Решение квадратных уравнений

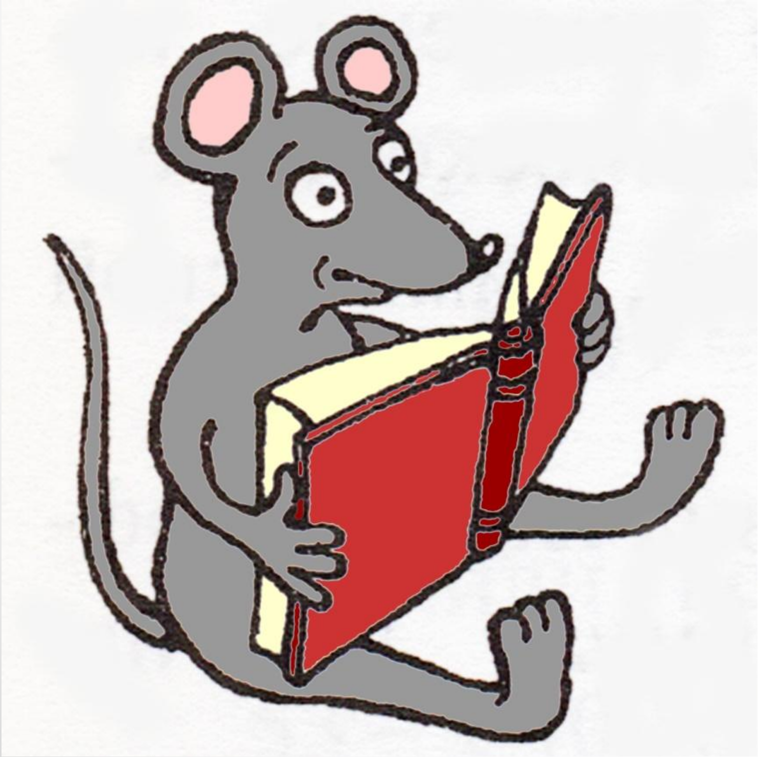
Подготовила:
Сидоренко Т.В.-
учитель высшей категории
МБОУ СОШ имени С.М. Кирова
г. Карачева

Тема: Решение квадратных уравнений.

Цели: В ходе изучения данной темы учащиеся должны узнать формулу корней квадратного уравнения, научиться ее выводить, а также решать квадратные уравнения, пользуясь этой формулой.

Вывод формулы корней квадратного уравнения

Вывод – это рассуждение с целью установления истинности какого-либо утверждения.

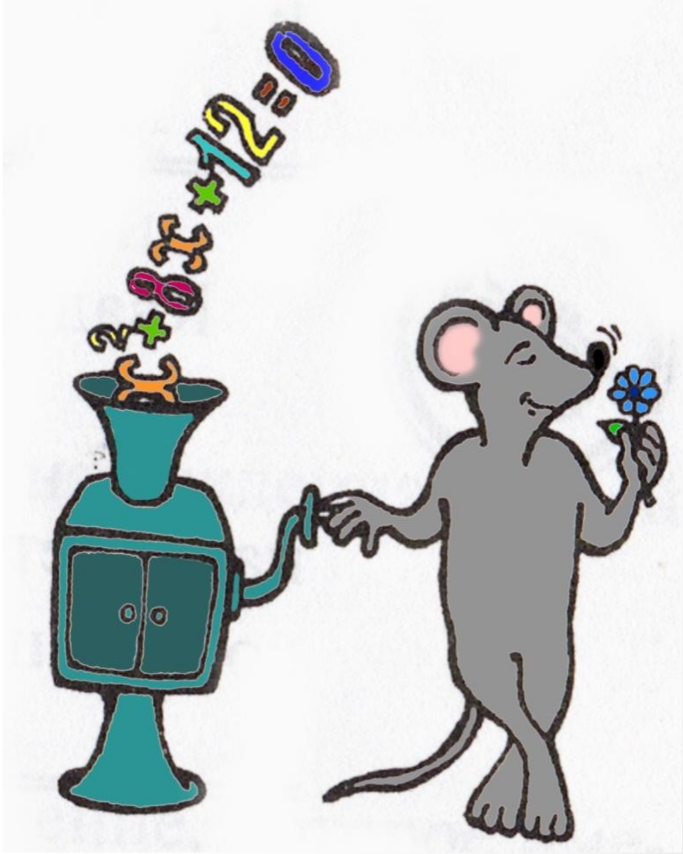


Математический энциклопедический словарь

Решите уравнения:

а) $7x^2 - 147x = 0$;

б) $7x^2 - 35 = 0$.



