



«Красота математики, как и красота любой вещи, — это внутреннее свойство, она происходит из гармонии между различными частями одного целого».

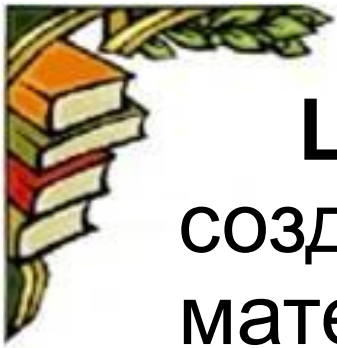
Хорхе Вагенсберг





«Красивые» задачи.





Цель нашего исследования –
создать сборник «красивых»
математических задач.

Задачи:

- Определить понятие «красивая» задача в математике.
- Классифицировать найденные задачи по разделам.
- Подготовить материалы для сборника «красивых» математических задач.



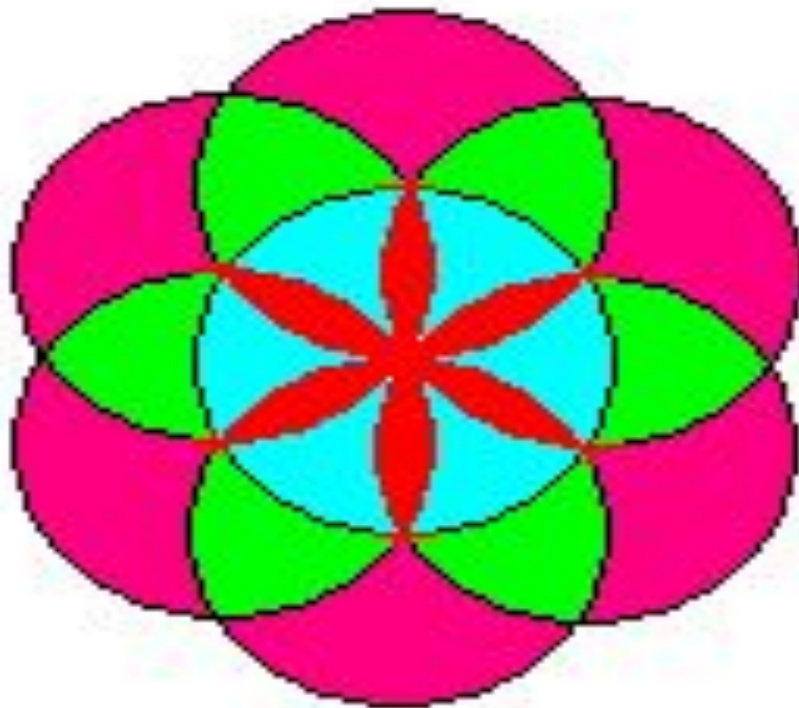


- **Объект исследования** – решение математических задач.
- **Предмет исследования** – математические задачи определенного типа.
- **Гипотеза исследования** – если окажется возможным из множества математических задач выбрать определенные («красивые») задачи и классифицировать их по некоторым признакам, то возможно создание сборника таких задач и использование его в качестве математического саморазвития.
- **Методы исследования:**
 1. Теоретические.
 2. Эмпирические.
 3. Математические.





Задача построенная с помощью циркуля





Требования к «красивым» задачам:

- **интересное условие, красивый чертеж;**
- **нестандартный элемент (в условии, в методах решения);**
- **установление интересного факта;**
- **доступность по формулировке и по сложности;**
- **изюминка в решении (наглядность и простота).**





Классификация задач по группам:

- 1) *«Красивые» задачи по решению;*
- 2) *«Красивые» задачи по чертежу;*
- 3) *«Красивые» задачи по содержанию;*
- 4) *«Красивые» олимпиадные задачи.*





- Маленький Петя подпилит все ножки у квадратного табурета и четыре отпиленных кусочка потерял. Оказалось, что длины всех кусочков различны и что табурет после этого стоит на полу, пусть наклонно, но по-прежнему касаясь пола всеми четырьмя концами ножек. Дедушка решил починить табурет, однако нашел только три кусочка с длинами 8, 9 и 10 см. Какой длины может быть четвертый кусочек?*

