«Красота математики, как и красота любой вещи, — это внутреннее свойство, она происходит из гармонии между различными частями одного целого».

Хорхе Вагенсберг

«Красивые» задачи.

Цель нашего исследования – создать сборник «красивых» математических задач.

Задачи:

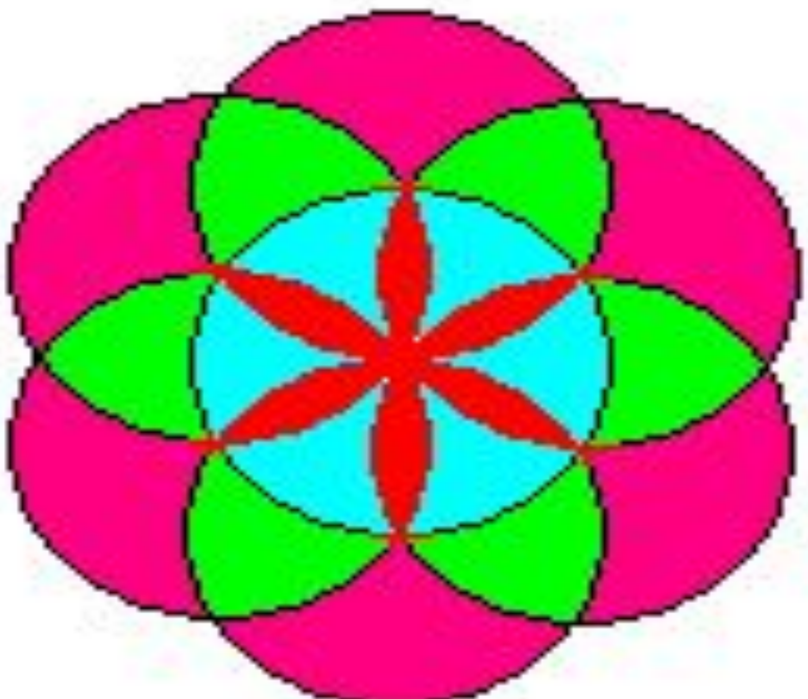
- Определить понятие «красивая» задача в математике.
- Классифицировать найденные задачи по разделам.
- Подготовить материалы для сборника «красивых» математических задач.

- **Объект исследования** – решение математических задач.

- **Предмет исследования** – математические задачи определенного типа.

- **Гипотеза исследования** – если окажется возможным из множества математических задач выбрать определенные («красивые») задачи и классифицировать их по некоторым признакам, то возможно создание сборника таких задач и использование его в качестве математического саморазвития.
- **Методы исследования:**
  1. Теоретические.
  2. Эмпирические.
  3. Математические.

Задача построенная с помощью циркуля

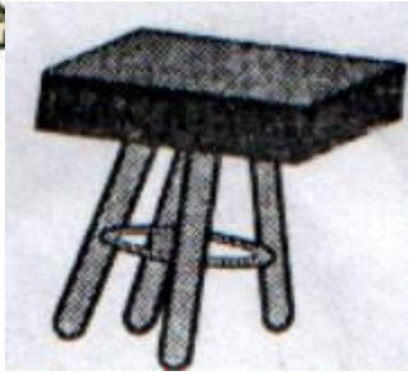


Требования к «красивым» задачам:

- интересное условие, красивый чертеж;
- нестандартный элемент (в условии, в методах решения);
- установление интересного факта;
- доступность по формулировке и по сложности;
- изюминка в решении (наглядность и простота.

Классификация задач по группам:

1) ***«Красивые» задачи по решению;***
2) ***«Красивые» задачи по чертежу;***
3) ***«Красивые» задачи по содержанию;***
4) ***«Красивые» олимпиадные задачи.***



- *Маленький Петя подпилил все ножки у квадратного табурета и четыре отпиленных кусочка потерял. Оказалось, что длины всех кусочков различны и что табурет после этого стоит на полу, пусть наклонно, но по-прежнему касаясь, пола всеми четырьмя концами ножек. Дедушка решил починить табурет, однако нашел только три кусочка с длинами 8, 9 и 10 см. Какой длины может быть четвертый кусочек?*

Решение. Пусть A, B, C, D – концы исходных ножек табуретки, а A_1, B_1, C_1, D_1 – подпиленных. $A_1A + B_1B = C_1C + D_1D$. Поскольку табуретка стоит, касаясь пола четырьмя ножками, то точки A_1, B_1, C_1 и D_1 лежат в одной плоскости. Табуретка квадратная, значит, плоскости ABA_1B_1 и CDC_1D_1 параллельны. Следовательно, $A_1B_1 \parallel C_1D_1$. Аналогично, $B_1C_1 \parallel A_1D_1$. Таким образом, четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$ – параллелограмм, и его диагонали пересекаются в точке O_1. Пусть O – центр квадрата ABCD. Заметим, что отрезок OO_1 – средняя линия как в трапеции ACC_1A_1, так и в трапеции BDD_1B_1, а значит , $A_1A+ C_1C= 2OO_1= B_1B+ D_1D$.

Теперь переберем возможные длины отпиленной части, расположенной по диагонали от потерянной. При этом получим, что длина отпиленной части удовлетворяет одному из равенств:

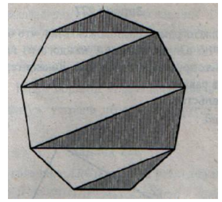
$8+x=9+10$, $9+x=8+10$, $10+x=8+9$, $x=7$, $x=9$, $x=11$.

