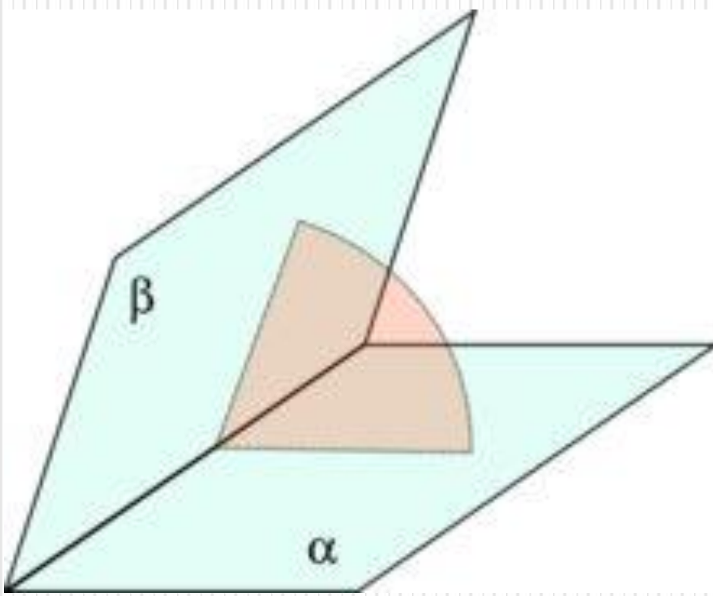
Муниципальное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №

Тема: «Двугранный угол. Угол между плоскостями»



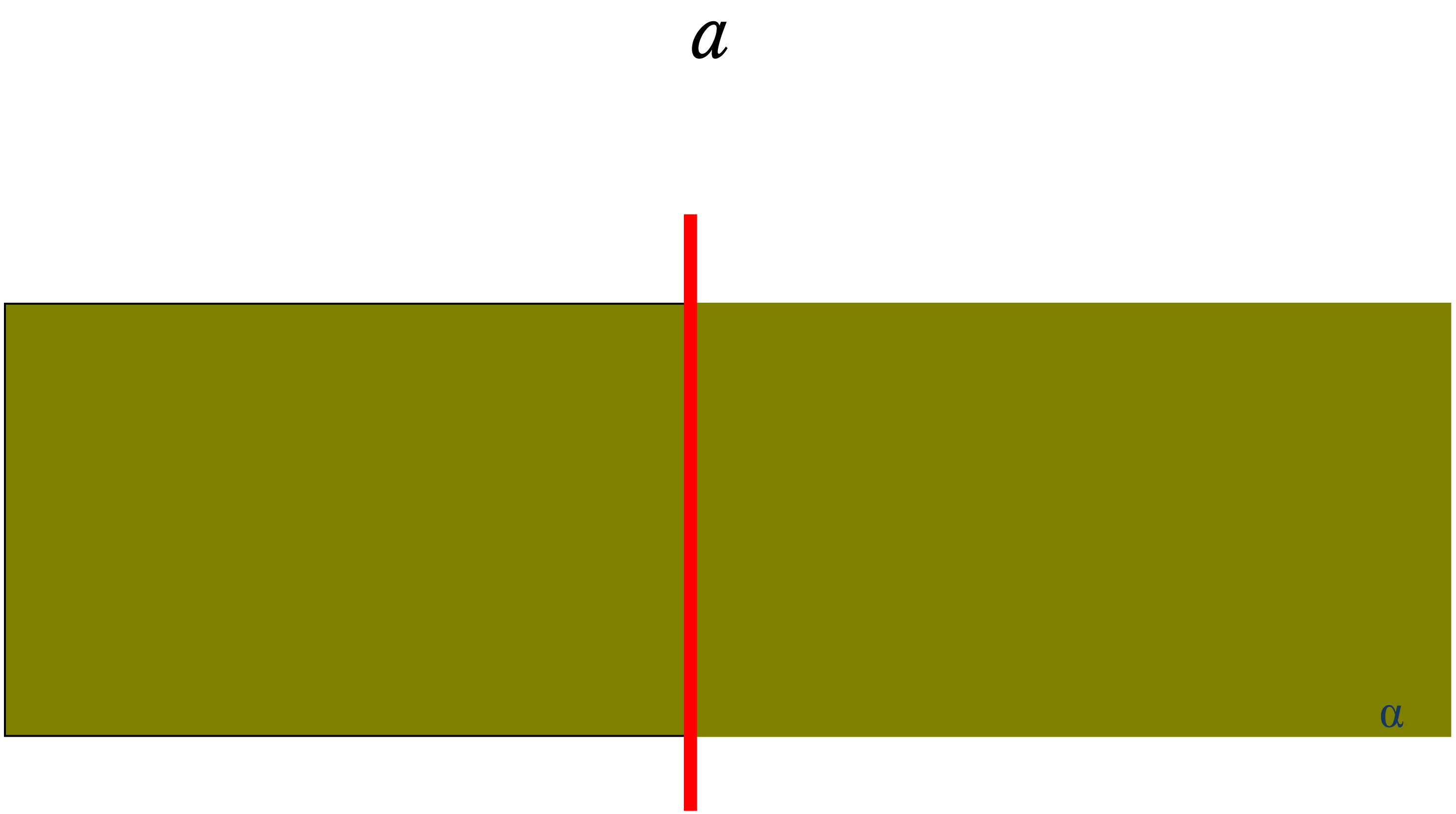
ГБПОУ КК «КАТТ»
Преподаватель математики А.Ю. Ермоленко

Цели урока:

- Ввести понятие двугранного угла и его линейного угла.
- Сформулировать алгоритм построения линейного угла для данного двугранного.
- Рассмотреть задачи на построение линейного угла.
- Повторить определение угла между прямой и плоскостью, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорему о трёх перпендикулярах ,
- Ввести определение угла между плоскостями, доказать, что угол между плоскостями не зависит от выбора точки на прямой пересечения плоскостей.

Основные понятия

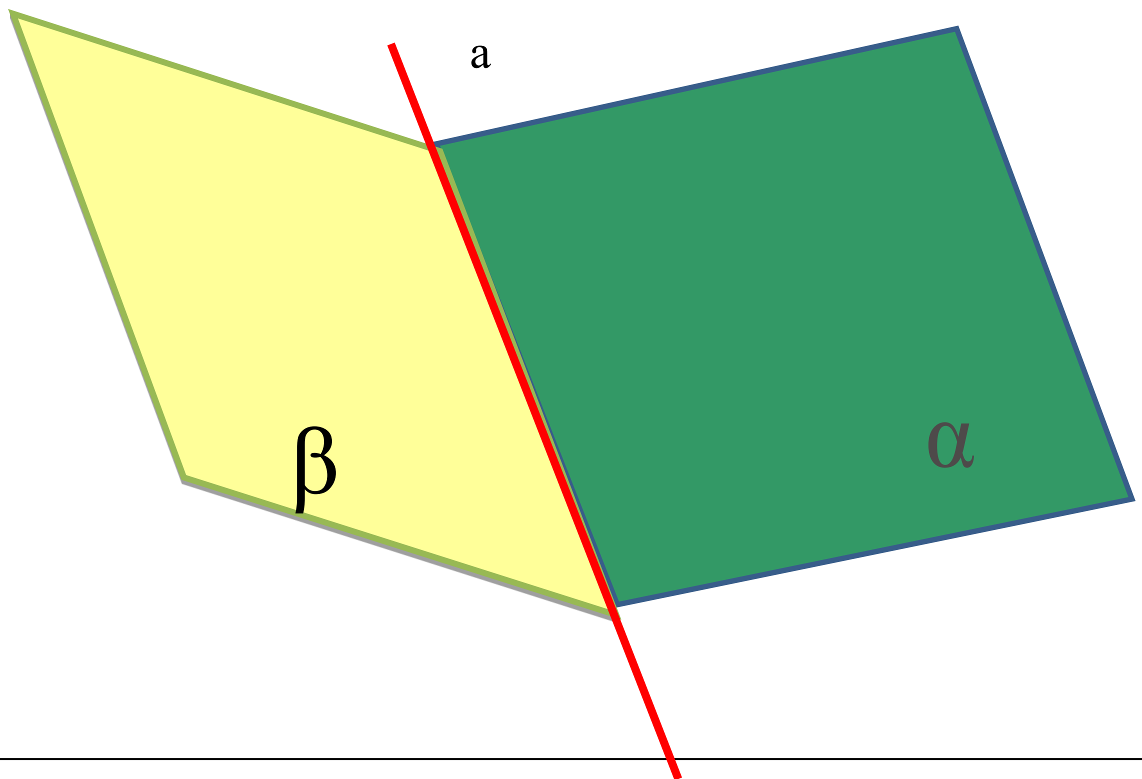
- **Прямая *a* разделяет плоскость на две полуплоскости**



