 125 число, образованное тремя последними цифрами числа p.

- 3

Для того чтобы натуральное число p делилось на 3, необходимо и достаточно, чтобы сумма его цифр делилась на 3.

- 9

Для того чтобы натуральное число p делилось на 9, необходимо и достаточно, чтобы сумма его цифр делилась на 9.

- 11

Для того чтобы натуральное число делилось на 11, необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма его цифр, взятых со знаком плюс, если цифры находятся на нечетных местах(начиная с цифры единиц), и взятых со знаком минус, если цифры находятся на четных местах, делилась на 11.

- 7(13)

Для того чтобы натуральное число делилось на 7(на13), необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма чисел, образующих грани по три цифры в грани (начиная с цифры единиц), взятых со знаком плюс для нечетных граней и со знаком минус для четных граней, делилась на 7(на13).

Задания ЕГЭ

1. Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.

- Разложим число 20 на слагаемые различными способами:

$20 = 9 + 9 + 2 = 9 + 8 + 3 = 9 + 7 + 4 = 9 + 6 + 5 = 8 + 8 + 4 = 8 + 7 + 5 = 8 + 6 + 6 = 7 + 7 + 6$.

При разложении способами 1-4, 7 и 8 суммы квадратов чисел не кратны трём. При разложении пятым способом сумма квадратов кратна девяти. Разложение шестым способом удовлетворяет условиям задачи. Таким образом, условию задачи удовлетворяет любое число, записанное цифрами 5, 7 и 8, например, число 578.

- Найдите трёхзначное натуральное число, большее 400, которое при делении на 6 и на 5 даёт равные ненулевые остатки и первая слева цифра которого является средним арифметическим двух других цифр. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.
- Число имеет одинаковые остатки при делении на 5 и на 6, следовательно, число имеет тот же остаток при делении на 30, причём этот остаток не равен нулю и меньше пяти. Таким образом, искомое число может иметь вид: . При . Ни одно из чисел не больше 400

При : 421, 422, 423, 424. Первая слева цифра не является средним арифметическим двух других цифр

При : 451, 452, 453, 454. Число 453 удовлетворяет всем условиям задачи.

- Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 4536. Приведите ровно один пример такого числа.

- Число делится на 5, значит, его последняя цифра или 0, или 5. Но так как при записи в обратном порядке цифры также образуют четырёхзначное число, то эта цифра 5, ибо число не может начинаться с 0. Пусть число имеет вид . Тогда условие можно записать так:

  Второе слагаемое в левой части делится на 10. Значит, за разряд единиц в сумме отвечает только первое слагаемое. То есть откуда подставив полученное значение в уравнение, получим, что перебрав все пары b и c, которые являются решением этого равенства, выпишем все числа, являющиеся ответом: 9605, 9715, 9825, 9935.

- Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

- Чтобы число abcd делилось на 22, оно должно делиться и на 2, и на 11. Произведение цифр 24 можно представить многими способами, основой которых являются произведения. Признак делимости на 11: Число делится на 11, если сумма цифр, которые стоят на четных местах равна сумме цифр, стоящих на нечетных местах, либо отличается от неё на 11. Таким образом, $a+c=b+d$ или $a+c=b+d+11$ или $a+c+11=b+d$. Кроме того, раз число делится на 2, то оно должно быть четным. Согласно перечисленным признакам можно подобрать следующие числа: 4312, 2134, 1342, 3124

- Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 40. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

- Чтобы число abcd делилось на 22, оно должно делиться и на 2, и на 11. Произведение цифр 40 можно представить многими способами, основой которых являются произведения. Признак делимости на 11: Число делится на 11, если сумма цифр, которые стоят на четных местах равна сумме цифр, стоящих на нечетных местах, либо отличается от неё на 11. Таким образом, $a+c=b+d$ или $a+c=b+d+11$ или $a+c+11=b+d$. Кроме того, раз число делится на 2, то оно должно быть четным. Согласно перечисленным признакам можно подобрать следующие числа: 5412, 5214, 1452, 1254, 1518

- Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 60. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

- Чтобы число abcd делилось на 22, оно должно делиться и на 2, и на 11. Произведение цифр 60 можно представить многими способами, основой которых являются произведения - . Признак делимости на 11: Число делится на 11, если сумма цифр, которые стоят на четных местах равна сумме цифр, стоящих на нечетных местах, либо отличается от неё на 11. Таким образом, a+c=b+d или a+c=b+d+11 или a+c+11=b+d. Кроме того, раз число делится на 2, то оно должно быть четным. Согласно перечисленным признакам можно подобрать следующие числа: 5126, 2156, 6512, 1562

- Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 1 и 0 и делится на 24.

- Чтобы число делилось на 24 оно должно делится на 3 и на 8.
- Число делится на 8, если три его последние цифры образуют число, делящееся на 8. Искомое число записывается только нулями и единицами, значит, оно заканчивается на 000.
- Число делится на 3, если его сумма цифр числа делится на 3. Поскольку три последние цифры числа нули, первые три должны быть единицами.
- Таким образом, единственное число, удовлетворяющее условию задачи, это число 111 000.

- Найдите наименьшее трёхзначное натуральное число, которое при делении на 6 и на 11 даёт равные ненулевые остатки и у которого средняя цифра является средним арифметическим двух крайних цифр.

- По модулю 6 и 11 число имеет одинаковые остатки, следовательно, число имеет тот же остаток при делении на 66, причём этот остаток не равен нулю и меньше шести. Таким образом, искомое число может иметь вид:
- При получаем: 67, 68, 69, 70, 71. Все эти числа не являются трёхзначными.
- При получаем: 133, 134, 135, 136, 137. Число 135 удовлетворяет всем условиям задачи.

✔

Найдите четырёхзначное число, кратное 11, сумма цифр которого на 1 меньше их произведения. В ответ укажите какое-нибудь одно такое число.

Если сумма цифр по условию меньше на 1 произведения цифр, то в этом числе не должно быть 0 т.к произведение цифр будет равно 0 => число оканчивается на 3.
Сейчас наше число выглядит так XYZ3
Теперь нужно одновременно удовлетворить два условия одновременно:
1) сумма цифр меньше их произведения на 1
2) сумма цифр кратна 3 и 2
Методом подбора находим нужную комбинацию
Если X, Y, Z=1, то сумма цифр будет больше произведения
Если X, Y или Z=2, а 2 другие переменные =1, то
1+2=3
1*1*2*3=6
Эти цифры удовлетворяют условиям
Ответ: число, состоящее из 1,1,2 и 3, причем 3 всегда последняя цифра (1123, 1213,2113)

Литература:

- http://mathb.reshuege.ru/
- Мордкович.Учебник. Алгебра и начала математического анализа (часть1), 10 класс
- ФИПИ. Задания ЕГЭ , базовый уровень