Какие методы для решения этих уравнений вы применяли?

Метод разложения на множители:

а) $7x^2 - 147x = 0;$

$x(7x - 147) = 0;$

$x = 0$ или $7x - 147 = 0;$

$x = 21.$

Ответ: $x_1 = 0;\ x_2 = 21.$

б) $7x^2 - 35 = 0;$

$7(x^2 - 5) = 0;$

$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0;$

$x - \sqrt{5} = 0$ или $x + \sqrt{5} = 0;$

$x = \sqrt{5}.$ $\qquad x = -\sqrt{5}.$

Ответ: $x_1 = \sqrt{5};\ x_2 = -\sqrt{5}$

Метод извлечения квадратного корня:

$7x^2 - 35 = 0;$

$7(x^2 - 5) = 0;$

$x^2 - 5 = 0;$

$x^2 = 5;$

$x = \sqrt{5}$ или $x = -\sqrt{5}.$

Ответ: $x_1 = \sqrt{5}$; $x_2 = -\sqrt{5}.$

Задание 2. Можно ли решить следующие уравнения без применения формул корней квадратного уравнения?

1) $x^2 - 0{,}81 = 0$;

2) $0{,}3x^2 + 43 = 0$;

3) $7x^2 - 70 = 0$;

4) $(x + 1)^2 - 0{,}81 = 0$;

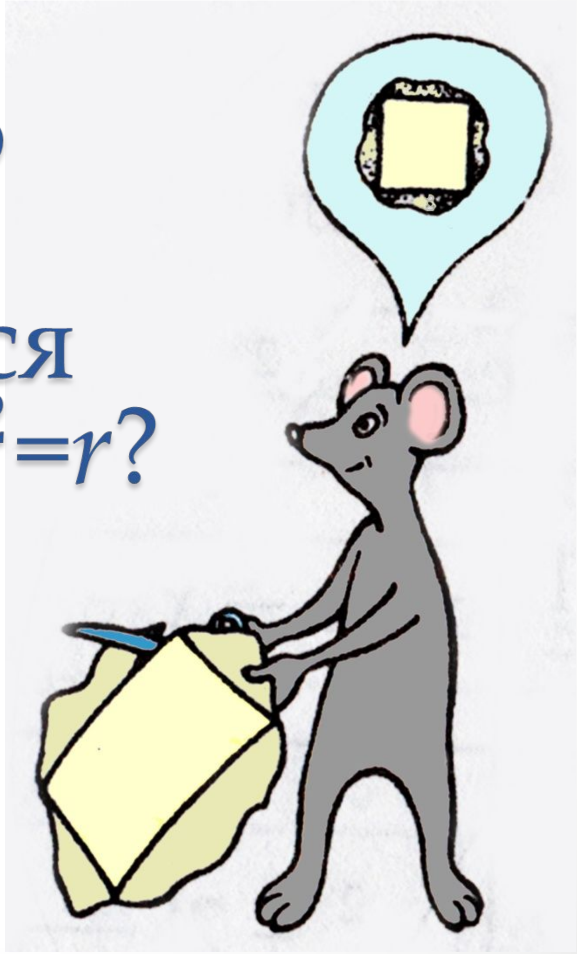
5) $x^2 - 2x + 1 = 0$;

6) $x^2 - 2x + 1 = 25$;

7) $x^2 - 2x - 24 = 0$;

8) $x^2 + 6x + 40 = 0$?

Можно ли утверждать, что каждое из этих уравнений удастся привести к виду $\square^2=r$?