а- **общая граница полуплоскостей называется ребром двугранного угла.**

Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются его гранями

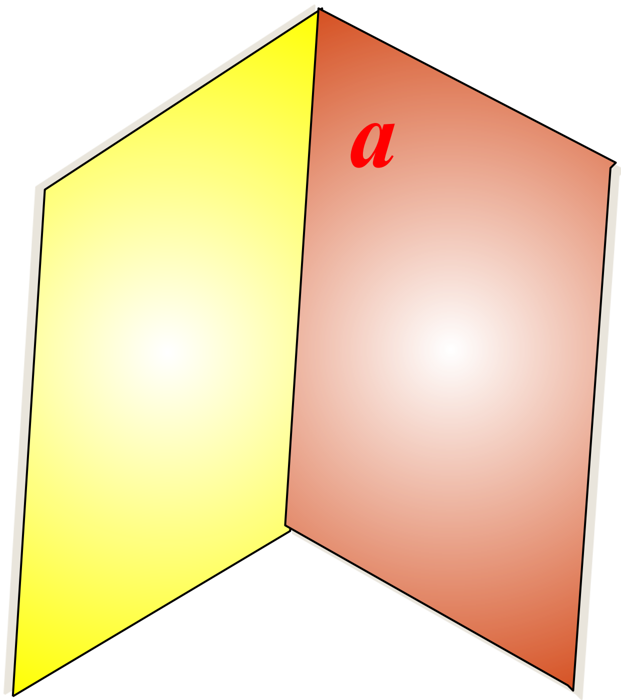
Двугранным углом называется фигура, образованная прямой *а* и двумя полуплоскостями с общей границей *а*, не прилежащими одной плоскости



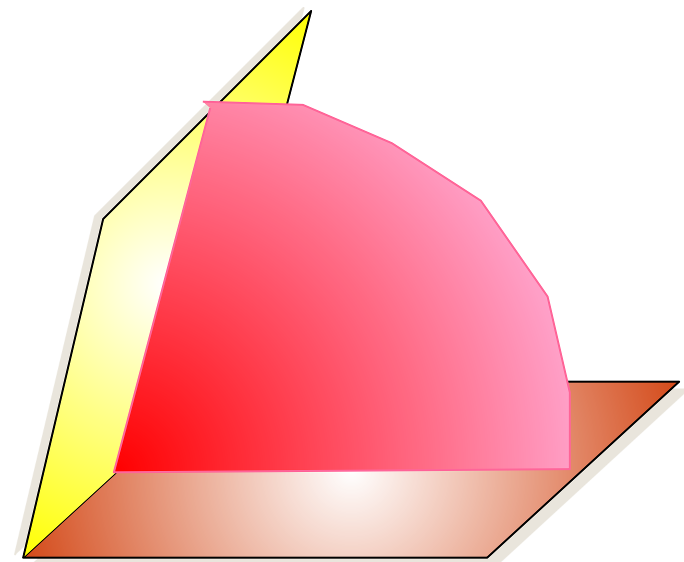
Назовите предметы, имеющие форму двугранного угла

Угол между плоскостями – это двугранный угол Т.е. - это угол, образованный некоторой прямой *a* и двумя полуплоскостями с общей границей *a*, не принадлежащими одной плоскости.

Прямая ***a*** **–** ребро двугранного угла

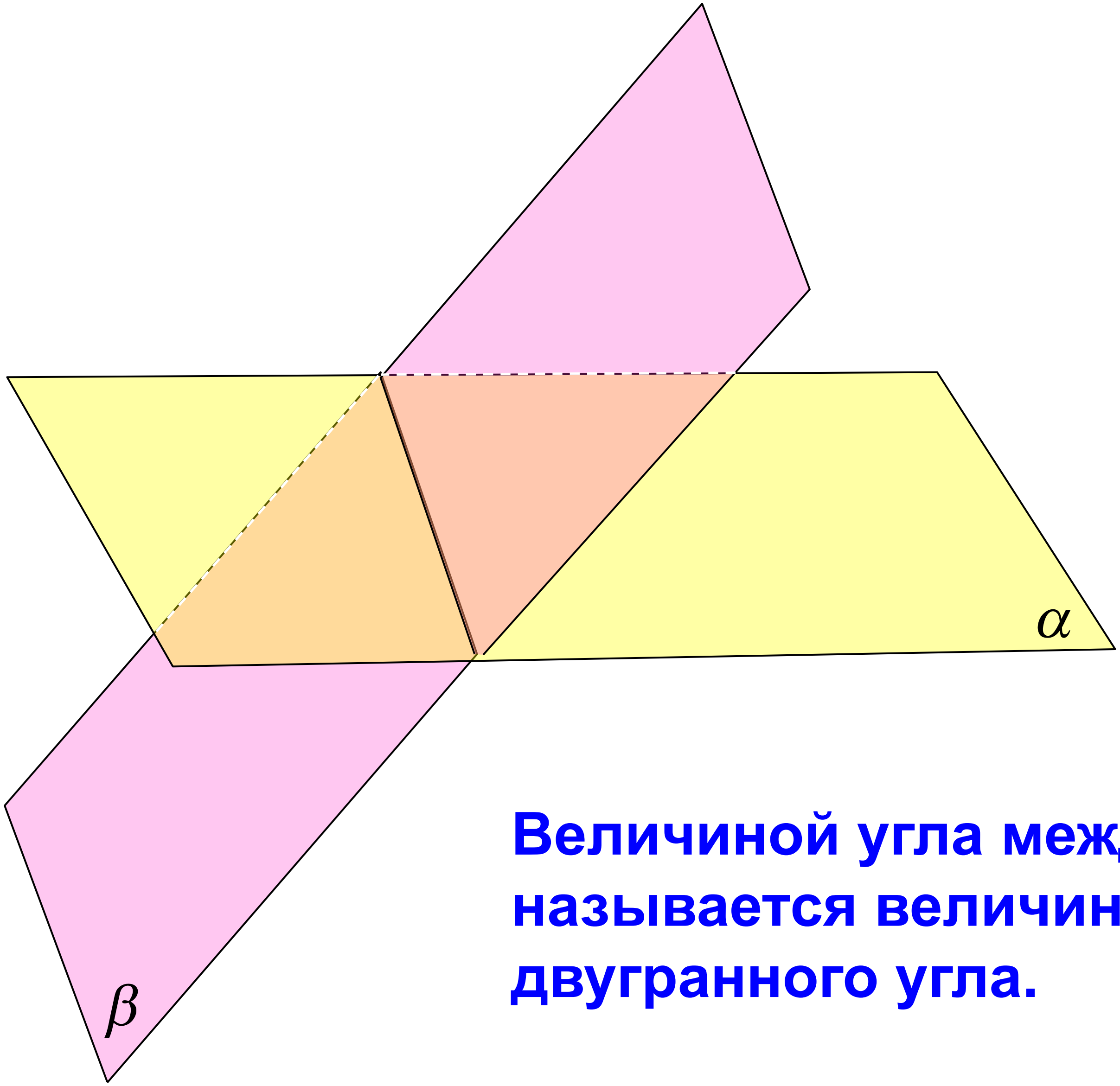


Двугранный угол



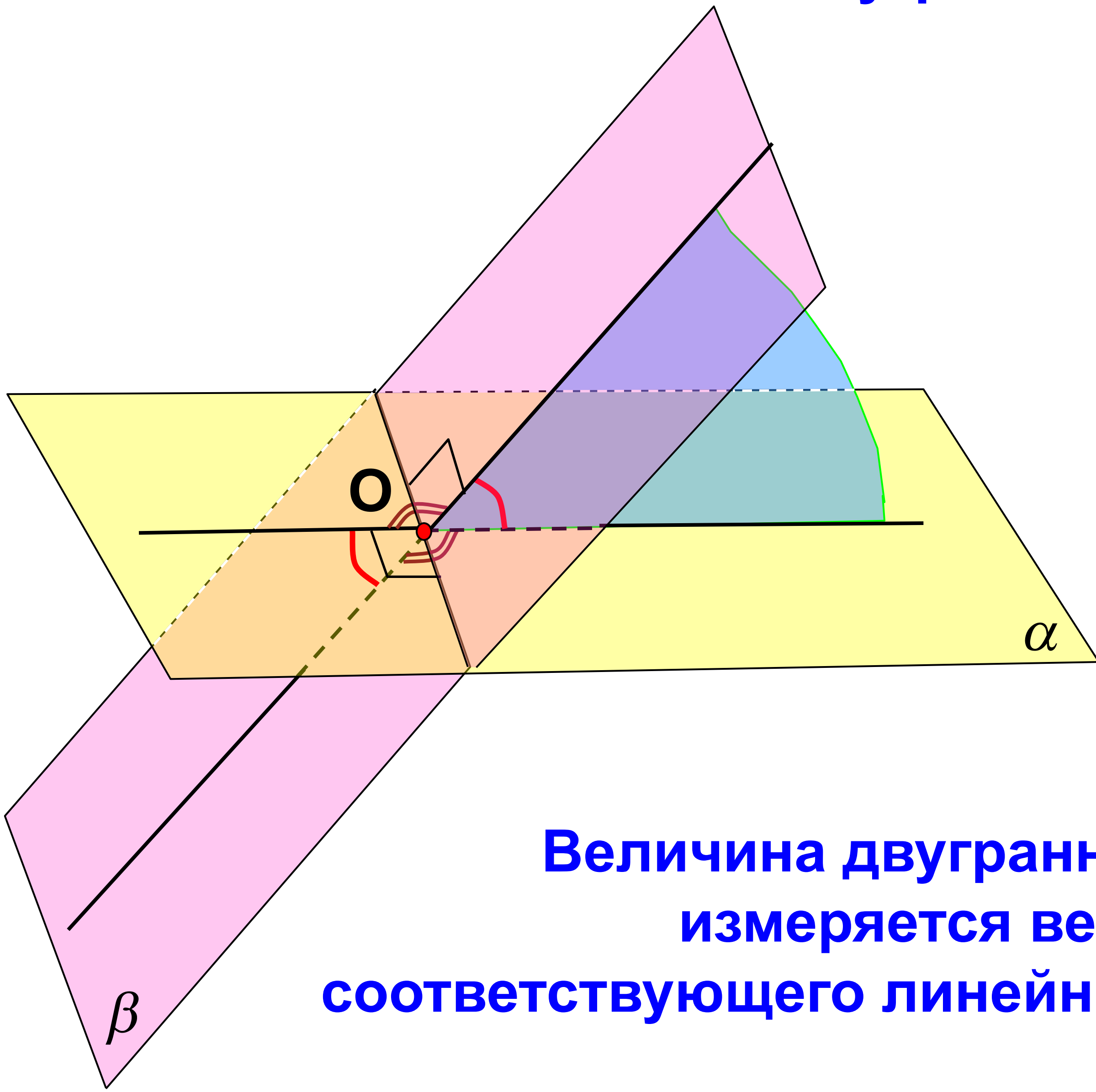
Две полуплоскости – грани двугранного угла

