

*График функции  $y=|x|$*

.

# Построение графика функции $y = (|x|)$

$$y = f(|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{при } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Следовательно график функции  $y = f(|x|)$  состоит из двух графиков:  $y = f(x)$  – в правой полуплоскости и  $y = f(-x)$  – в левой полуплоскости. График функции  $y = f(|x|)$  получается из графика функции  $y = f(x)$  следующим образом: при  $x \geq 0$  график сохраняется, а при  $x < 0$  отражает построенную часть симметрично относительно оси  $Oy$ .

# ***Пример №1.***

Построить график функции  $y = 3|x| - 6$ .

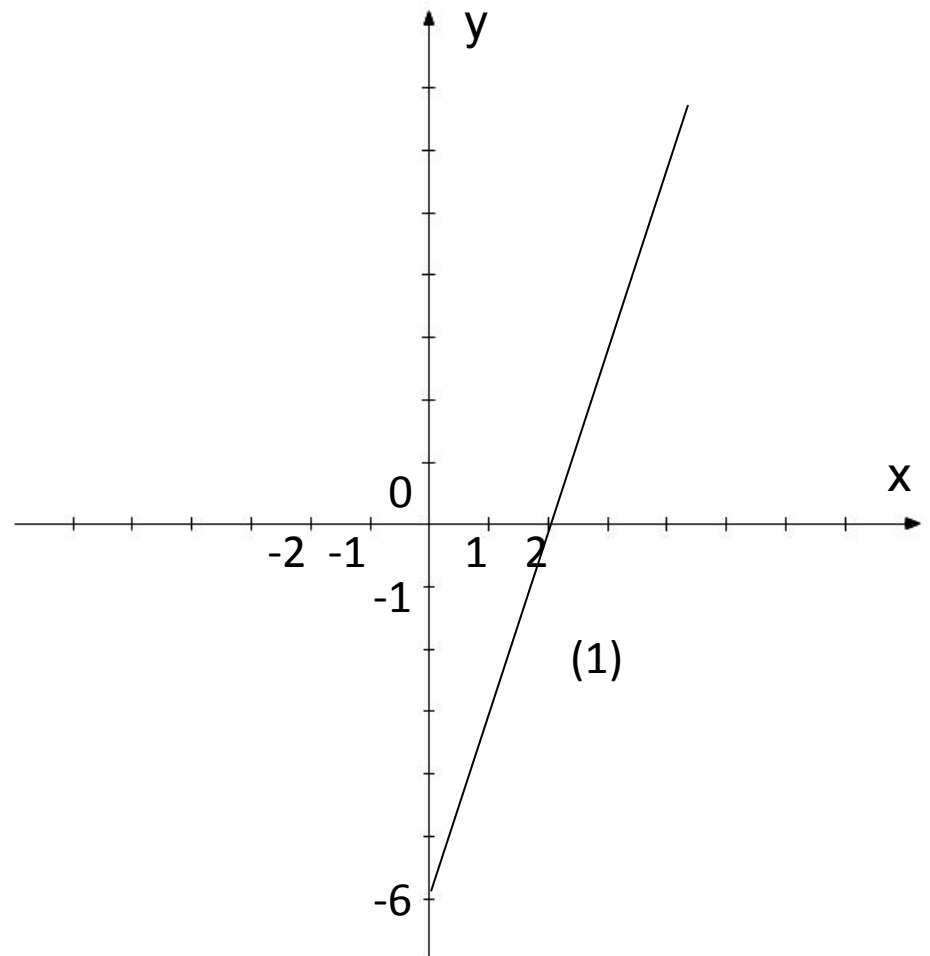
***Построение.***

$$\mathbf{1 \ способ:} \quad y = 3|x| - 6 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 6, x \geq 0 \text{ (1),} \\ y = -3x - 6, \text{ если } x < 0 \text{ (2).} \end{cases}$$

# Пример №1.

Строим график функции  
 $y = 3x - 6$  при  $x \geq 0$ .

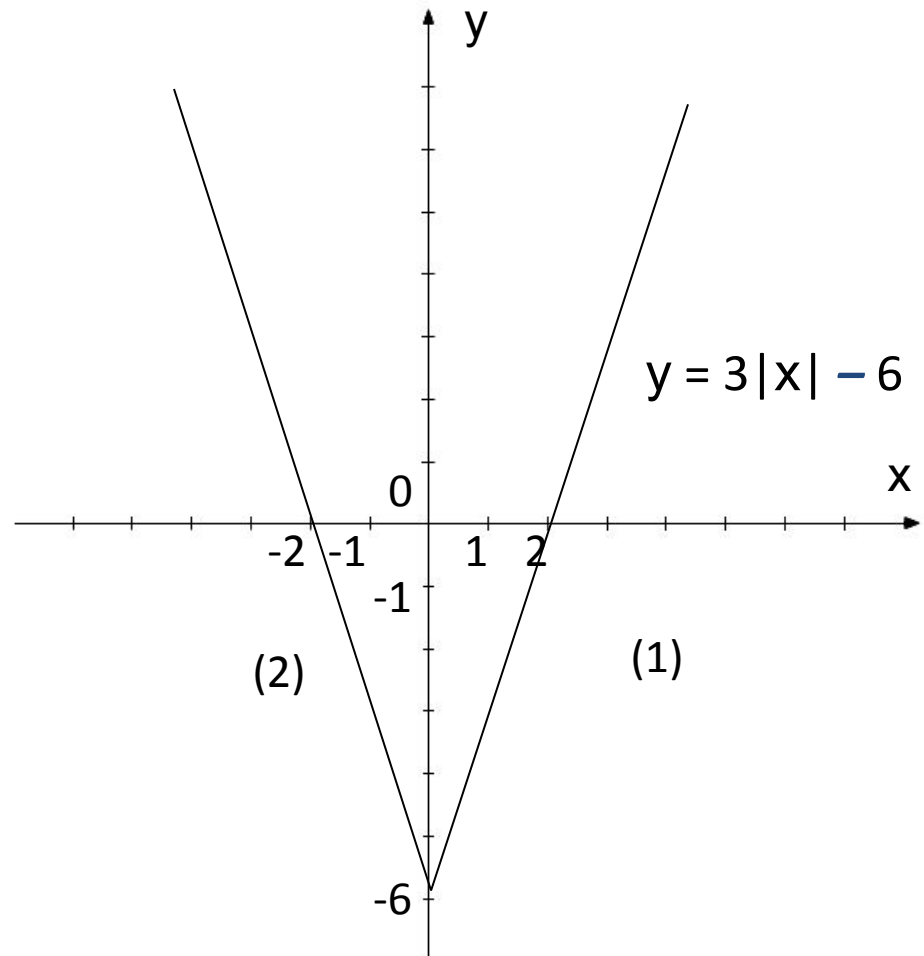
x	0	1
y	-6	-3



# Пример №1.

Строю график функции  $y = -3x - 6$  при  $x < 0$ .

x	- 1	- 2
y	- 3	0



# ***Пример №1.***

Построить график функции  $y = 3|x| - 6$ .