Решение. Пусть A, B, C, D – концы исходных ножек табуретки, а A_1, B_1, C_1, D_1 – подпиленных. $A_1A + B_1B = C_1C + D_1D$. Поскольку табуретка стоит, касаясь пола четырьмя ножками, то точки A_1, B_1, C_1 и D_1 лежат в одной плоскости. Табуретка квадратная, значит, плоскости ABA_1B_1 и CDC_1D_1 параллельны. Следовательно, $A_1B_1 \parallel C_1D_1$. Аналогично, $B_1C_1 \parallel A_1D_1$. Таким образом, четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$ – параллелограмм, и его диагонали пересекаются в точке O_1 . Пусть O – центр квадрата $ABCD$. Заметим, что отрезок OO_1 – средняя линия как в трапеции ACC_1A_1 , так и в трапеции BDD_1B_1 , а значит, $A_1A + C_1C = 2OO_1 = B_1B + D_1D$.

Теперь переберем возможные длины отпиленной части, расположенной по диагонали от потерянной. При этом получим, что длина отпиленной части удовлетворяет одному из равенств:

$$8+x=9+10, 9+x=8+10, 10+x=8+9, x=7, x=9, x=11.$$

Поскольку длины всех кусков различны, $x=9$, и остаются только варианты 7 и 11.

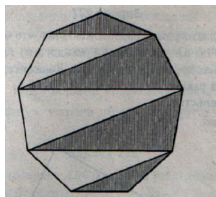
- Ответ: 7,11.



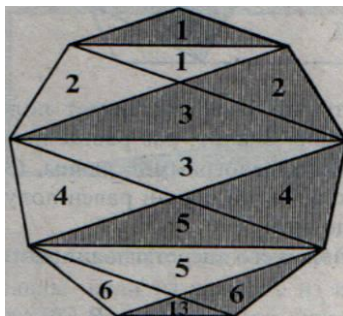


Задача

Зигзаг разделил правильный семиугольник на треугольники, как показано на рисунке. Какая часть площади больше: закрашенная или незакрашенная?



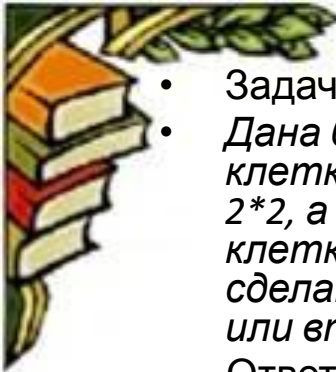
Решение. Проведем в семиугольнике еще несколько диагоналей.



Семиугольник разбился на 13 треугольников. На рисунке образовалось много параллелограммов и трапеций с диагоналями. Расставим номера треугольников, причем одинаковым номером отметим равные треугольники разных цветов. 12 из них разбились на пары, а тринадцатому, который оказался закрашенным, пары не хватило. Значит, закрашенная часть площади семиугольника больше его незакрашенной части.

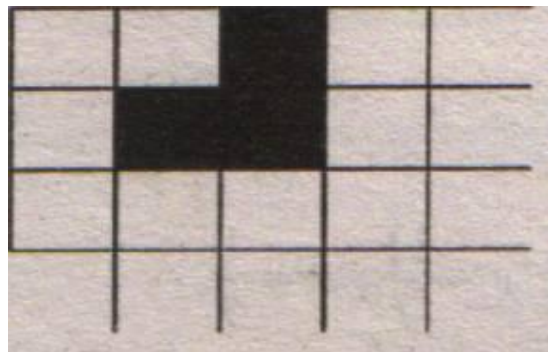
- Ответ: закрашенная.





- Задача
- Дана белая доска размером 100×100 клеток. Двое по очереди красят ее клетки в черный цвет, причем первый всегда закрашивает квадрат 2×2 , а второй—три клетки, образующие «уголок». Уже покрашенную клетку второй раз красить нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре: первый или второй?