Две пересекающиеся плоскости образуют две пары равных между собой двугранных углов.



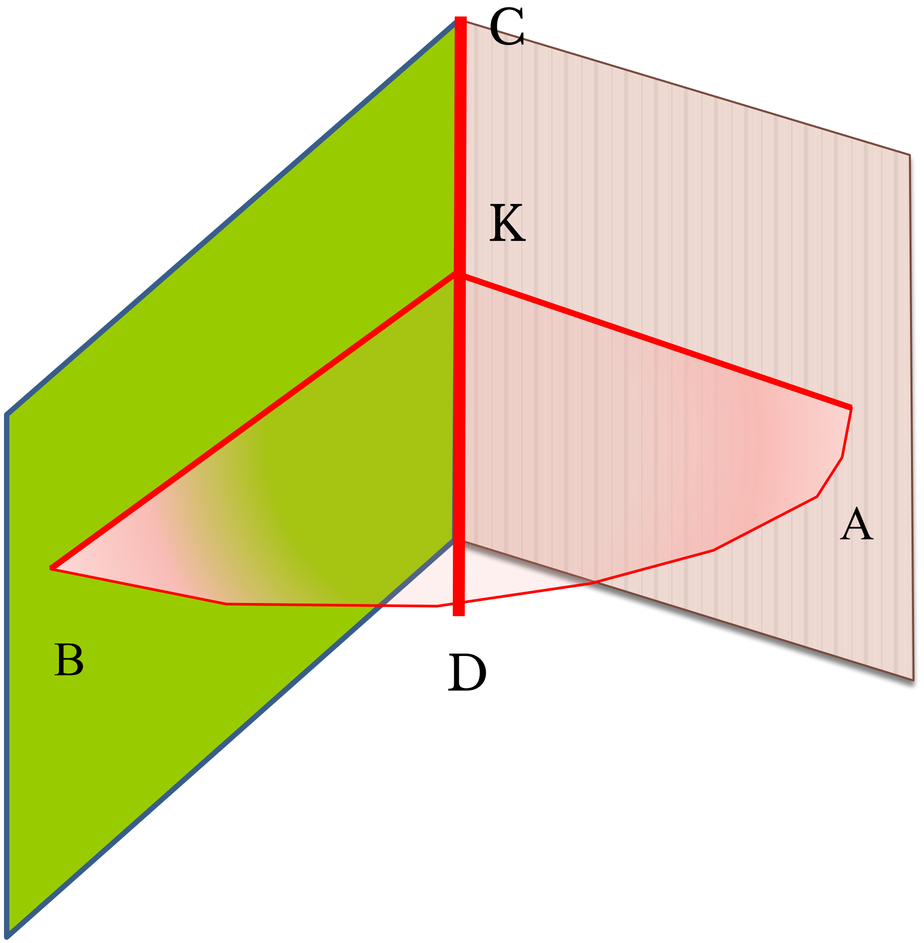
Величиной угла между плоскостями называется величина меньшего двугранного угла.

Повторим Величиной угла между плоскостями называется величина меньшего двугранного угла.

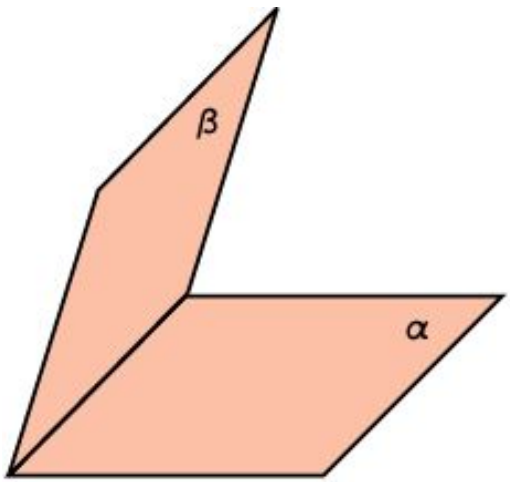


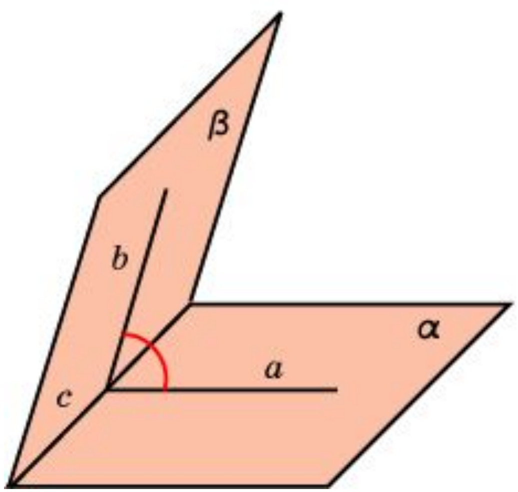
Величина двугранного угла измеряется величиной соответствующего линейного угла.

∠ ВКА- линейный угол двугранного угла BCDA



ДВУГРАННЫЙ УГОЛ. УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ





Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями с общей граничной прямой.

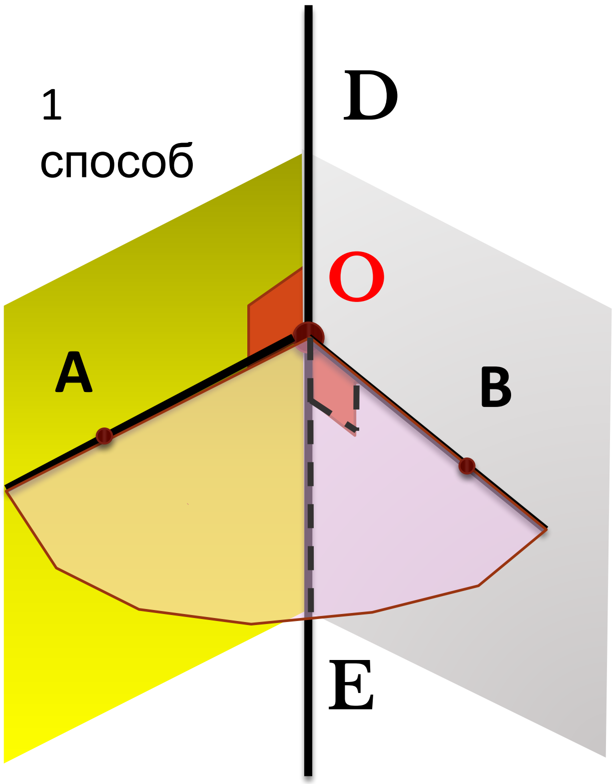
Линейным углом двугранного угла называется угол, образованный лучами с вершиной на граничной прямой, стороны которого лежат на гранях двугранного угла и перпендикулярны граничной прямой.