***Построение.***

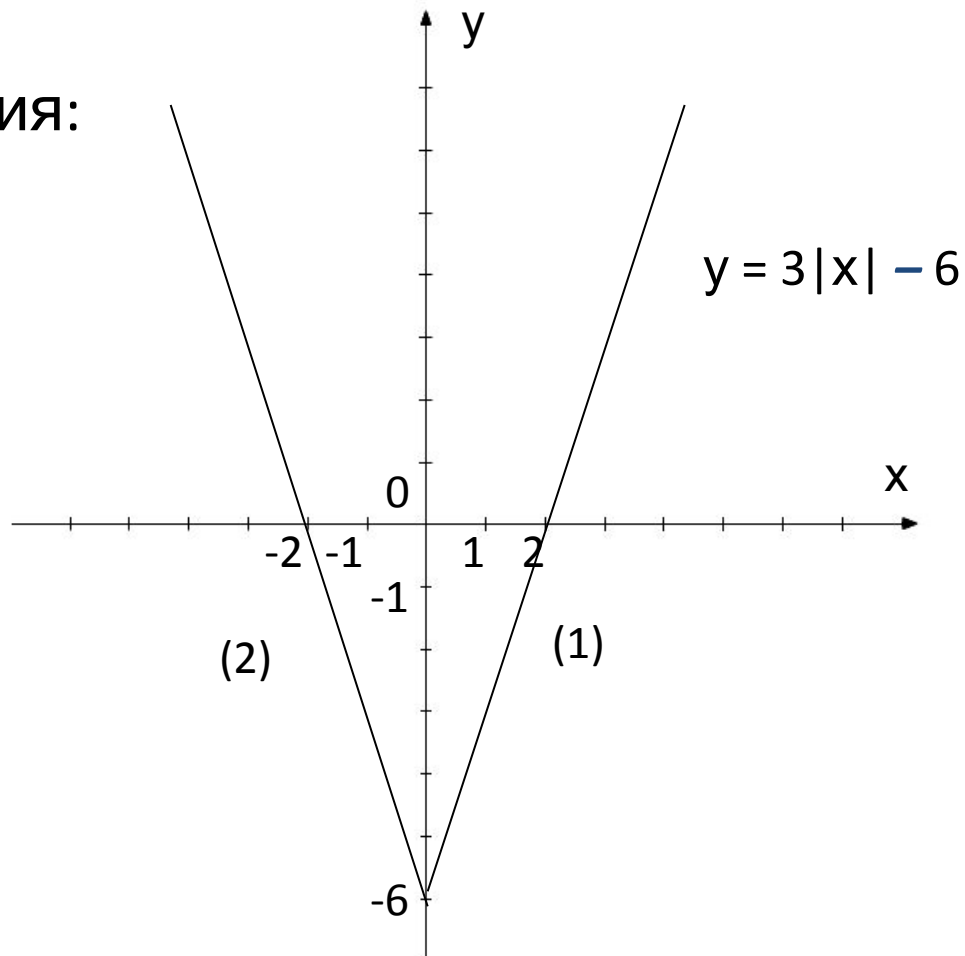
***2 способ:***

Строим график функции  $y = 3x - 6$  для  $x > 0$ .

Достраиваем его левую часть для  $x < 0$ , симметрично построенной относительно оси  $Oy$ .

# График функции $y = 3|x| - 6$ .

2 способ  
построения:



## Пример №2.

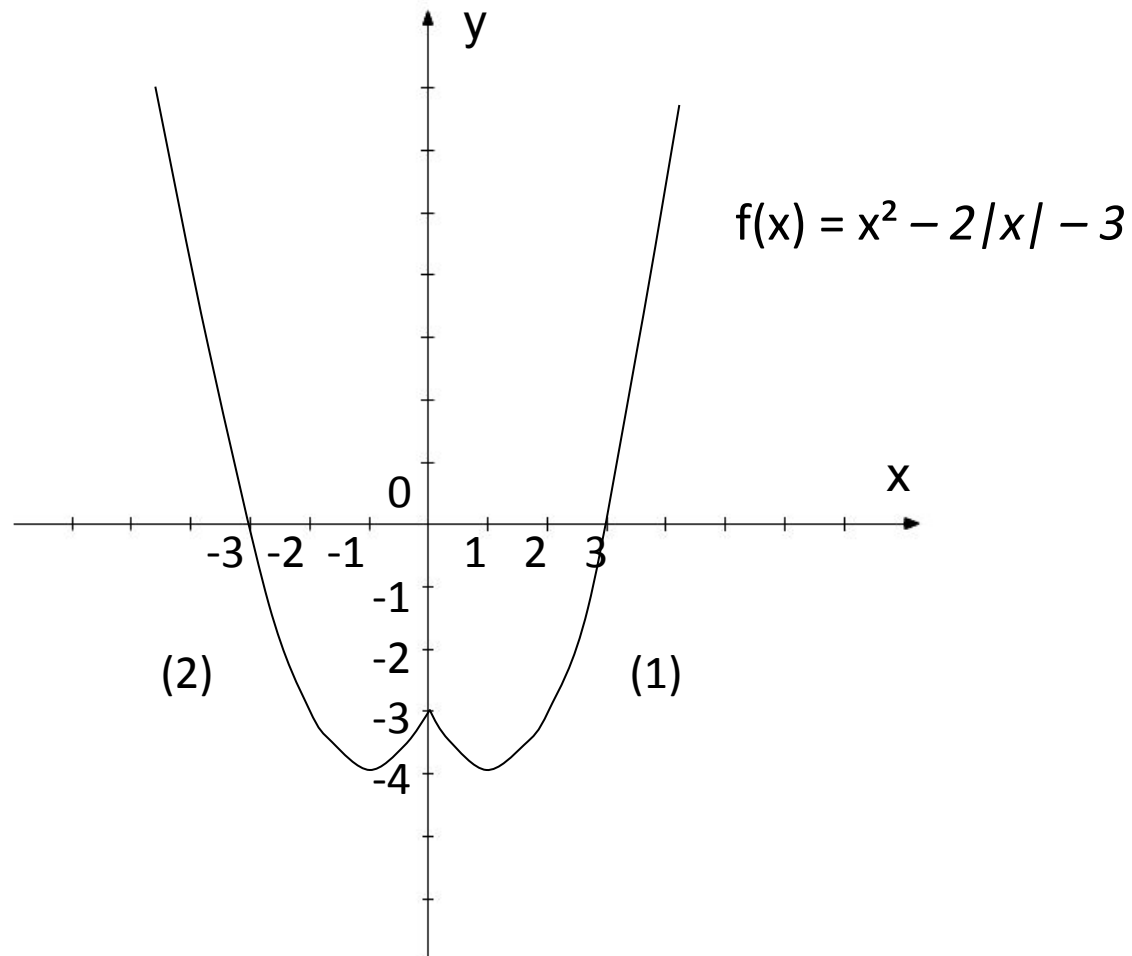
Построить график функции  $f(x) = x^2 - 2|x| - 3$ .

*Построение.*

При  $x \geq 0$  мы имеем дело с графиком  $y = f(|x|)$ , где  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ . График функции  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  есть парабола с вершиной в точке  $(1; -4)$ , т.к.  $x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$ . Построим ту часть параболы  $y = (x - 1)^2 - 4$ , которая соответствует неотрицательным значениям аргумента. Затем достроим другую часть графика, симметричную первой относительно оси  $Oy$ . Получим график функции  $y = x^2 - 2|x| - 3$ .



# График функции $f(x) = x^2 - 2|x| - 3$ .



## Построение графика $y = |f(x)|$

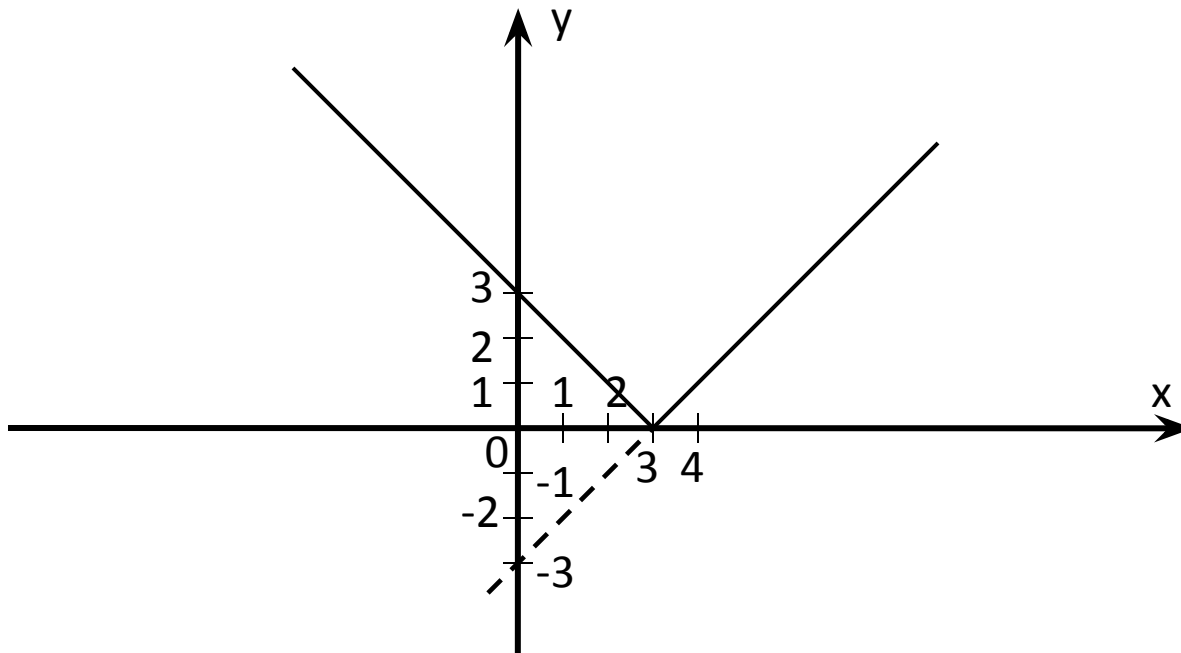
$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0 \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0 \end{cases}$$