Решим уравнение

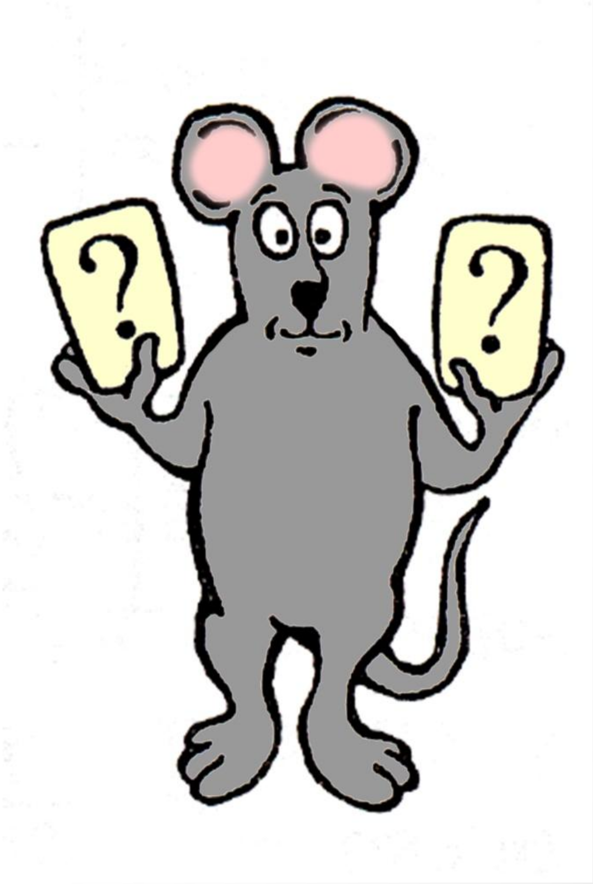
$x^2 - 2x - 24 = 0.$

Чтобы привести его к виду $\square^2 = r$, выделим в левой части уравнения полный квадрат:

$$(x^2 - 2*x*1 + 1^2)-1 - 24 = 0$$

$$(x - 1)^2 - 25 = 0$$

Полученное уравнение можно решить методом извлечения квадратного корня или методом разложения на множители.