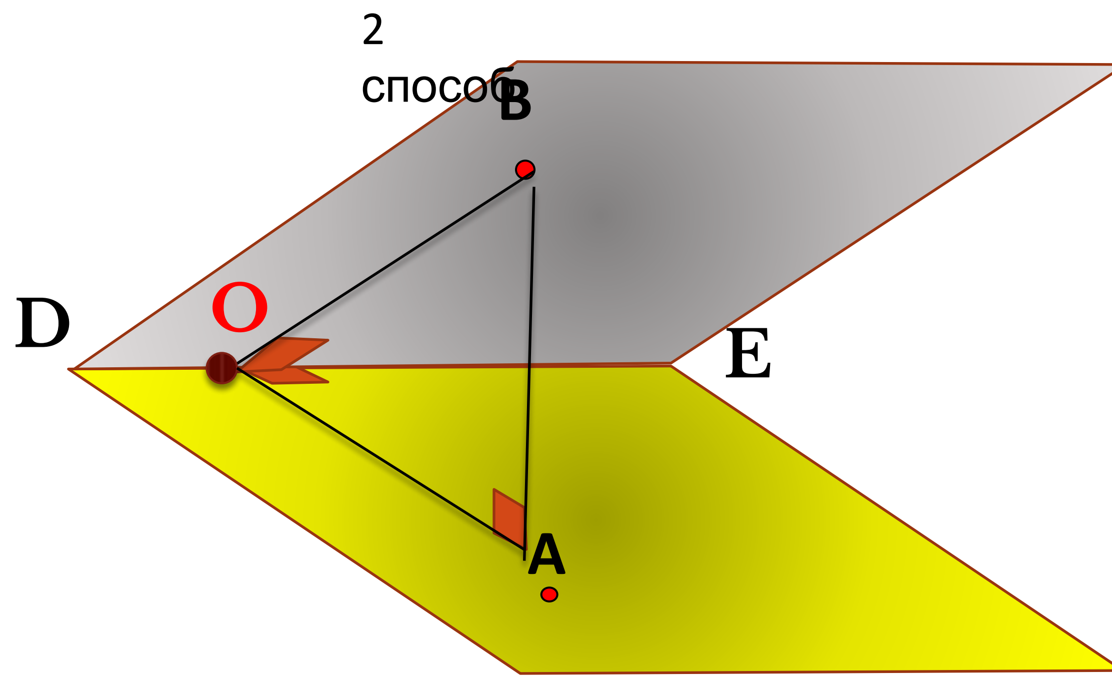
Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями.

Алгоритм построения линейного угла.

Угол AOB – линейный угол двугранного угла ADEB.



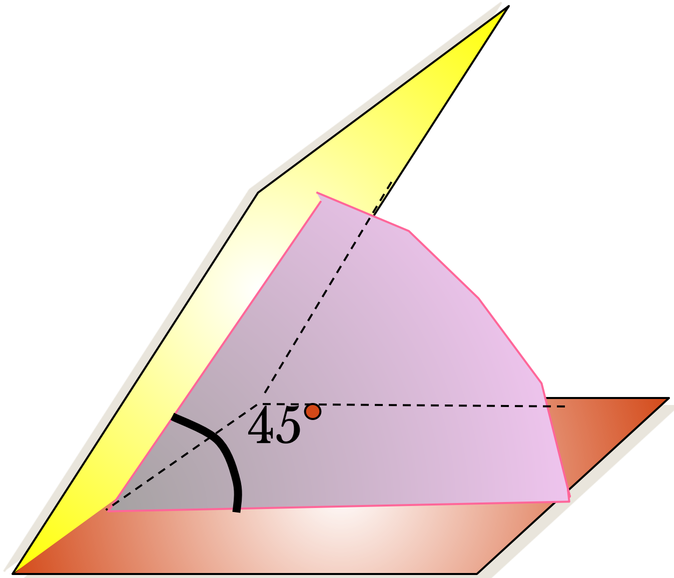


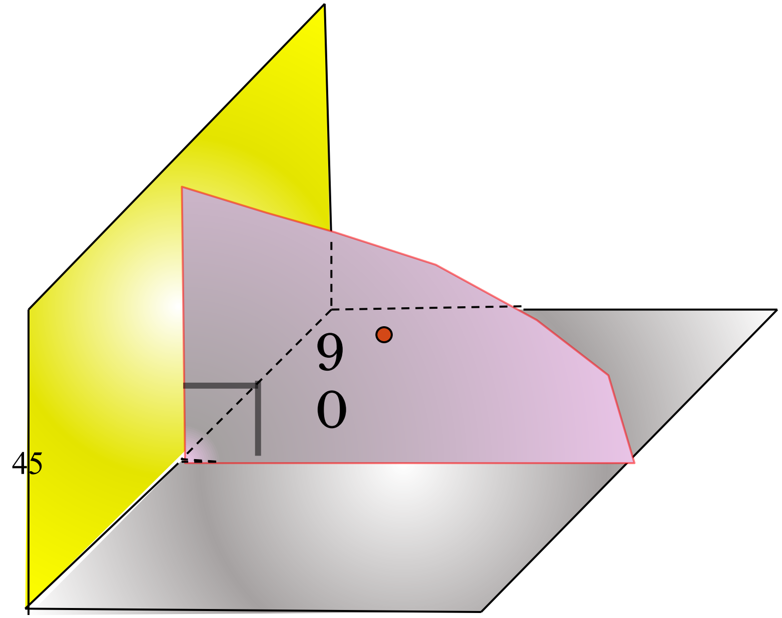
Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.

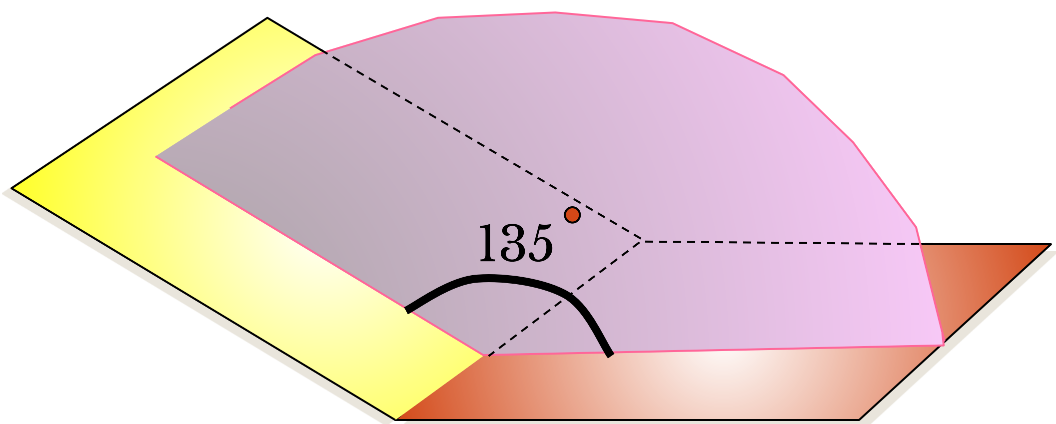
$\angle ADEB = \angle AOB$

Плоскость (AOB) $\perp$ DE

Двугранный угол может быть острым, прямым, тупым





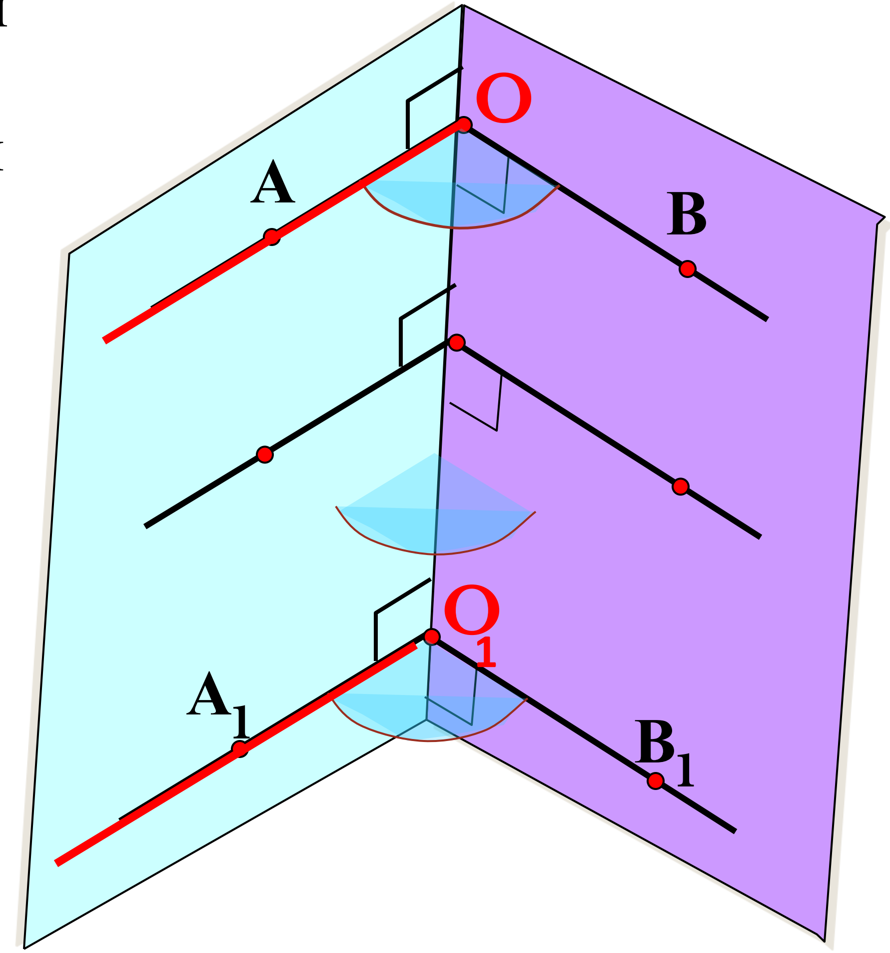


Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.