Алгоритм построения:

1. Строим график функции  $f(x)$
2. Часть графика  $y=f(x)$ , лежащая над осью  $Ox$ , сохраняется, а часть его, лежащая под осью  $Ox$ , отображается симметрично относительно оси  $Ox$ .

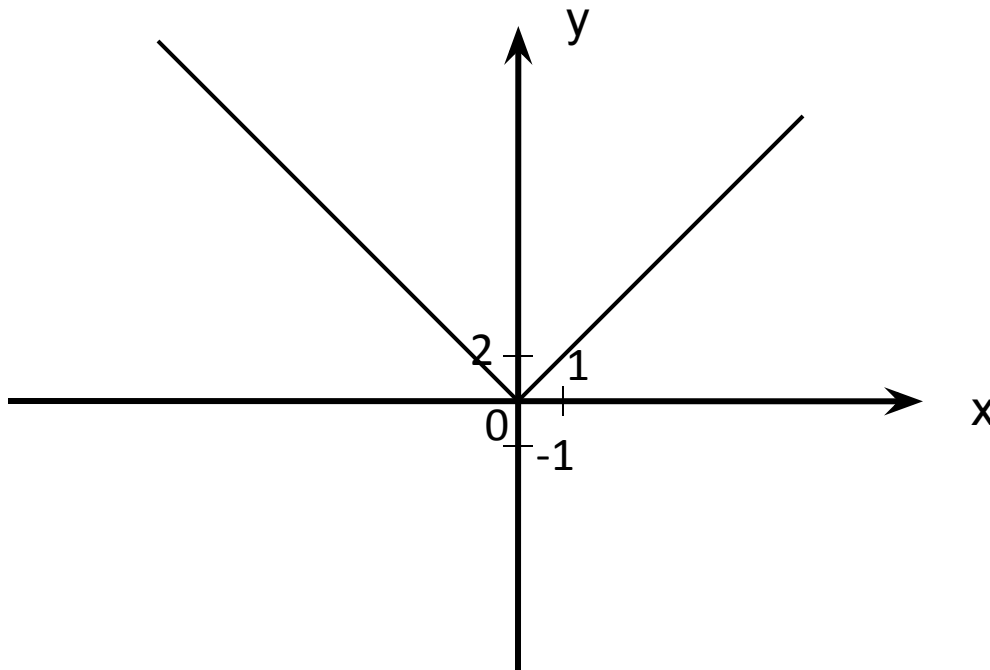
1 способ по определению.

$$y = |x - 3| \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3, \text{ если } x \geq 3 \\ y = -(x - 3), \text{ если } x < 3 \end{cases}$$

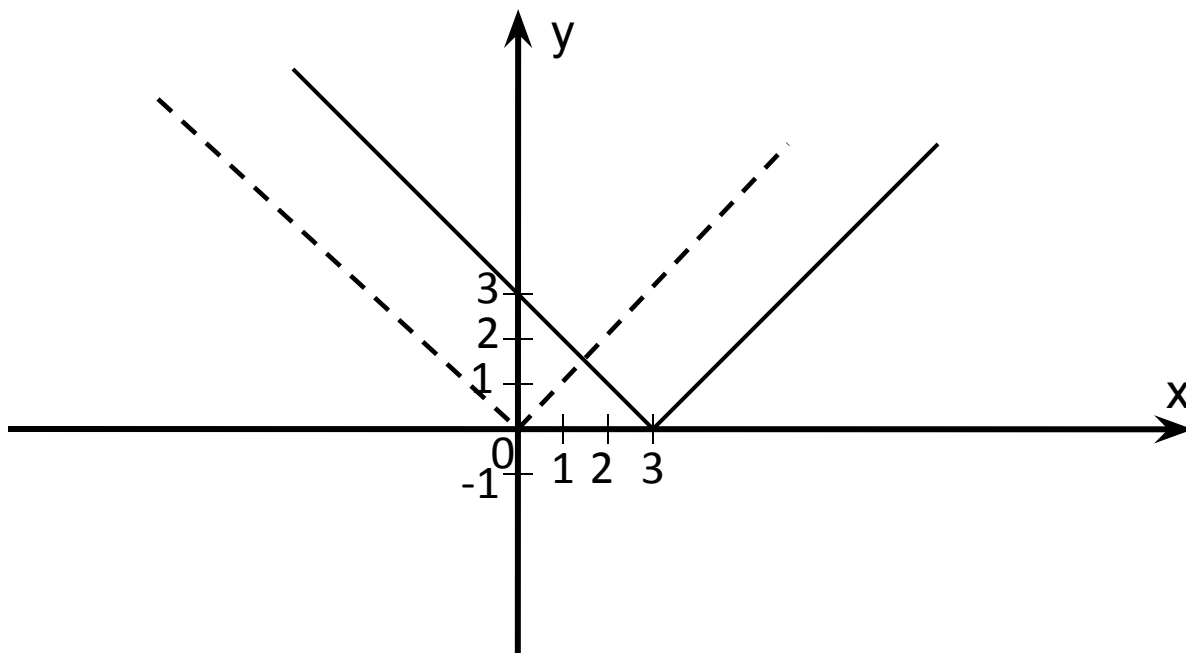


По правилу геометрических преобразований графиков.

- Строим график функции  $y = |x|$



- Строим график функции  $y=|x-3|$  путем параллельного переноса графика функции  $y=|x|$  вдоль  $ox$  на 3 единицы вправо

