

# Теоретическая часть

## Теоретические основы решения задач «на смеси, сплавы, растворы»

Перед тем, как приступить к решению подобных задач, примем некоторые допущения.

Все получающиеся сплавы или смеси однородны. При решении этих задач считается, что масса смеси нескольких веществ равна сумме масс компонентов.

**Определение.** *Процентным содержанием (концентрацией) вещества в смеси называется отношение его массы к общей массе всей смеси.*

Это отношение может быть выражено либо в дробях, либо в процентах. Терминология:

- *процентное содержание вещества;*
- *концентрация вещества;*
- *массовая доля вещества.*

Все это синонимы.

В данной работе чаще упоминается термин **«массовая доля»**, .

Концентрация – это безразмерная величина. Сумма массовых долей всех компонент, составляющих смесь, очевидно, равна единице.

Рассмотрим самый распространённый тип задач, где из двух смесей (сплавов, растворов) получают новую смесь (сплав, раствор). Решим типовую задачу в общем виде, выведем формулу, а затем решим задачи с применением формулы.

Имеются два куска сплава меди с цинком. Процентное содержание меди в них  $p_1\%$  и  $p_2\%$  соответственно. В каком отношении нужно взять массы этих сплавов, чтобы, переплавив взятые куски вместе, получить сплав, содержащий  $p\%$  меди?

*Решение.* Распределим данные по таблице.

	Массовая доля меди в сплаве	Масса каждого сплава	Масса меди в каждом сплаве
I сплав	$p_1\%$	$m_1$ кг	$\frac{m_1 p_1}{100}$ кг
II сплав	$p_2\%$	$m_2$ кг	$\frac{m_2 p_2}{100}$ кг
Новый сплав	$p\%$	$(m_1 + m_2)$ кг	$\frac{(m_1 + m_2) p}{100}$ кг

Зная, что масса меди в новом сплаве есть сумма масс меди в каждом из взятых кусков, составим уравнение

$$\frac{m_1 p_1}{100} + \frac{m_2 p_2}{100} = \frac{(m_1 + m_2) p}{100}; \text{ преобразуем его: } m_1 p_1 + m_2 p_2 = (m_1 + m_2) p.$$

$$\text{Получим: } m_1 (p_1 - p) = m_2 (p - p_2)$$

## Исследуем это уравнение.

- Если взять два сплава, массы которых одинаковы, т.е.  $m_1 = m_2$ , то

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

- Если исходные материалы имеют одинаковую процентную концентрацию, то концентрация конечного раствора не измениться.
- Если  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p$  попарно не равны, то получим формулу:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$$

- Все рассуждения верны если вместо массовой доли дается объемная доля вещества в смеси.



А теперь приступим к  
выполнению задач.



Практическая  
часть.

## Задача №1.

Сплав олова с медью весом 12кг содержит 45% меди.  
Сколько чистого олова нужно добавить, чтобы  
получить сплав, содержащий 40% меди.

Масса 1-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в 1-ой смеси	Масса 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества во 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в общей смеси	Решение
$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
12кг	45%	$m_2$	0%	40%	$\frac{12}{m_2} = \frac{40 - 0}{45 - 40}$ $m_2 = 1,5\text{кг}$

## Задача №2.

Имеются две смеси апельсинового сока. Первая смесь 40%-ого сока, а вторая – 80%. Смешивают несколько литров первой смеси и второй, в результате получается 20 л смеси, содержащей 70% апельсинового сока. Найти, сколько литров 40%-ого сока брали.

Масса 1-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в 1-ой смеси	Масса 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества во 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в общей смеси	Решение
$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
$m_1$	<b>40%</b>	$20 - m_1$	<b>80%</b>	<b>70%</b>	$\frac{m_1}{20 - m_1} = \frac{70 - 80}{40 - 70}$ $m_1 = 5 \text{ л}$

## Задача №3.

Сколько граммов 30%-ого раствора надо добавить к 80 г. 12%-ого раствора этой же соли, чтобы получить 20%-ый раствор соли?