Поскольку длины всех кусков различны, =9, и остаются только варианты 7 и 11.

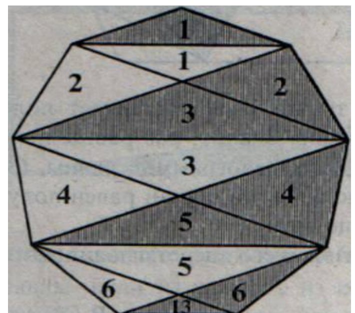
- Ответ: 7,11.

Задача

Зигзаг разделил правильный девятиугольник на треугольники, как показано на рисунке. Какая часть площади больше: закрашенная или незакрашенная?



Решение. Проведем в девятиугольнике еще несколько диагоналей.

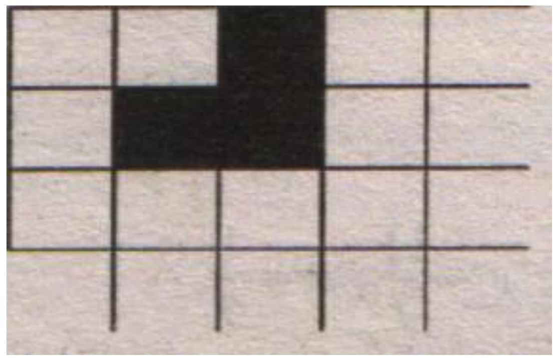


Девятиугольник разбился на 13 треугольников. На рисунке образовалось много параллелограммов и трапеций с диагоналями. Расставим номера треугольников, причем одинаковым номером отметим равные треугольники разных цветов. 12 из них разбились на пары, а тринадцатому, который оказался закрашенным, пары не хватило. Значит, закрашенная часть площади девятиугольника больше его незакрашенной части.

- Ответ: закрашенная.

- Задача
- *Дана белая доска размером 100*100 клеток. Двое по очереди красят ее клетки в черный цвет, причем первый всегда закрашивает квадрат 2*2, а второй—три клетки, образующие «уголок». Уже покрашенную клетку второй раз красить нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре: первый или второй?*

Ответ: второй



Решение. В одном из углов доски второй игрок своим первым ходом закрашивает три клетки в прямоугольнике 2х3, а три оставшиеся клетки из этого прямоугольника объявляет резервом. В дальнейшем второй игрок делает все возможные ходы, не затрагивая резерва. Если такой ход становится невозможным, то закрашиваются клетки резерва. Ясно, что ответного хода у первого игрока нет.

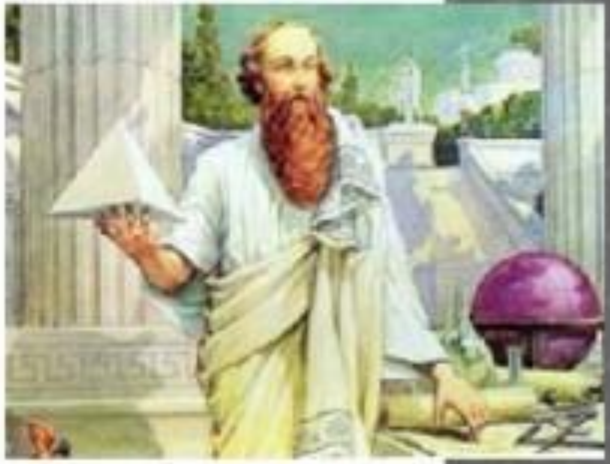
«КРАСИВЫЕ» ЗАДАЧИ ПО СОДЕРЖАНИЮ

Древнегреческая задача

- -Скажи мне, знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы.
- -Вот сколько, - ответил Пифагор, - половина изучает математику, четверть - природу, седьмая часть проводит время в размышлении и, кроме того, есть три женщины.

<u>Решение</u>

Пусть x всего человек. По условию задачи составим уравнение.



$1/2 \cdot x + 1/4 \cdot x + 1/7 \cdot x + 3 = x \quad | \cdot 28$

$14 \cdot x + 7 \cdot x + 4 \cdot x + 84 = 28x$

$3x = 84$

$x = 28$

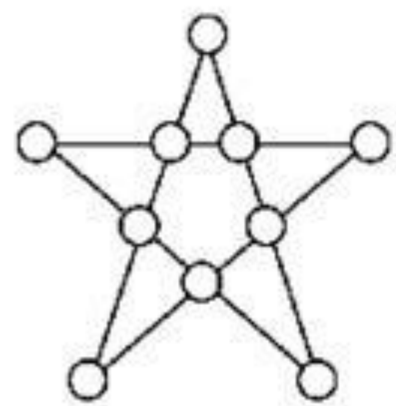
28 учеников посещают школу

Ответ.28 человек.

«КРАСИВЫЕ» ЗАДАЧИ ПО РЕШЕНИЮ

ЗАДАЧА О ПЯТИ ЛИНИЯХ

- Перед вами пять линий и десять кружков. Нужно разместить кружки и линии так, чтобы на каждой линии было по четыре кружка и вместе с тем линии должны образовать законченную геометрическую фигуру, хорошо знакомую каждому человеку. Как расположить линии, чтобы на каждой из них было по четыре кружка?



Ответ: Линии выкладываются в виде звезды, как показано на рисунке.

Спасибо за внимание!