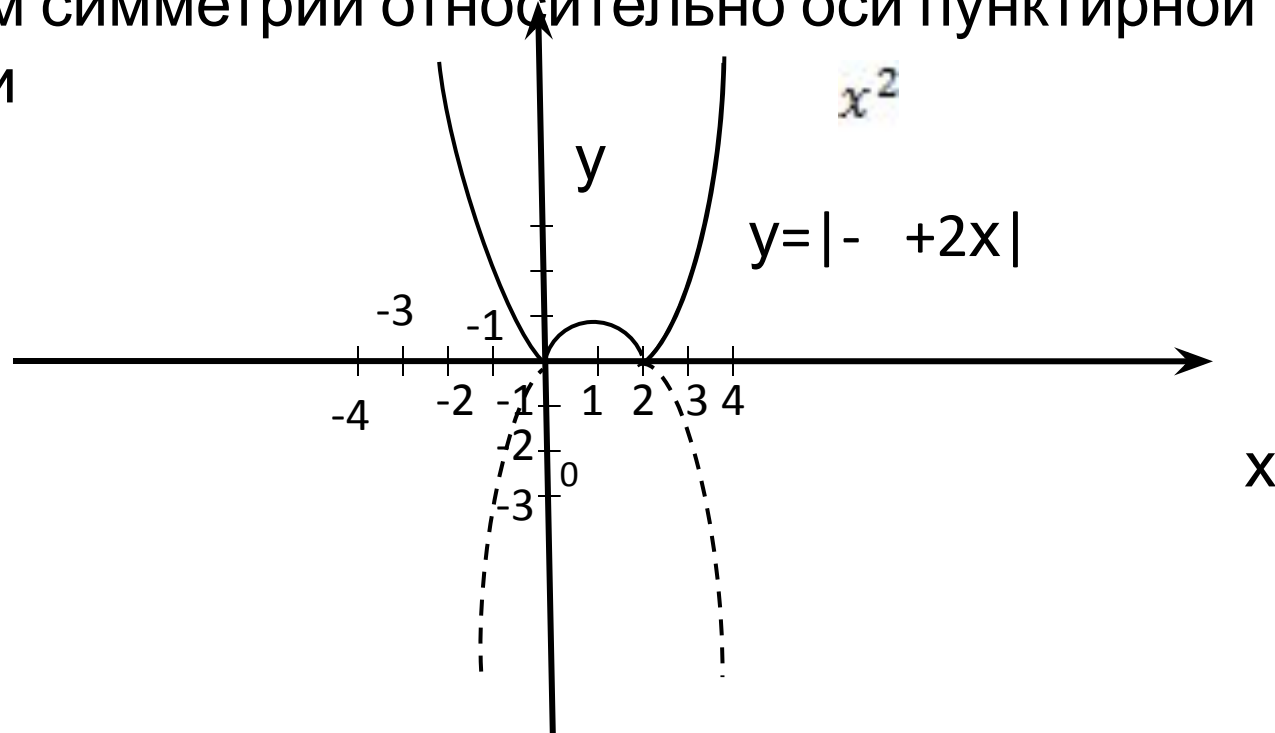


Построить график функции  $y = |x^2 + 2x|$

Построение

1. Строим график функции  $y = x^2 + 2x$  (ту часть графика, которая расположена ниже оси, наметим пунктиром)

2. Потом строим недостающую часть графика путем симметрии относительно оси пунктирной части



Построение графика функции

$$y = |f(|x|)|$$

Чтобы построить график функции  $y = |f(|x|)|$ ,  
надо сначала построить график  $y = f(x)$  и  
, при  $x > 0$ , затем при  $x < 0$  построить  
изображение, симметричное ему  
относительно оси  $f(|x|)$  и затем на интервалах,  
где  $f(x) < 0$ , построить изображение  $f(|x|)$   
симметричное графику относительно оси  
OX.



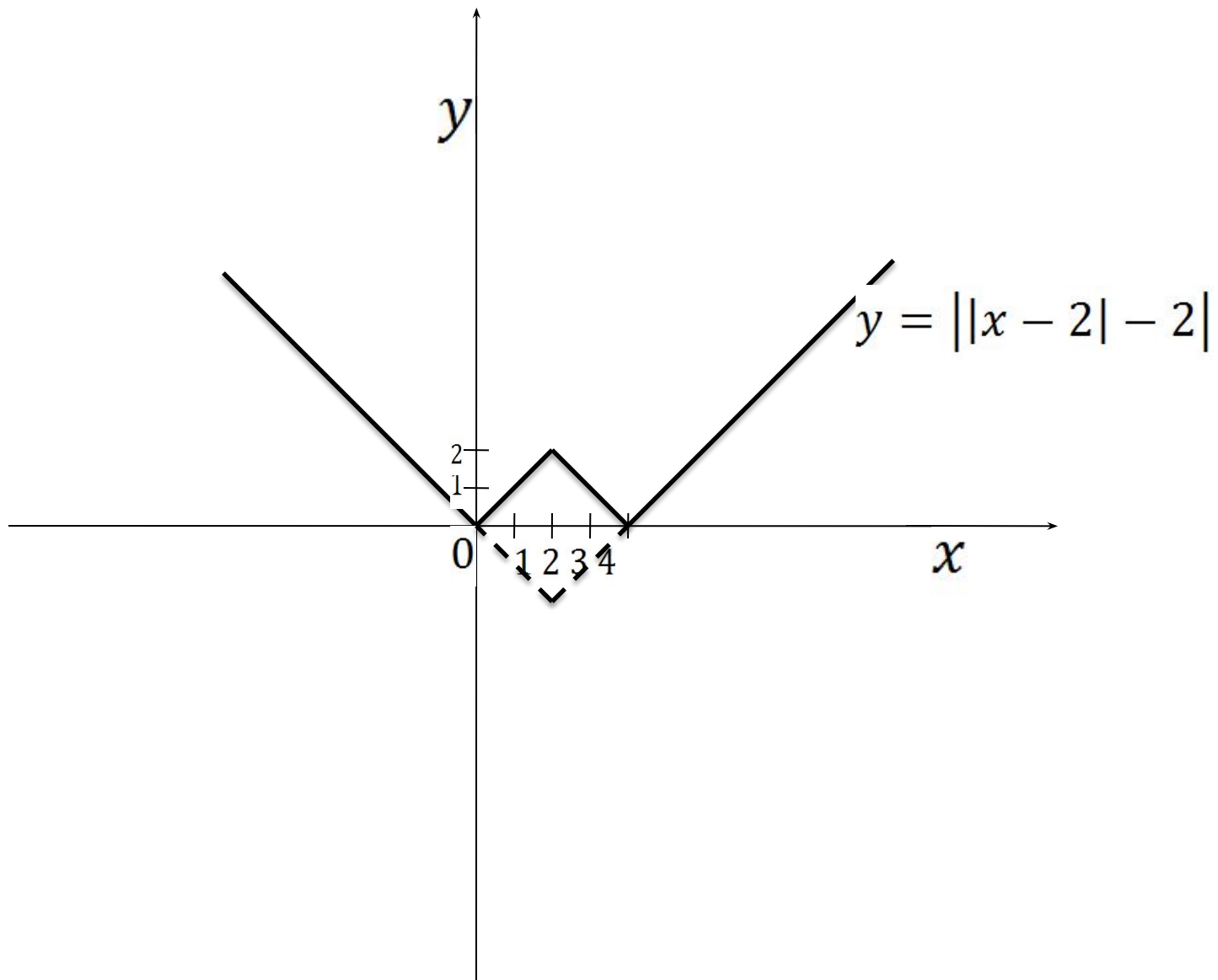
# Пример 5.