Масса 1-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в 1-ой смеси	Масса 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества во 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в общей смеси	Решение
$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
<b>80г</b>	<b>12%</b>	$m_2$	<b>30%</b>	<b>20%</b>	$\frac{80}{m_2} = \frac{20 - 30}{12 - 20}$ $m_2 = 64г$

## Задача №4.

Даны два куса с разным содержанием олова. Первый, массой 300г, содержит 20% олова, а 2-ой, массой 200г-40%. Сколько % олова будет содержать сплав, полученный из данных кусков.

Масса 1-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в 1-ой смеси	Масса 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества во 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в общей смеси	Решение
$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
300г	20%	200гр.	40%	$p$	$\frac{300}{200} = \frac{p - 40}{20 - p}$ $p = 28\%$

**Задача №5.** В 500 кг руды содержится некоторое количество железа. После удаления из руды 200 кг примесей, содержащих в среднем 12,5% железа, содержание железа в оставшейся руде повысилось на 20%. Определите, сколько процентов железа осталось ещё в руде.

Масса 1-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в 1-ой смеси	Масса 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества во 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в общей смеси	Решение
$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
<b>300кг</b>	$p_1\%$	<b>200кг</b>	<b>12,5%</b>	$(p_1 - 20)\%$	$\frac{300}{200} = \frac{(p_1 - 20) - 12,5}{p_1 - (p_1 - 20)}$ $p = 62,5\%$

**Задача №6.** Арбуз весил 20 кг. и содержал 99% воды, когда он немного усох, то стал содержать 98% воды. Сколько теперь весит арбуз?

Масса 1-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в 1-ой смеси	Масса 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества во 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в общей смеси	Решение
$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
$m_1$	<b>98%</b>	$20 - m_1$	<b>100%</b>	<b>99%</b>	$\frac{m_1}{20 - m_1} = \frac{99 - 100}{98 - 99}$ $m_1 = 10 \text{ кг}$

**Задача №7. В свежих яблоках 80% воды, а в сушеных – 20%. На сколько процентов уменьшается масса яблок при сушке?**

Масса 1-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в 1-ой смеси	Масса 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества во 2-ой смеси	Массовая доля чистого вещества в общей смеси	Решение
$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
$m_1$	<b>20%</b>	$m_2$	<b>100%</b>	<b>80%</b>	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{80 - 100}{20 - 80}$ на 75%

Типы задач.	<p align="center">(ТАБЛИЦА №1)</p> <p align="center"><i>Обучение решению задач на смеси, сплавы, растворы.</i></p> <p>Для проверки решения курсором выберите ячейку таблицы, соответствующую нужной задаче.</p>	Масса (объем) первой смеси	Массовая (объемная) доля чистого вещества в первой смеси	Масса (объем) второй смеси	Массовая (объемная) доля чистого вещества во второй смеси	Массовая (объемная) доля чистого вещества в общей смеси	Решение
		$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
Массы исходных веществ одинаковы	№1. Смешали некоторое количество 11% раствора некоторого вещества с таким же количеством 19% раствора этого же вещества. Найдите концентрацию получившегося раствора. Ответ:15%						
Нахождение массы одного из веществ	№2. Сколько килограммов 20%-ного раствора соли нужно добавить к 1 кг 10%-ного раствора, чтобы получить 12%-ный раствор соли? Ответ:0,25 кг						
	№3. Сколько граммов 75%-ного раствора кислоты надо добавить к 30 г 15%-ного раствора кислоты, чтобы получить 50%-ный раствор кислоты? Ответ:42г						
Нахождение массы исходного вещества, если массовая доля одного из веществ 0% или 100%.	№4. Сколько воды нужно добавить к 0,5 л раствора спирта в воде, чтобы объемное содержание спирта в растворе уменьшилось с 60% до 40%? Ответ:0,25л						
	№5. Слиток сплава меди и цинка массой 36кг содержал 45% меди. Какую массу меди надо добавить к этому куску, чтобы полученный сплав содержал 60% меди? Ответ:13,5л						