Ответ: второй



Решение. В одном из углов доски второй игрок своим первым ходом закрашивает три клетки в прямоугольнике 2×3 , а три оставшиеся клетки из этого прямоугольника объявляет резервом. В дальнейшем второй игрок делает все возможные ходы, не затрагивая резерва. Если такой ход становится невозможным, то закрашиваются клетки резерва. Ясно, что ответного хода у первого игрока нет.





«КРАСИВЫЕ» ЗАДАЧИ ПО СОДЕРЖАНИЮ

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ЗАДАЧА

- -Скажи мне, знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы.
- -Вот сколько, - ответил Пифагор, - половина изучает математику, четверть - природу, седьмая часть проводит время в размышлении и, кроме того, есть три женщины.

Решение

Пусть x всего человек. По условию задачи составим уравнение.

$$1/2 \cdot x + 1/4 \cdot x + 1/7 \cdot x + 3 = x \quad | \cdot 28$$

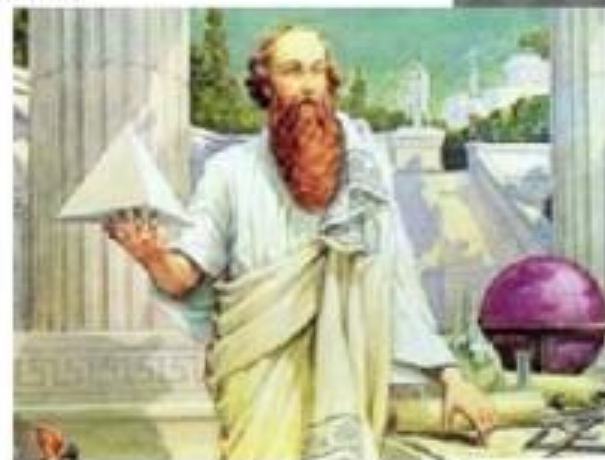
$$14 \cdot x + 7 \cdot x + 4 \cdot x + 84 = 28x$$

$$3x = 84$$

$$x = 28$$

28 учеников посещают школу

Ответ. 28 человек.

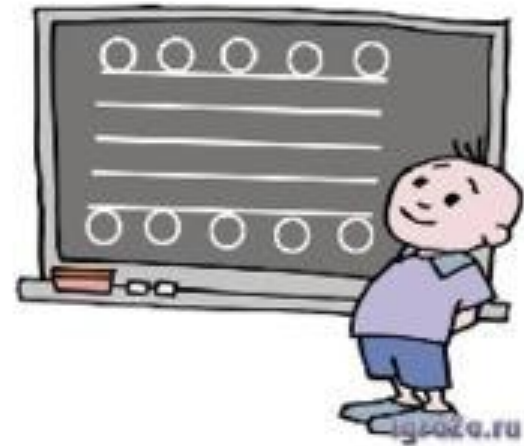




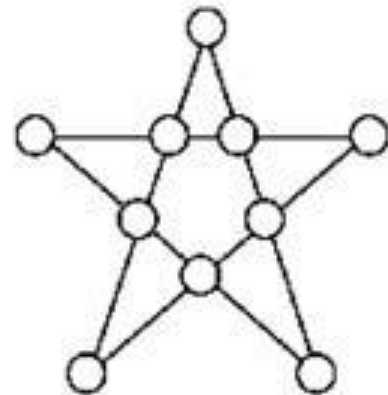
КРАСИВЫЕ ЗАДАЧИ ПО РЕШЕНИЮ

ЗАДАЧА О ПЯТИ ЛИНИЯХ

- Перед вами пять линий и десять кружков. Нужно разместить кружки и линии так, чтобы на каждой линии было по четыре кружка и вместе с тем линии должны образовать законченную геометрическую фигуру, хорошо знакомую каждому человеку. Как расположить линии, чтобы на каждой из них было по четыре кружка?



Ответ: Линии выкладываются в виде звезды, как показано на рисунке.





Спасибо за внимание!