Построить график функции  $y = ||x - 2| - 2|$

Построение

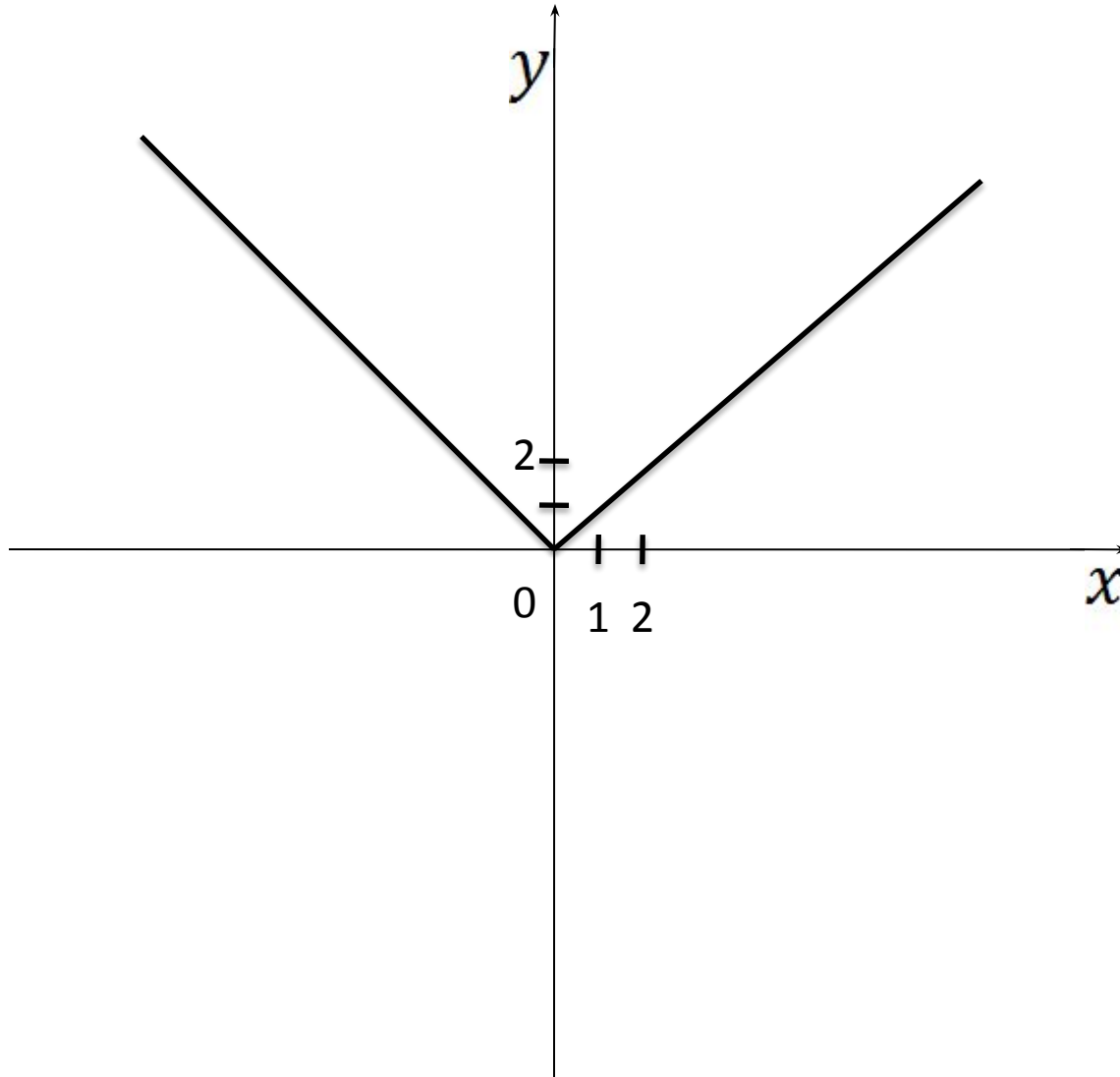
$$y = ||x - 2| - 2| \Leftrightarrow \begin{cases} y = |x - 4|, x \geq 2 \\ y = |-x|, x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x, x < 0, \\ y = x, 0 \leq x < 2, \\ y = -x + 4, 2 \leq x \leq 4, \\ y = x - 4, x > 4. \end{cases}$$