	№6. Сколько граммов сахарного сиропа, концентрация которого 25%, надо добавить к 200г воды, чтобы в полученном растворе содержание сахара составляло 5%? Ответ:50г		
<b>Нахождение массы конечного вещества</b>	№7. Имеются 2 слитка. Масса 2 слитка на 3кг. больше, чем масса 1 слитка. Процентное содержание меди в первом слитке – 10%; во втором – 40%. После сплавления этих двух слитков получился слиток, процентное содержание меди в котором – 30%. Определить массу полученного слитка. Ответ:9кг		
<b>Нахождение концентрации</b>	№8. В сосуд, содержащий 13 литров 18%-ного водного раствора некоторого вещества, добавили 5 литров воды. Найти концентрацию получившегося раствора. Ответ:13%		
	№9. В одном бидоне смешали 0,5 л молока 2,6%-ой жирности с 1 л молока 3,2%-ой жирности. Какова стала жирность в бидоне? Ответ:3%		
<b>Нахождение отношения исходных масс</b>	№10. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы? Ответ: 0,5.		
<b>Задачи на высушку и выпаривание</b>	№11. Сколько граммов воды можно выпарить из 80 г 6%-ой соли, чтобы получить раствор, содержащий 10% соли. Ответ: 32г		
	№12. Свежие грибы содержали по массе 90% воды, а сухие 12%. Сколько получится сухих грибов из 22 кг. Свежих? Ответ: 2,5кг		

<p>№6. Сколько чистого спирта нужно добавить к 735г 16%-ного раствора йода и спирта, чтобы получить 10%-ный раствор?</p>						
<p>№7. Сколько граммов воды надо добавить к 180 г сиропа, содержащего 25% сахара, чтобы получить сироп, концентрация которого равна 20%?</p>						
<p>№8. Имеется два раствора соли в воде, концентрации которых равны 20% и 30%. Сколько килограммов каждого раствора нужно смешать в одном сосуде, чтобы получить 25 кг 25,2%-ого раствора?</p>						
<p>№9. В сосуд, содержащий 30 кг 25%-ого раствора соли в воде, добавили 20 кг воды. Найти процентное содержание соли в получившемся растворе.</p>						
<p>№10. Имеется два кислотных раствора. 20%-ый и 30%-ый. Взяли 0,5 литра первого и 1,5 литра второго раствора. Образовали новый раствор. Какова концентрация кислоты в новом растворе?</p>						
<p>№11. Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 70%, а во втором – 40% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 50% меди?</p>						

(ТАБЛИЦА №2)

**Задачи для самостоятельного решения.**

Это поможет прочно усвоить алгоритм

решения задач такого типа.

<p>Масса (объем) первой смеси</p>	<p>Массовая (объемная) доля чистого веществ- на в первой смеси</p>	<p>Масса (объем) второй смеси</p>	<p>Массовая (объемная) доля чистого веществ- на во второй смеси</p>	<p>Массовая (объемная) доля чистого веществ- на в общей смеси</p>	<p>Решение</p>
$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
<p>№1. К 3 кг 20%-огораствора соли добавили 2 кг10%-ого раствора соли. Найти процентное содержание соли в получившемся растворе.</p>					
<p>№2.Сколько граммов 15%-ного раствора соли надо добавить к 50 г 60%-ного раствора соли, чтобы получить 40%-ный раствор соли?</p>					
<p>№3. В сосуд, содержащий 11 литров 17%-ного водного раствора некоторого вещества, добавили 6 литров воды. Найти концентрацию получившегося раствора.</p>					
<p>№4. В 2 литра 10% раствора уксусной кислоты добавили 8 литров чистой воды. Определить процентное содержание уксусной кислоты в полученном растворе.</p>					
<p>№5. Сколько килограммов воды надо добавить к 20 кг 5%-огораствора соли, чтобы получить 4%-ый раствор соли?</p>					

(ТАБЛИЦА №3)