Лучи OA и O_1A_1 – сонаправлены

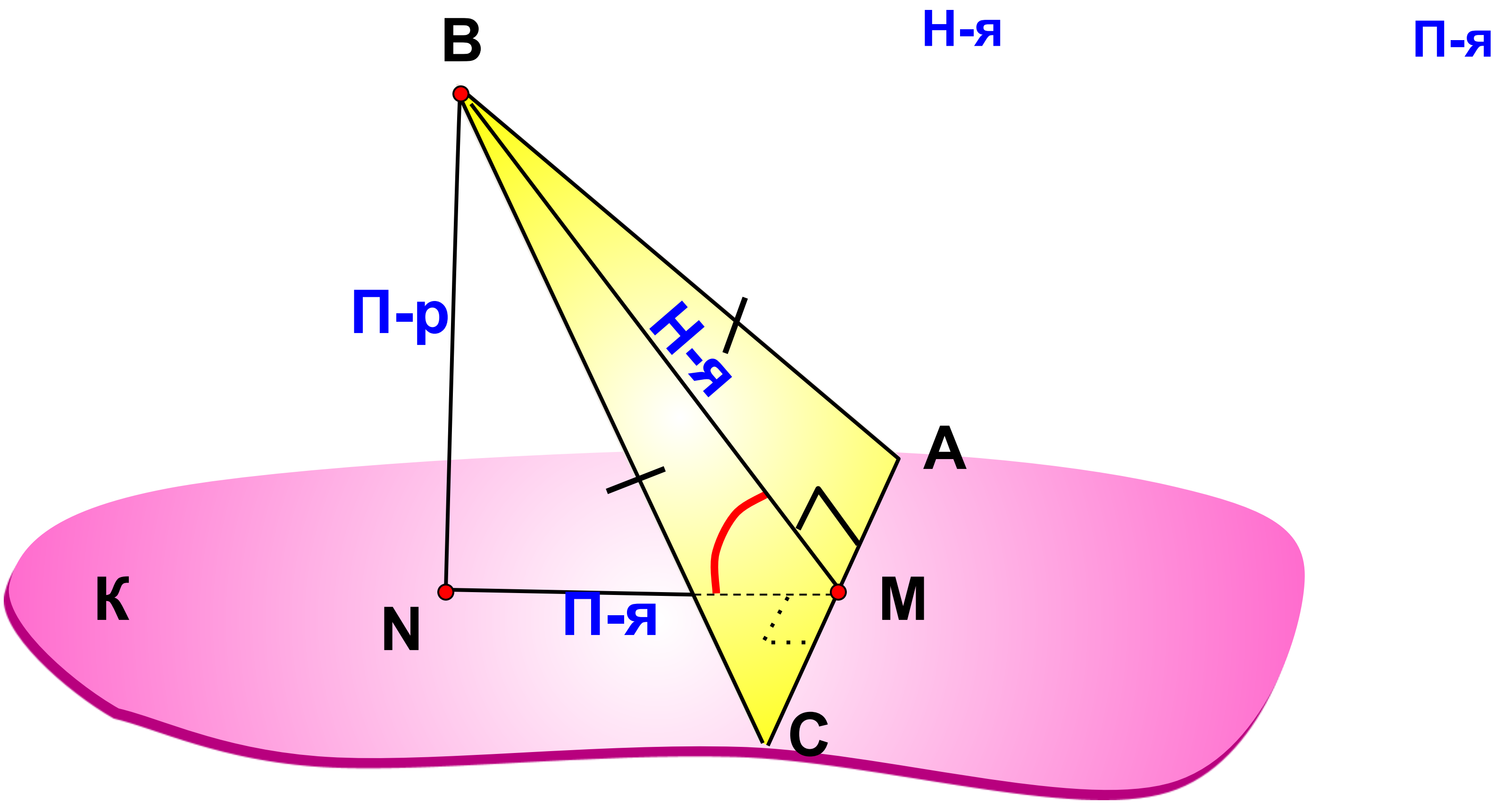
Лучи OB и O_1B_1 – сонаправлены

Углы AOB и $A_1O_1B_1$ равны, как углы с сонаправленными сторонами



Построить линейный угол двугранного угла ВАСК. Треугольник АВС – равнобедренный.

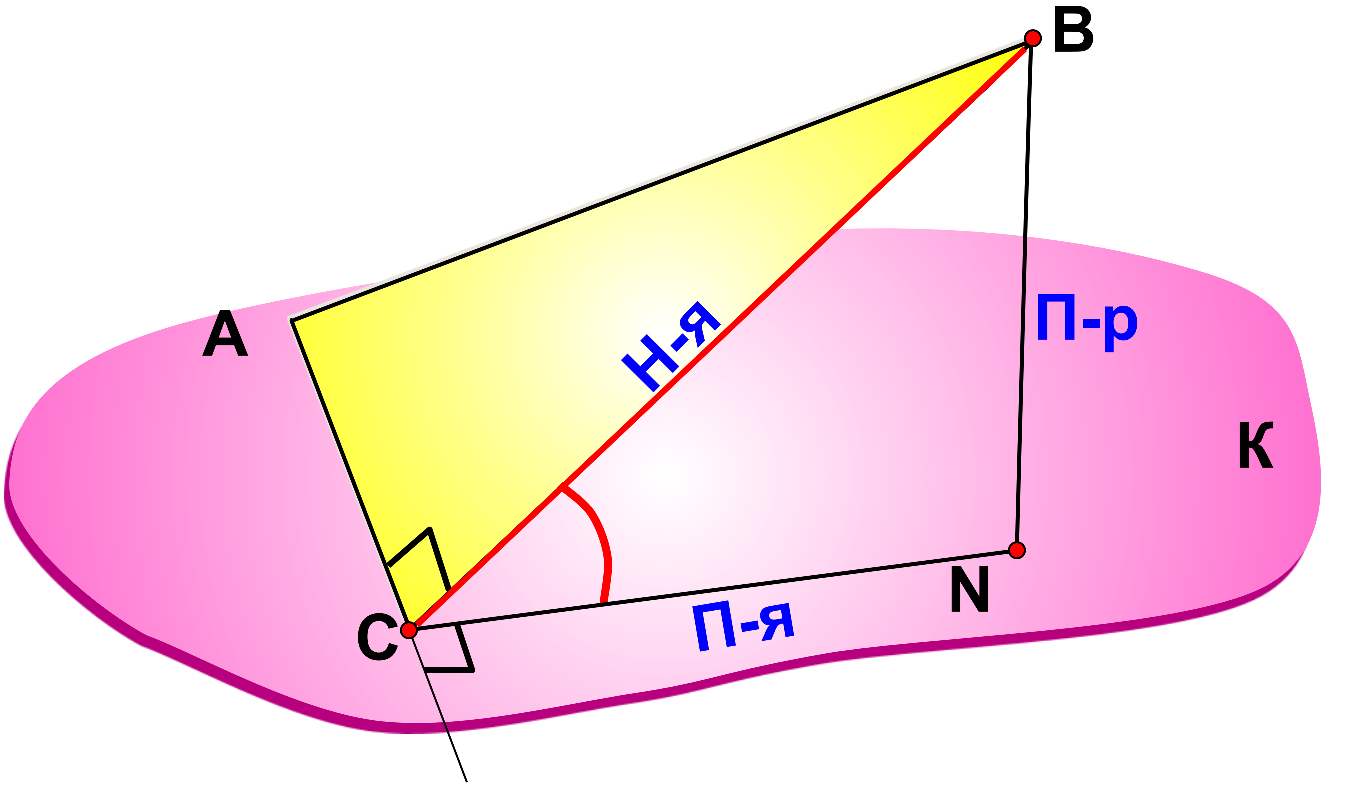
$$AC \perp BM \xRightarrow{ТТП} AC \perp NM$$



Угол BMN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Построить линейный угол двугранного угла ВАСК.
Треугольник АВС – прямоугольный.