Используем первый из них

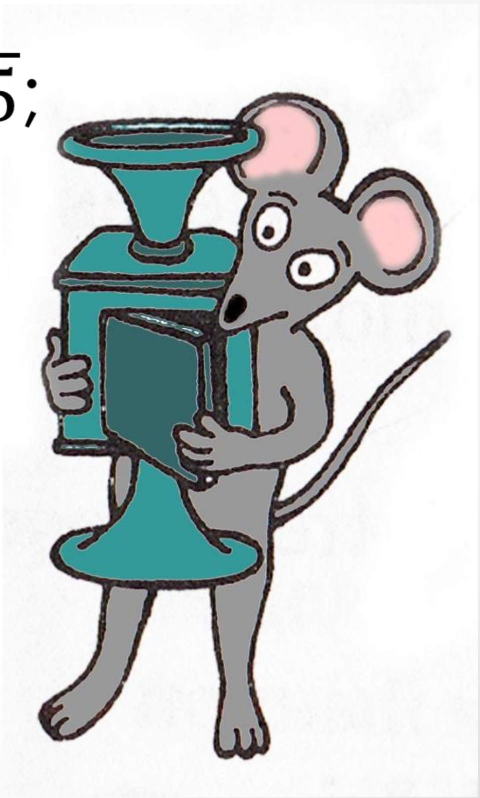
$(x-1)^2 = 25;$

$(x-1) = \sqrt{25}$ или $x - 1 = -\sqrt{25};$

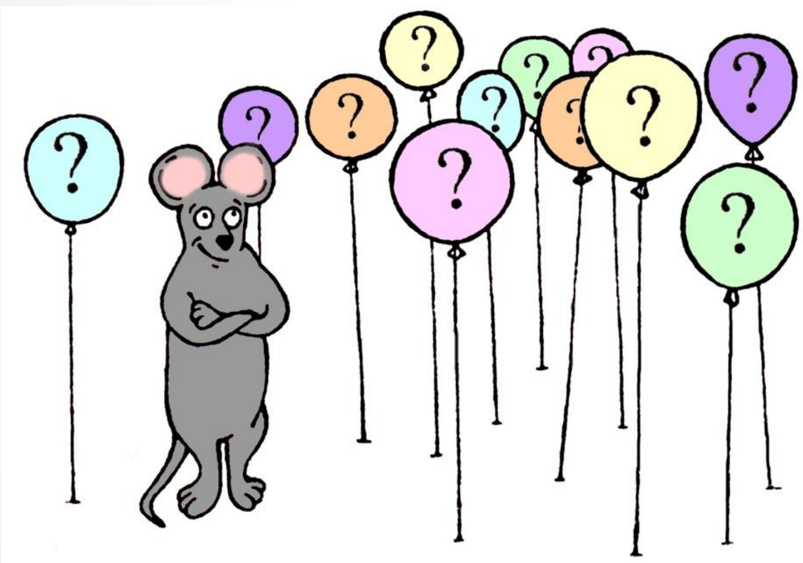
$x - 1 = 5$ $\quad$ $x - 1 = -5;$

$x = 6$ $\quad$ $x = -4.$

Ответ: $x_1 = 6$, $x_2 = -4$.



Можно применить и другой метод:



$$\ldots - 2*x*1 + 1^2) - 1 - 24 =$$

$$(x-1)^2 - 25 = 0$$

$$(x^2 - 2*x*1 + 1^2) - 1 - 24 = 0$$

$$(x-1)^2 - 25 = 0$$

Задание 3. Заполните пропуски в таблице.

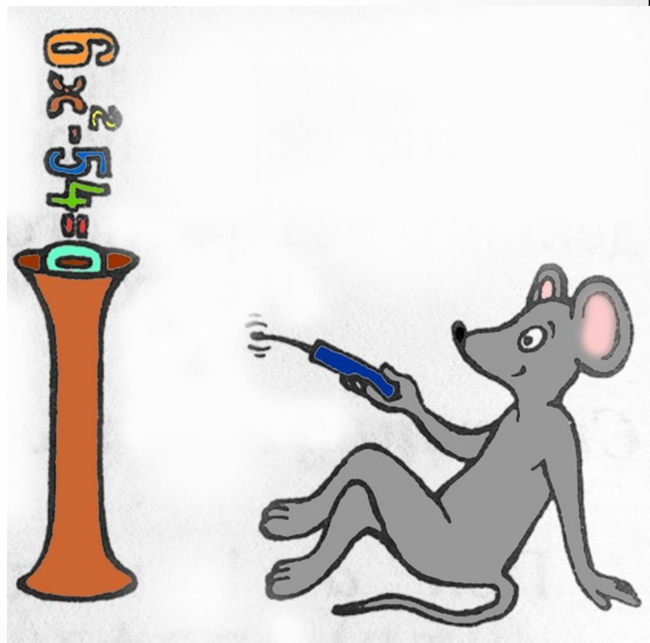
	$ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$	$3x^2+7x+1=0$
1	$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$	$x^2+\frac{7}{3}x+\frac{1}{3}=0$
2	$\left(x^2+2\left(\frac{b}{2a}\right)x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right)-\ldots+\frac{c}{a}=0$	$\left(x^2+2\cdot\frac{7}{2\cdot 3}x+\left(\frac{7}{2\cdot 3}\right)^2\right)-\ldots+\frac{1}{3}$
3	$(\ldots)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$	$\left(x+\frac{7}{6}\right)^2=\ldots$
4	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$	$\left(x+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{37}{36}$
5	Если $b^2-4ac<0$, то … Если же $b^2-4ac\geq 0$, то $x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$	$\frac{37}{36}>0$, значит, уравнение имеет корни: $x+\frac{7}{6}=\pm\sqrt{\frac{37}{36}}$
6	$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	$x_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$
7	*Ответ*: $x_1=\ldots;\quad x_2=\ldots$	*Ответ*: $x_1=\frac{-7+\sqrt{37}}{6}$; $x_2=\frac{-7-\sqrt{37}}{6}$