Ответы к задачам для  
самостоятельного решения  
из таблицы №2

	Масса (объем) первой смеси	Массовая (объемная) доля чистого веществ- ва в первой смеси	Масса (объем) второй смеси	Массовая (объемная) доля чистого веществ- ва во второй смеси	Массовая (объемная) доля чистого веществ- ва в общей смеси	Решение
	$m_1$	$p_1$	$m_2$	$p_2$	$p$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
№1. К 3 кг 20%-огораствора соли добавили 2 кг10%-ого раствора соли. Найти процентное содержание соли в получившемся растворе. Ответ: 16%	3кг	20%	2кг	10%	$p\%$	$\frac{3}{2} = \frac{p - 10}{20 - p};$  $p = 16\%$
№2.Сколько граммов 15%-ного раствора соли надо добавить к 50 г 60%-ного раствора соли, чтобы получить 40%-ный раствор соли? Ответ:40г	50г	60%	$m_2$ г	15%	40%	$\frac{50}{m_2} = \frac{40 - 15}{60 - 40};$  $m_2 = 40$ г
№3. В сосуд, содержащий 11 литров 17%-ного водного раствора некоторого вещества, добавили 6 литров воды. Найти концентрацию получившегося раствора. Ответ: 11%	11л	17%	6л	0%	$p\%$	$\frac{11}{6} = \frac{p - 0}{17 - p};$  $p = 11\%$
№4. В 2 литра 10% раствора уксусной кислоты добавили 8 литров чистой воды. Определить процентное содержание уксусной кислоты в полученном растворе.	2л	10%	8л	0%	$p\%$	$\frac{2}{8} = \frac{p - 0}{10 - p};$  $p = 2\%$

№5. Сколько килограммов воды надо добавить к 20 кг 5%-огораствора соли, чтобы получить 4%-ый раствор соли? Ответ:5кг	20кг	5%	$m_2$ кг	0%	4%	$\frac{20}{m_2} = \frac{4-0}{5-4};$ $m_2=5$ кг
№6. Сколько чистого спирта нужно добавить к 735г 16%-ного раствора йода и спирта, чтобы получить 10%-ный раствор? Ответ:441г	735г	16%	$m_2$ г	0%	$p\%$	$\frac{735}{m_2} = \frac{10-0}{16-10};$ $m_2=441$ г
№7. Сколько граммов воды надо добавить к 180 г сиропа, содержащего 25% сахара, чтобы получить сироп, концентрация которого равна 20%? Ответ:45гр	180г	25%	$m_2$ г	0%	20%	$\frac{180}{m_2} = \frac{20-0}{25-20};$ $m_2=45$ г
№8. Имеется два раствора соли в воде, концентрации которых равны 20% и 30%. Сколько килограммов каждого раствора нужно смешать в одном сосуде, чтобы получить 25 кг 25,2%-ого раствора? Ответ:12 кг и 13 кг	$m_1$ кг	20%	25- $m_1$ кг	30%	25,2%	$\frac{m_1}{25-m_1} = \frac{25,2-30}{20-25,2}$ $m_1=12; m_2=13$
№9. В сосуд, содержащий 30 кг25%-ого раствора соли в воде, добавили 20 кг воды. Найти процентное содержание соли в получившемся растворе. Ответ: 15%	30кг	25%	20кг	0%	$p\%$	$\frac{30}{20} = \frac{p-0}{25-p};$ $p=16\%$
№10. Имеется два кислотных раствора. 20%-ый и 30%-ый. Взяли 0,5 литра первого и 1,5 литра второго раствора. Образовали новый раствор. Какова концентрация кислоты в новом растворе? Ответ:27,5%	0,5л	25%	1,5л	30%	$p\%$	$\frac{0,5}{1,5} = \frac{p-30\%}{25-p};$ $p=27,5\%$
№11.Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 70%, а во втором – 40% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 50% меди? Ответ:0,5	$m_1$	70%	$m_2$	40%	50%	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{50-40}{70-50};$ $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$