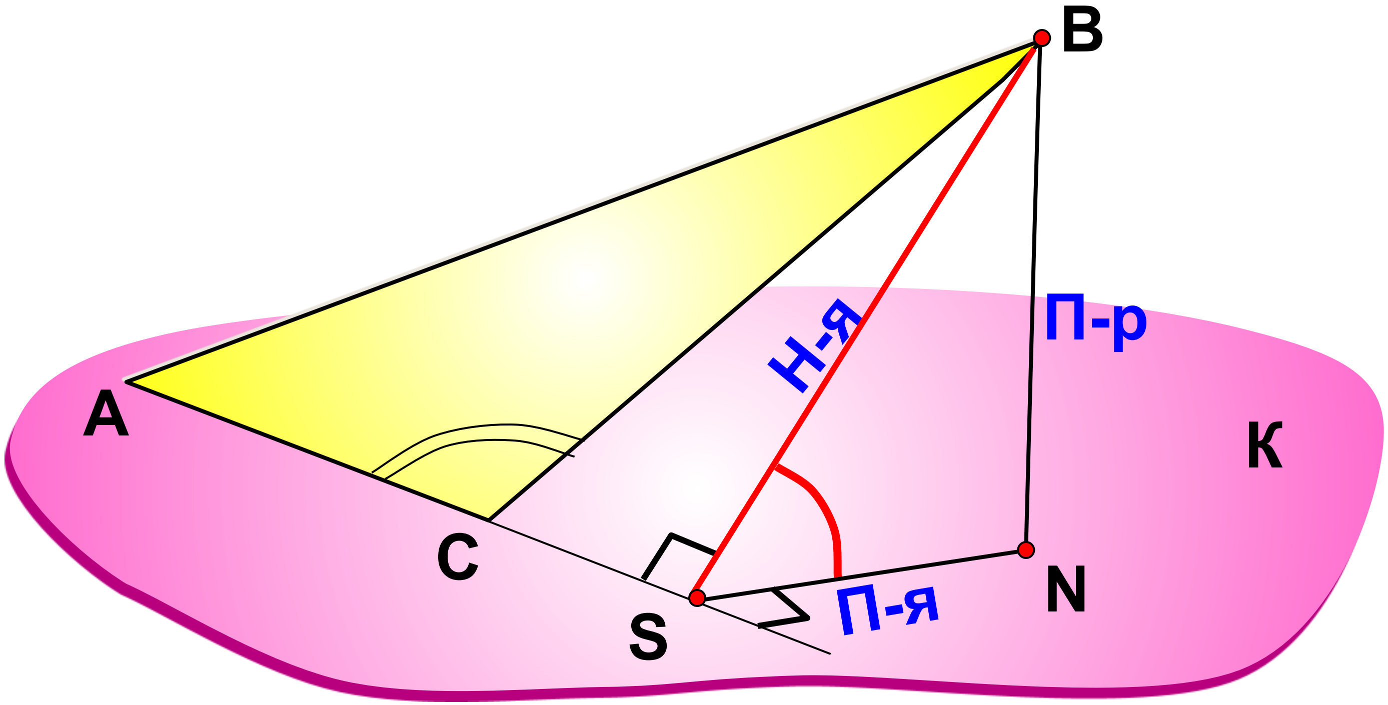
$$\underset{\text{Н-я}}{AC \perp BC} \xRightarrow{\text{ТТП}} \underset{\text{П-я}}{AC \perp NC}$$



Угол BCN – линейный угол двугранного угла ВАСК

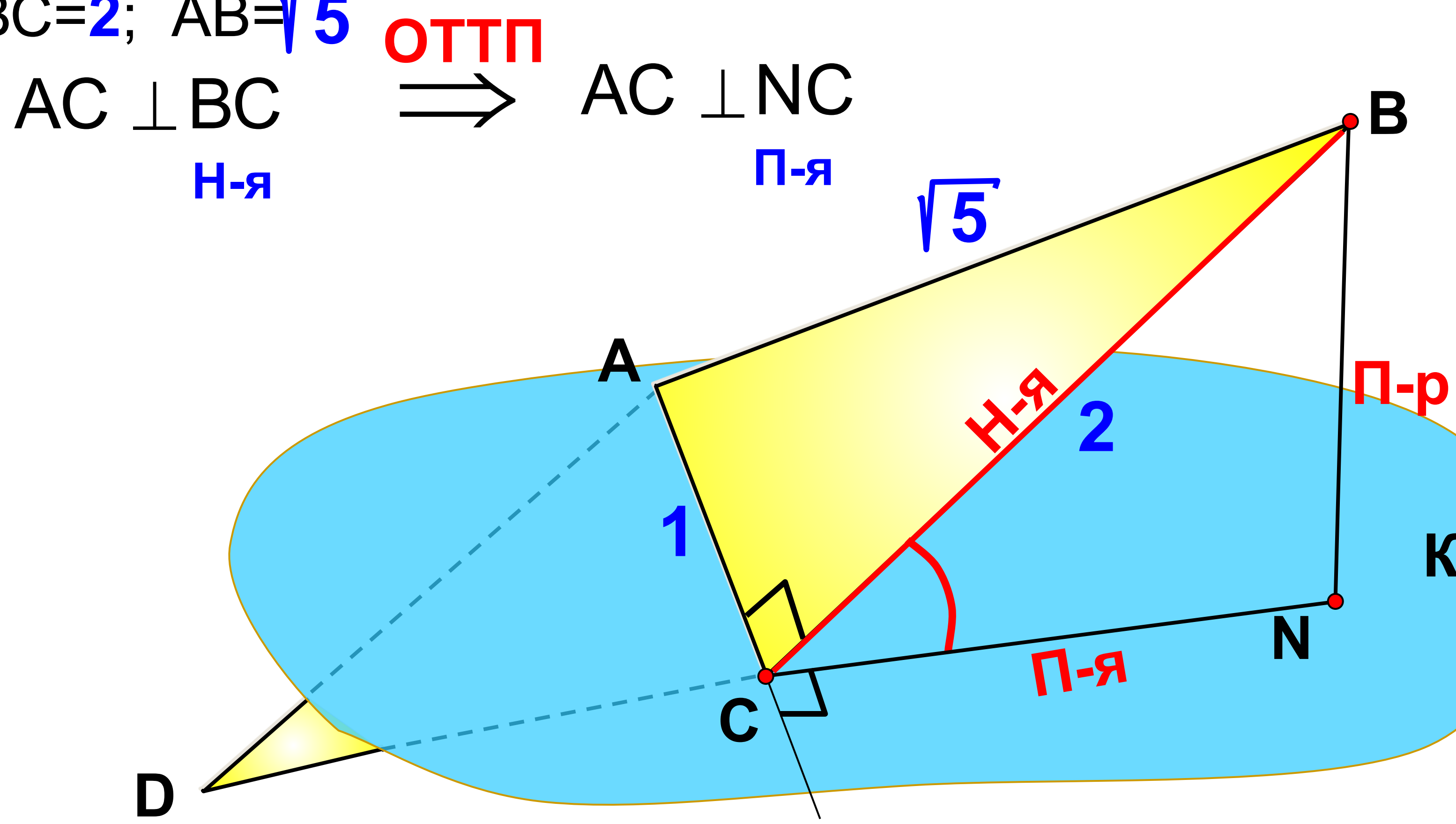
Построить линейный угол двугранного угла ВАСК.
Треугольник АВС – тупоугольный.

$$AC \perp \underset{\text{Н-я}}{BS} \overset{\text{ТТП}}{\Longrightarrow} AC \perp \underset{\text{П-я}}{NS}$$



Угол BSN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Задача. Построить линейный угол двугранного угла ВАСК. ABCD – четырехугольник, АС – диагональ, АС=1; ВС=2; АВ=$\sqrt{5}$