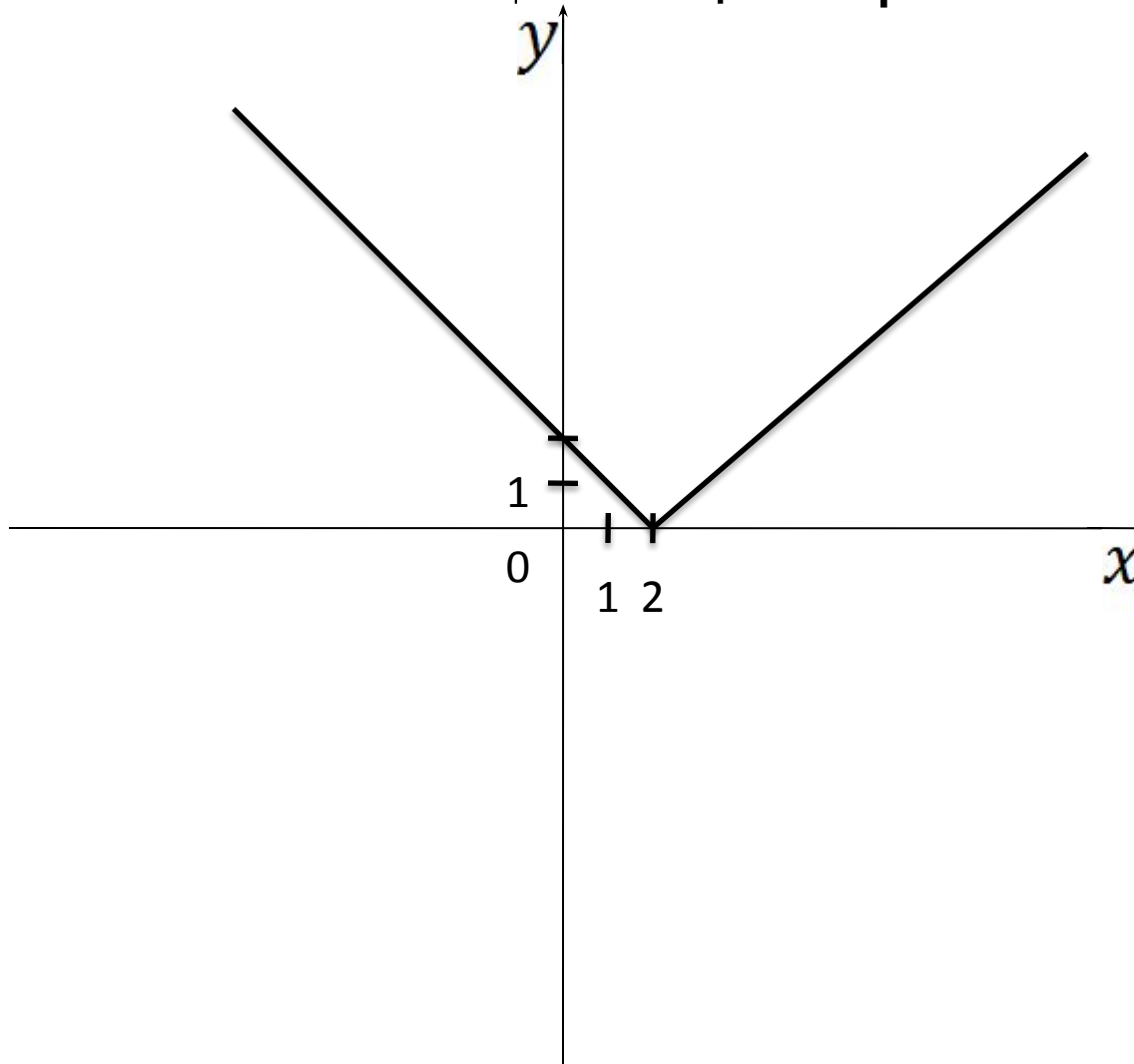


По правилам геометрических  
преобразований  
II способ

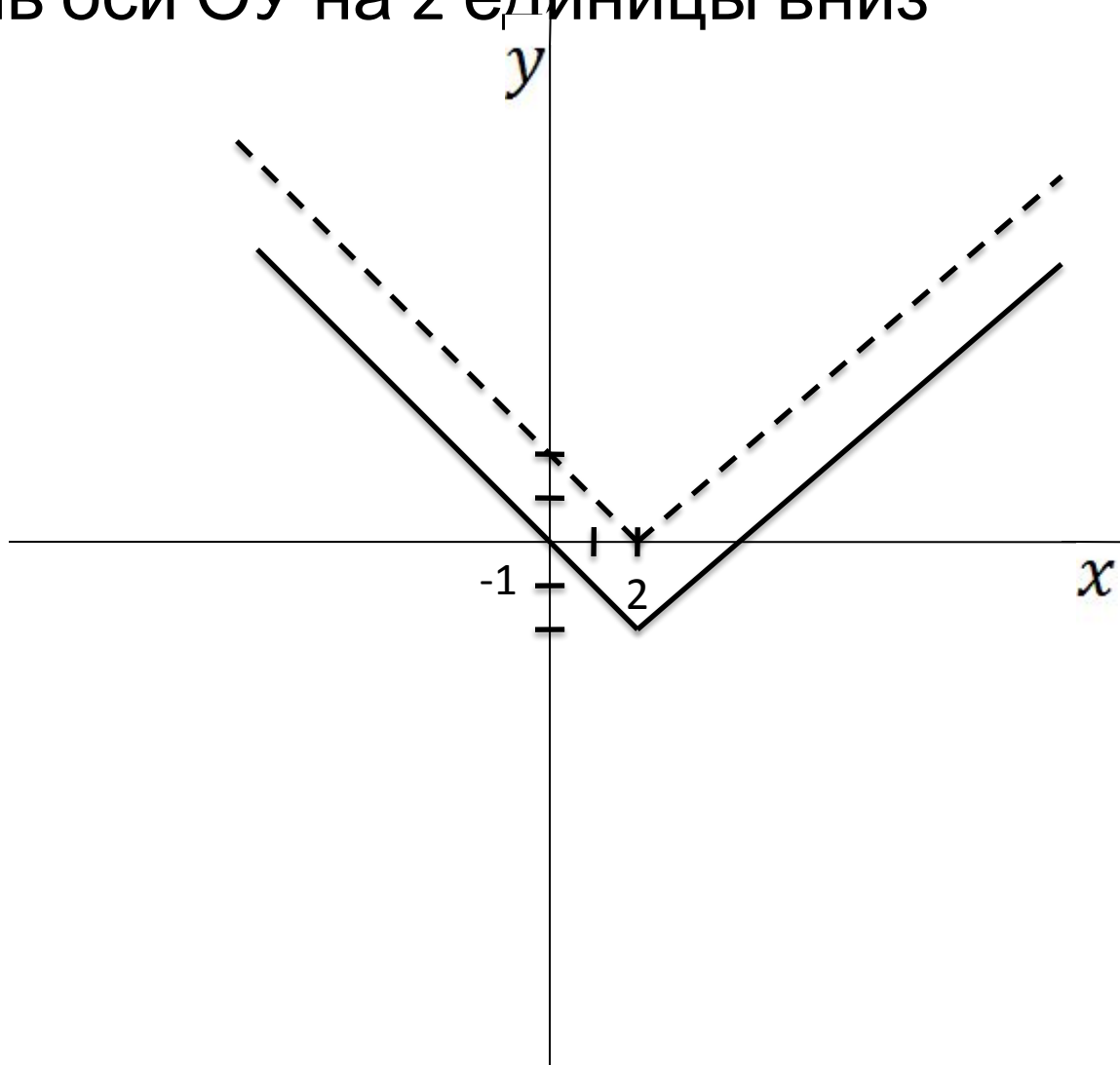
Строим график функции  $y = |x|$



Строим график функции  $y = |x - 2|$   
путем сдвига графика функции  $y = |x|$   
вдоль оси  $Ox$  на 2 единицы вправо



Строим график функции  $y = |x - 2| - 2$   
путем сдвига графика функции  $y = |x - 2|$   
вдоль оси ОУ на 2 единицы вниз

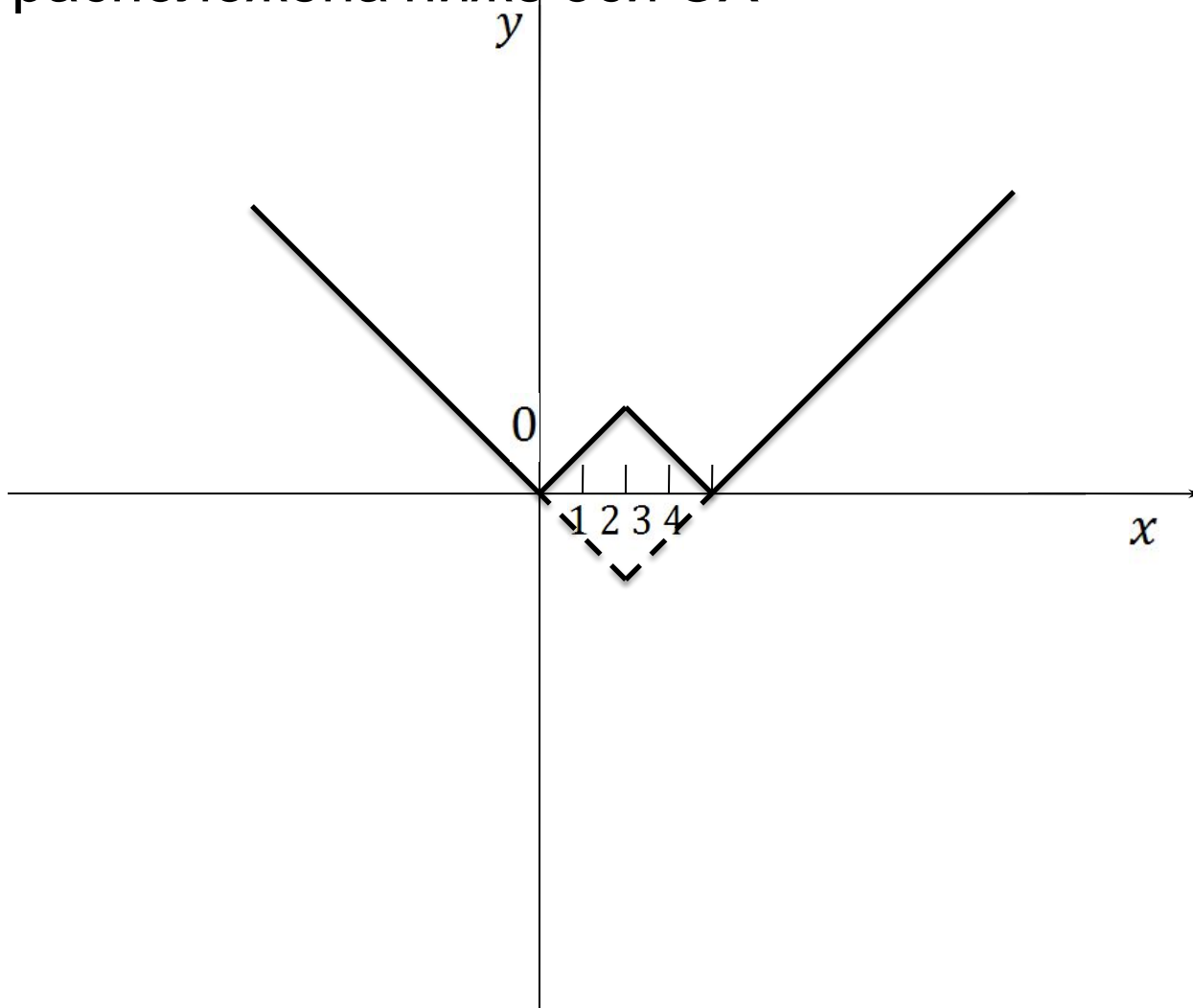


Затем строим график функции  $y = ||x - 2| - 2|$  путем отображения относительно

OX

той части график  $y = |x - 2|$

которая расположена ниже оси OX



# Пример

## №6

Построить график функции

$$y = |x^2 - 5|x| + 6|$$

Построение:

1. Строю график функции

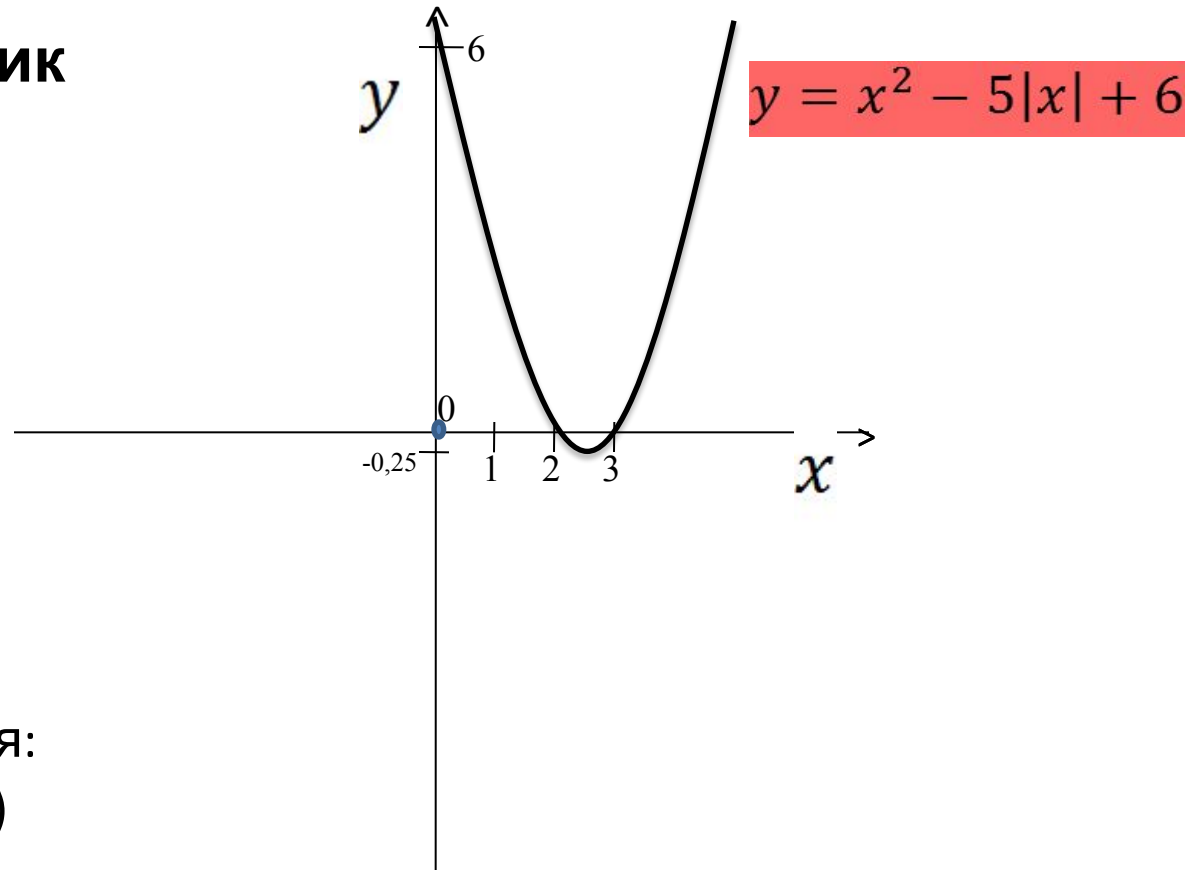
$$y = x^2 - 5|x| + 6$$

a)  $A(2,5; -0,25)$

b) Точки пересечения:

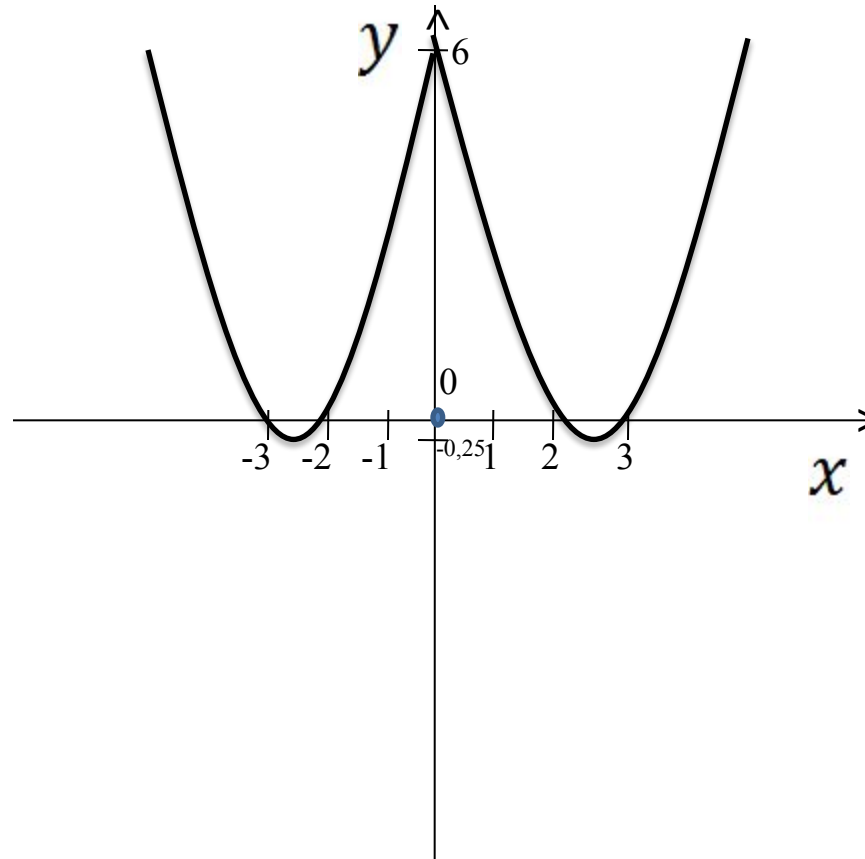
с осью  $OX$   $(2; 0); (3; 0)$

с осью  $OY$   $(0; 6)$





$$y = x^2 - 5|x| + 6$$



2. Отобразить  
график функции

$$y = x^2 - 5|x| + 6$$

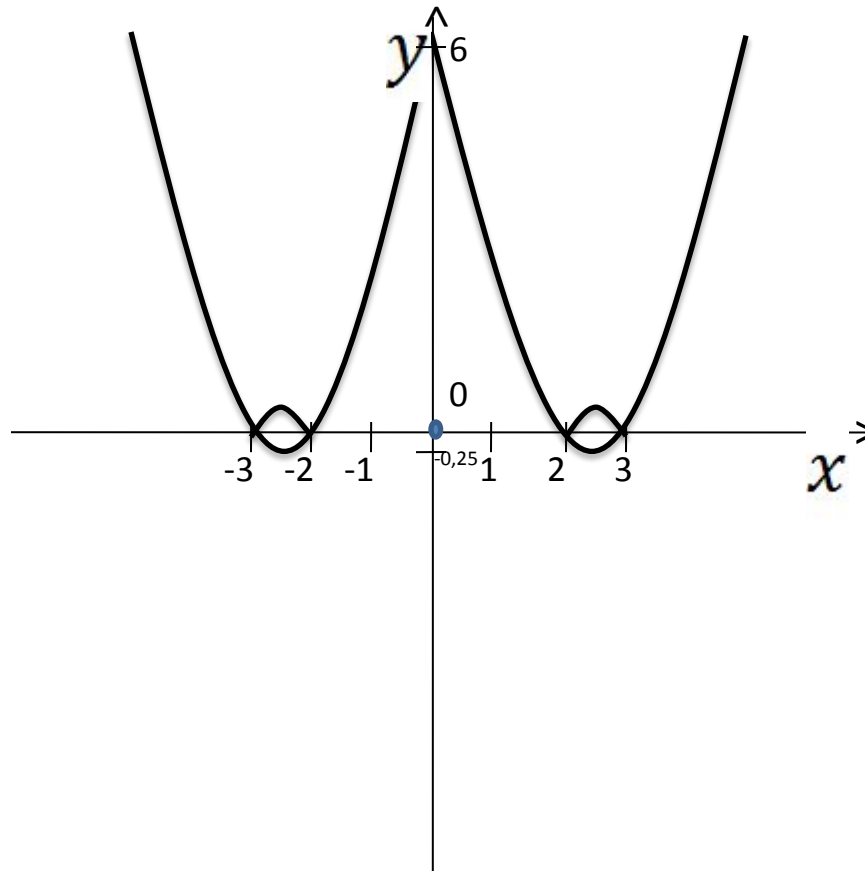
относительно  
оси ОУ.

$$y = x^2 - 5|x| + 6$$

3. Строю график функции

$$y = |x^2 - 5|x| + 6|$$

то, что  $f(x) < 0$   
отображаем  
относительно  
оси  $Ox$



## Построение графиков вида $y = |f_1(x)| + |f_2(x)| + \dots + |f_n(x)|$ .

- При построении графиков функции такого вида наиболее распространенным является метод, при котором знак модуля раскрывается на основании самого определения модуля.
- В этом случае область допустимых значений данной функции разбивают на множества, на каждом из которых выражения, стоящие под знаком модуля, сохраняют знак. На каждом таком множестве функцию записывают без знака модуля и строят график. Объединение множества решений, найденных на всех частях области допустимых значений функции, составляет множество всех точек графика заданной функции.