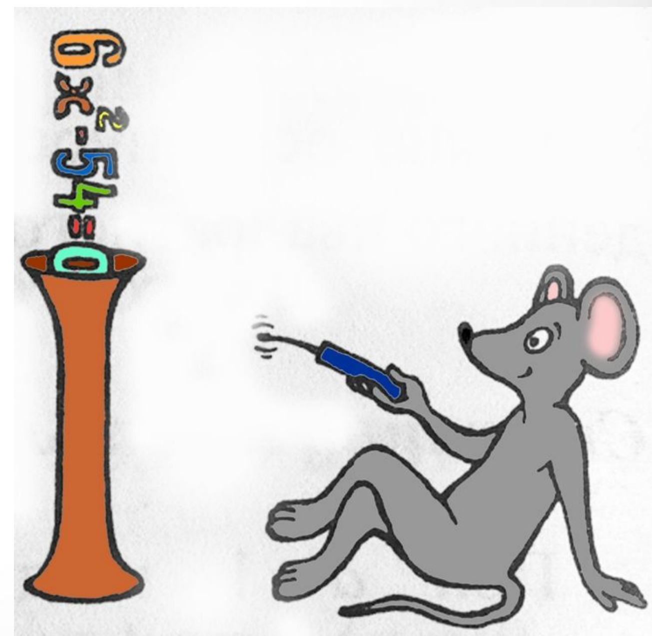
Задание 3. Заполните пропуски в таблице.

	$ax^2+bx+c=0,\ a\neq0$	$3x^2+7x+1=0$
1	$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$	$x^2+\frac{7}{3}x+\frac{1}{3}=0$
2	$\left(x^2+2\left(\frac{b}{2a}\right)x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right)-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}=0$	$\left(x^2+2\cdot\frac{7}{2\cdot3}x+\left(\frac{7}{2\cdot3}\right)^2\right)-\left(\frac{7}{6}\right)^2+\frac{1}{3}$
3	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$	$\left(x+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{49}{36}-\frac{1}{3}$
4	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$	$\left(x+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{37}{36}$
5	Если $b^2-4ac<0$, то … Если же $b^2-4ac\geq0$, то $x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$	$\frac{37}{36}>0$, значит, уравнение имеет корни: $x+\frac{7}{6}=\pm\sqrt{\frac{37}{36}}$
6	$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	$x_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$
7	*Ответ*: $x_1=\frac{-b+\sqrt{\ }}{2a}$; $x_2=\frac{-b-\sqrt{\ }}{2a}$.	*Ответ*: $x_1=\frac{-7+\sqrt{37}}{6}$; $x_2=\frac{-7-\sqrt{37}}{6}$

$$(\lambda - 1) - 25 = 0$$

	$ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$	$2x^2+5x-3=0$
1	$4a(ax^2+bx+c)=0$	
2	$4a^2x^2+4abx+4ac=0$	
3	$((2ax)^2+2\cdot 2ax\cdot b+b^2)-$ $-b^2+4ac=0$	
4	$(2ax+b)^2-(b^2-4ac)=0$	
5	Если $b^2-4ac<0$, то записываем ответ: действительных корней нет. Если же $b^2-4ac\geq 0$, то продолжаем поиск корней.	
6	$(2ax+b)^2-\left(\sqrt{b^2-4ac}\right)^2=0$	
7	$\left(2ax+b-\sqrt{b^2-4ac}\right)\times$ $\times\left(2ax+b+\sqrt{b^2-4ac}\right)=0$	
8	$2ax+b-\sqrt{b^2-4ac}=0$ или $2ax+b+\sqrt{^2-4ac}=0$	
9	$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	




$6x^2-54=0$

Итак, вы просмотрели два вывода одной и той же формулы

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Есть ли в этих выводах что-то общее?

Задание 5.

Решите уравнения:

1) $x^2 + 12x + 20 = 0$;

2) $x^2 + x + 12 = 0$;

3) $3x^2 + 6x = -2$;

4) $25x^2 + 20x + 4 = 0$.

Чему вы отдали предпочтение, решая уравнения: использованию формул, полученных в этом параграфе, или непосредственному выделению полного квадрата?

Итак, что полезного мы приобрели?

1) Нашли прием, который позволяет решить квадратное уравнение, не используя формул для корней.
2) Вывели формулы для решения квадратных уравнений.