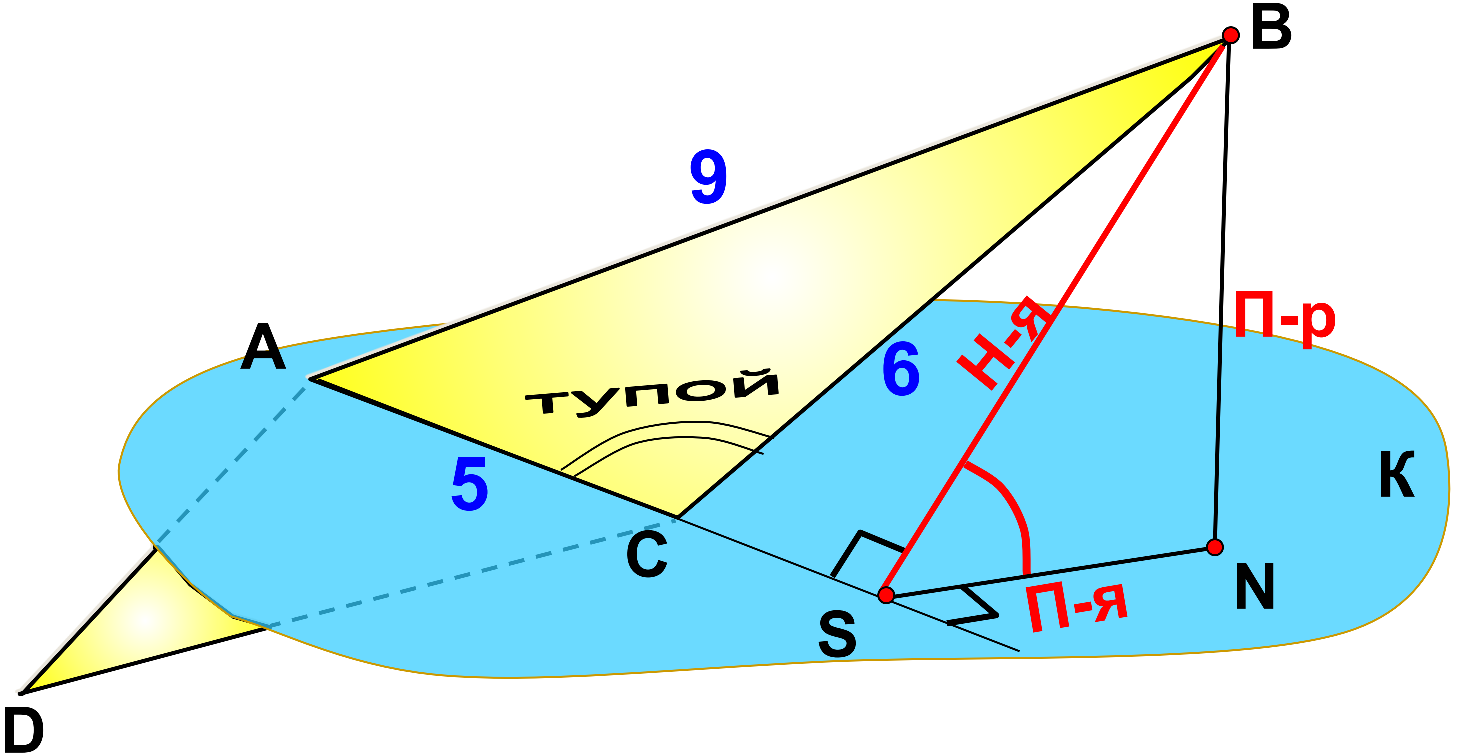


Угол BCN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Задача. Построить линейный угол двугранного угла BACK. ABCD – четырехугольник, AC – диагональ; AC=**5**, BC= **6**, AB= **9**.

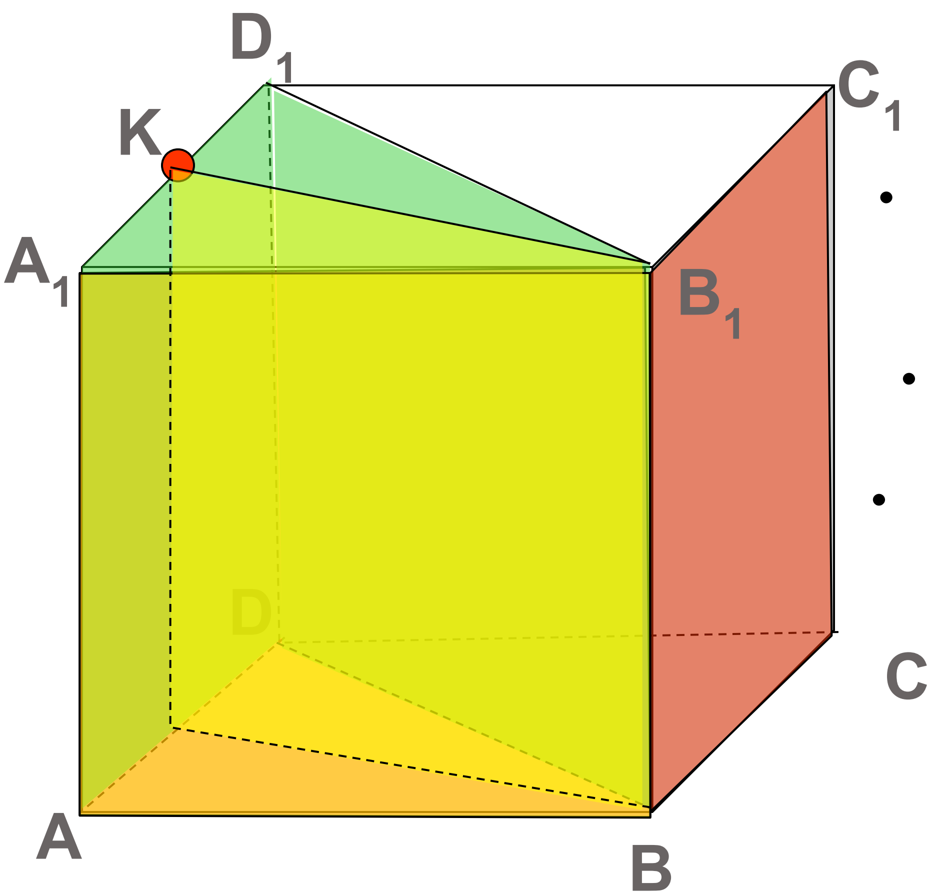
$$AC \perp BS \overset{\text{ОТТП}}{\Longrightarrow} AC \perp NS$$

Н-я П-я



Угол BSN – линейный угол двугранного угла BACK

Задача. Дан куб. Найдите следующие двугранные углы: а) ABB_1C; б) ADD_1B; в) A_1BB_1K, где K – середина ребра A_1D_1.

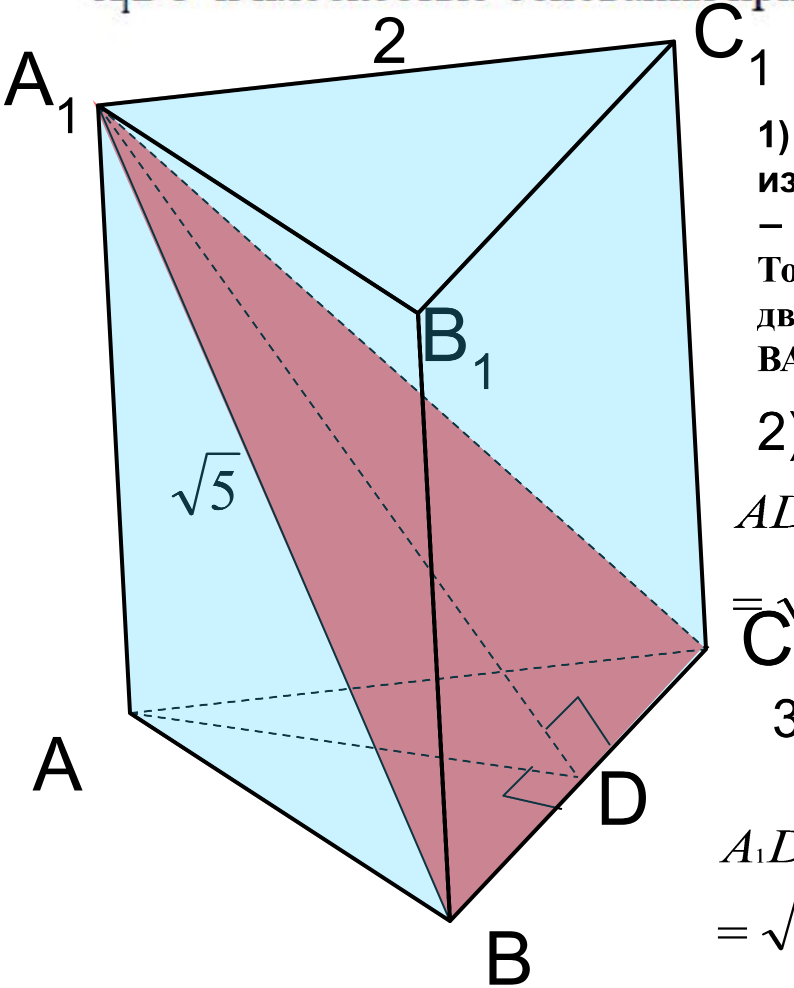


- Угол ABC – линейный угол двугранного угла ABB1C. Прямой, т.к. ABCД – квадрат.
- Угол ADB – линейный угол двугранного угла ADD1B. Равен 45°, т.к. D1B –диагональ квадрата.
- Угол A1B1K– линейный угол двугранного угла A1BB1K
- В треугольнике A1KB1 угол A1 –прямой, катеты равны 1 и 0,5.

$$\angle A_1B_1K = arctg\frac{1}{2}.$$

Решение задачи с помощью построения линейного угла.

C2 Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{5}$. Найдите угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.



1) Построим плоскость СВА$_1$ Перпендикуляр из точки A1на плоскость (АВС) – точка А, A1D – наклонная, AD проекция наклонной на (АВС). Тогда угол ADA1 – это линейный угол двугранного угла между плоскостями (АВС) и (ВA1С).