## Построить график функции $y=|x-1|+|x+2|$

Найдем значения  $X$ , при которых подмодульные выражения обращаются в нуль.

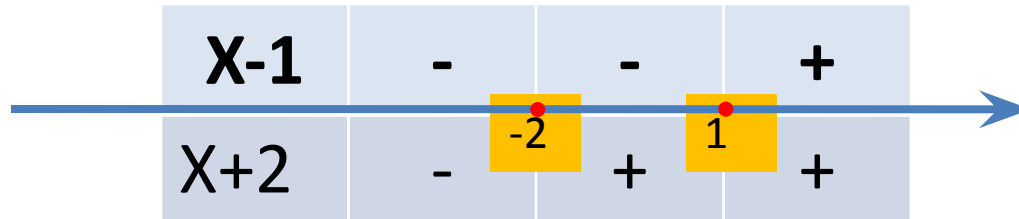
$$X-1=0$$

$$X+2=0$$

$$X=1$$

$$X=-2$$

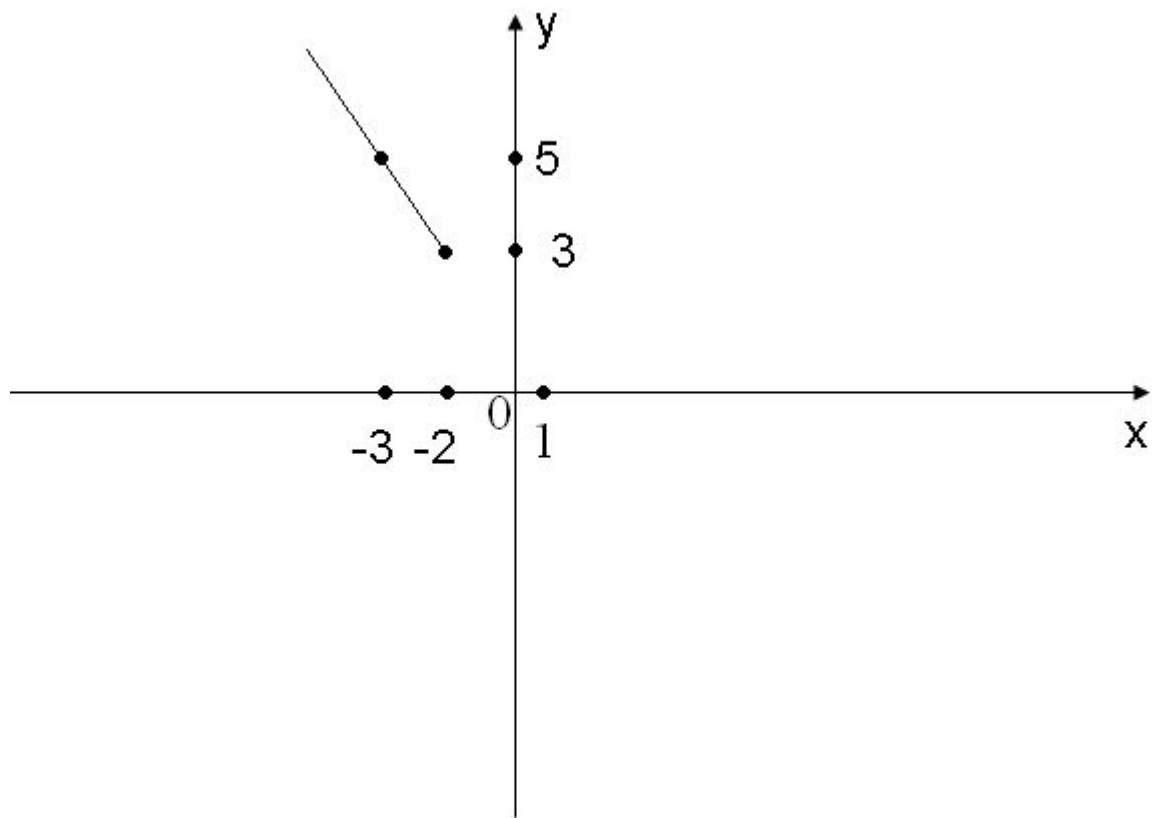
Эти точки разбивают числовую ось на три промежутка.



$$y=|X-1|+|X+2|= \begin{cases} \text{При } X < -2 ; Y = -2X - 1 \\ \text{При } -2 \leq X < 1 ; Y = 3 \\ \text{При } X \geq 1 ; Y = 2X + 1 \end{cases}$$

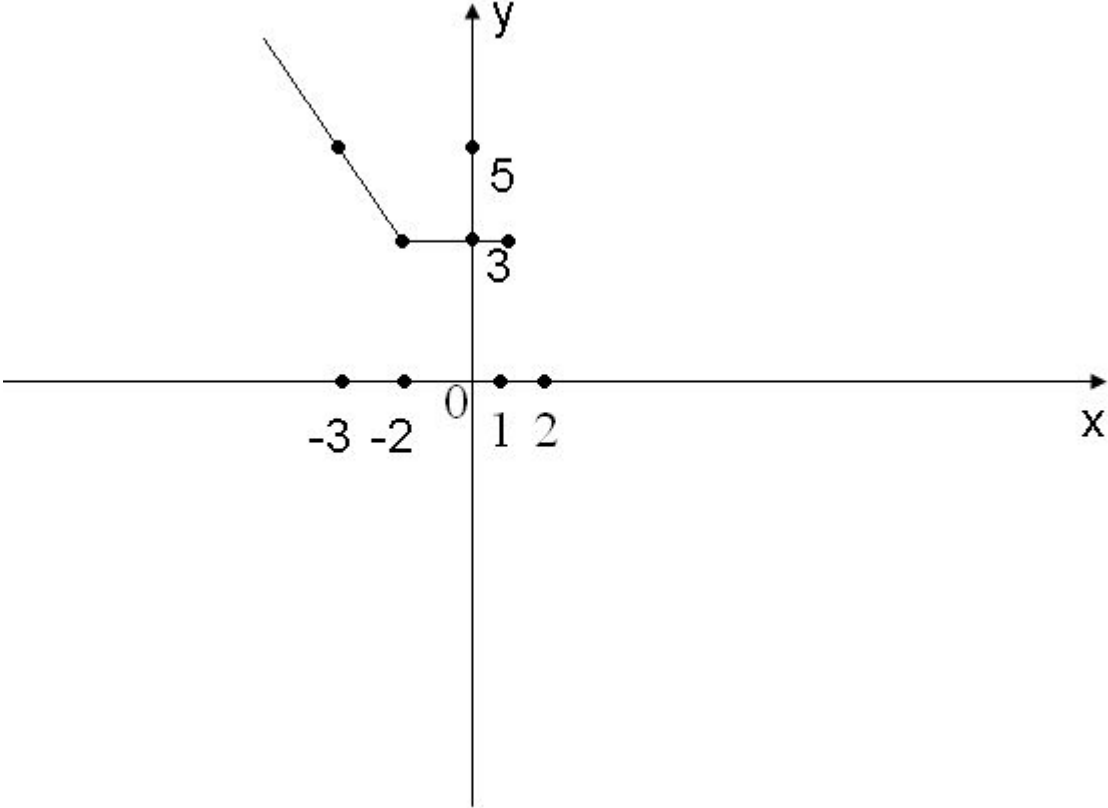
$$Y = -2X - 1, \text{ при } X < -2$$

X	-2	-3
Y	3	5



При  $-2 \leq X < 1$

$y=3$



При  $X \geq 1$

$$Y = 2X + 1$$

X	1	2
---	---	---

Y	3	5
---	---	---