2) Из ΔABC:

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}.$$

3) Из $\Delta A1BD$:

$$A_1D = \sqrt{A_1B^2 - BD^2} = \sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2.$$

4) Из $\Delta A1\mathbf{A}D$:

$$\cos\alpha = \frac{AD}{A_1D};$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

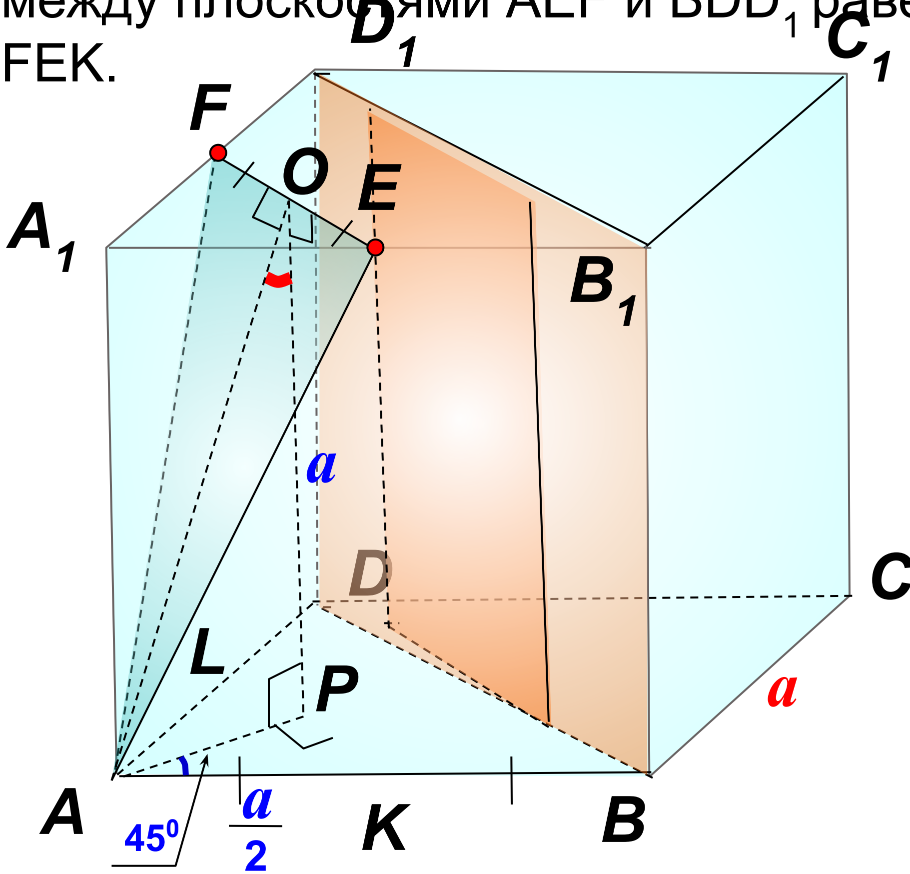
Из $\Delta A1\mathbf{A}D$:

$$\alpha = 30$$

Решение задачи построением параллельной плоскости.

Задача. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки E и F середины ребер соответственно A_1B_1 и A_1D_1. Найдите тангенс угла между плоскостями AEF и BDD_1.

1) Заменим плоскость DBB_1 на параллельную плоскостьFEKL. Угол между плоскостями AEF и BDD_1 равен углу между плоскостями AEF и FEK.



2) Ребро двугранного угла – FE.

3) Строим линейный угол двугранного угла AFEK.

4) Найдем два элемента треугольника AOP. Пусть ребро куба равно a (или 1).

5) Из ΔAPK:

$$\cos 45^0 = \frac{AP}{AK};$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AP}{\frac{a}{2}};$$

$$AP = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{a}{2}; \quad AP = \frac{a\sqrt{2}}{4};$$

6) Из ΔAOP:

$$tgAOP = \frac{AP}{OP};$$

$$tgAOP = \frac{a\sqrt{2}}{4} : a;$$

$$tgAOP = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

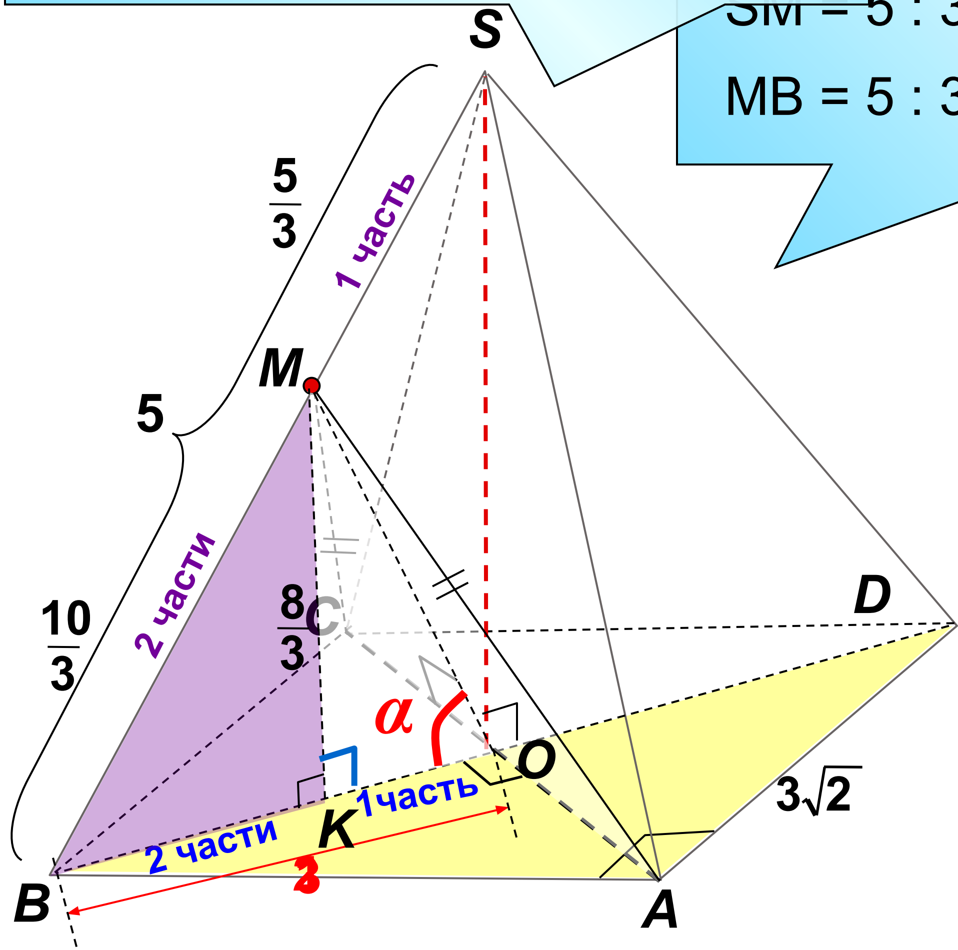
В правильной четырехугольной пирамиде SABCD с основанием ABCD сторона основания равна $3\sqrt{2}$, а боковое ребро равно 5. Найдите угол между плоскостями ABC и ACM, где точка M делит ребро BS так, что BM : MS = 2 : 1.

$$\left.\begin{matrix} MK \perp BO \\ SO \perp BO \end{matrix}\right\} \Rightarrow SO \parallel MK$$

Тогда по теореме Фалеса:
если SM : MB = 1 : 2, тогда
OK : KB = 1 : 2.

- BO = 3 – это составляет 3 части.
- KO = 3 : 3 = 1 (это 1 часть)
- BK = 3 : 3 * 2 = 2 (это 2 части)

- BS = 5 – это составляет 3 части.
- SM = 5 : 3 = $\frac{5}{3}$ (это 1 часть)
- MB = 5 : 3 * 2 = $\frac{10}{3}$ (это 2 части)



$Из\ \Delta ABD:$

$BD^2 = AB^2 + AD^2;$

$BD^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2;$

$BD^2 = 18 + 18;$

$BD = \pm\sqrt{36};$

$BD = 6.$

$Тогда\ BO = 3$

$Из\ \Delta KBM:$

$BM^2 = KB^2 + KM^2;$

$\left(\frac{10}{3}\right)^2 = 2^2 + KM^2;$

$KM^2 = \frac{100}{9} - 4;$

$KM = \pm\sqrt{\frac{64}{9}};$

$KM = \frac{8}{3}.$

$Из\ \Delta KOM:$

$tg\alpha = \frac{MK}{KO};$

$tg\alpha = \frac{8}{3} : 1;$

$tg\alpha = \frac{8}{3}.$

$Ответ: \ \alpha = arctg\frac{8}{3}.$

Домашнее задание

- В прямоугольном параллелепипеде ABCDA1B1C1D1 точка N – середина ребра CD , AB = 3 , BC = 2 , BB1 = 2. Найдите угол между плоскостями AB1N и ABC .

- В правильной четырехугольной пирамиде SABCD с основанием ABCD сторона основания равна 3, а боковое ребро равно 5. Найдите угол между плоскостями ABC и ACM, где точка M делит ребро BS так, что BM : MS = 2 : 1.

Р е ф л е к с и я:

- На уроке я вспомнил(ла)……………………………
- На уроке мне удалось самостоятельно сделать …………………………………………………………………
- Трудно было ………………………………………………
- Знания, полученные на уроке, я смогу (не смогу) применить ……………………………………………