

# **Тема урока:** *«Приведённое квадратное уравнение. Теорема Виета.»*

- Цель урока:**
1. Повторить решение квадратных уравнений общего вида, неполных квадратных уравнений.
  2. Рассмотреть и доказать теорему Виета и сформулировать теорему, обратную теореме Виета.
  3. Научиться применять теоремы при решении уравнений и задач.

# *Квадратное уравнение общего вида.*

**Квадратным уравнением**  
**называют уравнение вида**

$$ax^2 + bx + c = 0$$

где  $a, b, c$  –

действительные числа,

причём  $a \neq 0$ .

# *Неполные квадратные уравнения.*

**Квадратные** уравнения называются **неполными**, если хотя бы один из коэффициентов **b** или **c** равен нулю.

**Виды неполных квадратных уравнений:**

$$ax^2 = 0, b=0 \text{ и } c=0;$$

$$ax^2 + c = 0, b=0;$$

$$ax^2 + bx = 0, c=0.$$

Во всех этих уравнениях **a** - не равно нулю.

# Решения неполных квадратных уравнений.

$b=0$ $c=0$	$b=0$ $c \neq 0$	$b \neq 0$ $c=0$
$ax^2 = 0$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$
<u>1 корень:</u> $x = 0$	<u>2 корня</u> , если: а и с имеют разные знаки <u>Нет корней</u> , если: а и с имеют одинаковые знаки	<u>2 корня:</u> $x(ax + b) = 0,$ $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{-b}{a}$

# Решение полного квадратного уравнения.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

дискриминант  
квадратного уравнения

$D < 0$  - корней нет

$D = 0$  - один корень

$D > 0$  - два корня

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

*Квадратное уравнение с чётным вторым коэффициентом.*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

*ветвей — число*

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

## *Решить уравнения:*

1)  $5x^2 = 0$

$x = 0.$

2)  $x^2 - 36 = 0$

$x_1 = 6; \quad x_2 = -6.$

3)  $x^2 + 4x = 0$

$x_1 = 0; \quad x_2 = -4.$

4)  $4x^2 - 4x + 3 = 0$

Нет корней.

5)  $4x^2 - 3x - 1 = 0$

$x_1 = 1; \quad x_2 = -\frac{1}{4}.$

6)  $x^2 + 10x + 25 = 0$

$x = -5$

# Приведённое квадратное уравнение.

Квадратное уравнение вида

$$x^2 + px + q = 0$$

называется приведённым ( $a=1$ ).

Квадратное уравнение общего вида можно привести к приведённому:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad | : a$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

где  $p = \frac{b}{a}, q = \frac{c}{a}.$



# Найдём корни уравнений.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	$p$	$q$	$x_1$	$x_2$	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2 + 5x + 6 = 0$	5	6	-2	-3	-5	6
2	$x^2 - 5x - 6 = 0$	-5	-6	6	-1	5	-6
3	$x^2 - 7x + 6 = 0$	-7	6	6	1	7	6
4	$x^2 + x - 6 = 0$	1	-6	-3	2	-1	-6



## *Теорема Виета.*

*Если числа  $x_1$  и  $x_2$   
являются корнями уравнения*

$$x^2 + px + q = 0$$

*то справедливы формулы*

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

*т.е. сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.*

# Доказательство теоремы Виета.

Найдём корни уравнение  $x^2 + px + q = 0$  по формуле общего вида, в котором  $a = 1, b = p, c = q$

Получаем корни:  $x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$  или  $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Сложив оба корня, получаем:  $x_1 + x_2 = -p$

Перемножив эти равенства, по формуле разности квадратов получаем:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right)^2 = \\ &= \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = q \end{aligned}$$

## *Теорема, обратная теореме Виета.*

*Если числа  $p, q, x_1, x_2$  таковы, что*

$$x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q$$

*то  $x_1$  и  $x_2$  - корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$*

Доказательство рассмотреть самостоятельно.



*Запишите в тетрадях:*

**Теорема Виета и обратная ей:**

*$x_1$  и  $x_2$  - корни уравнения*

$$x^2 + px + q = 0$$



$$x_1 x_2 = q \quad x_1 + x_2 = -p$$

Франсуа Виет – отец алгебры!



# Франсуа Виет (1540 – 1603)

По праву достойна  
в стихах быть  
воспета

о свойствах корней  
теорема Виета...

(А.Гуревич)

**Решить приведённое квадратное уравнение.**

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

**По теореме, обратной теореме Виета:**

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 6 \end{array} \left| \right.$$

**Ответ: 2; 3.**

**Учебник: № 450 (1,3,5)**



# Определение знака корней.

$$x^2 + px + q = 0$$

$$a = 1$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

$$D \geq 0$$

$$D < 0$$

$q > 0$   
корни одного  
знака

$q < 0$   
корни разного знака

Корней нет

$$p > 0$$

$$p < 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$p > 0$$

$$p < 0$$

$$x_{1,2} < 0$$

$$x_{1,2} > 0$$

«-» у  
большого  
модуля

«-» у  
меньшего  
модуля

**Задача:** При каком значении  $q$  уравнение

$$x^2 + 6x + q = 0$$

имеет корни, один из которых в 2 раза больше другого?

**Решение:**

По теореме, обратной теореме Виета: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

Пусть  $x_2 = 2x_1$ , тогда

$$\begin{cases} x_1 + 2x_1 = -6 \\ x_1 \cdot 2x_1 = q \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 = -6 \\ 2x_1^2 = q \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -2 \\ 2 \cdot (-2)^2 = q \end{cases} \quad q = 8$$

**Ответ:** при  $q = 8$ .

## Задание №1 (работа в группах)

1. Выпишите на чистом листе пять пар чисел, являющихся корнями квадратных уравнений, которые вы решали дома.
2. Обменяйтесь этими листами с соседними группами.
3. По заданным корням составьте соответствующие им квадратные уравнения.
4. Дайте эти уравнения на проверку группе, которая готовила вам задание.

## Задание №2 (работа в группах)

1. Не решая уравнение, определите знаки его корней:

1)  $x^2 + 45x - 364 = 0$  – для первой группы;

2)  $x^2 + 36x + 315 = 0$  – для второй группы;

3)  $x^2 - 40x + 364 = 0$  – для третьей группы;

4)  $x^2 - 30x + 250 = 0$  – для четвертой группы.

2. Не применяя формулу корней, найдите второй корень уравнения, если известен первый:

1)  $x^2 + 45x - 364 = 0$ ,  $x_1 = 7$  – для пятой группы;

2)  $x^2 - 40x + 364 = 0$ ,  $x_1 = 14$  – для шестой группы.

## Домашнее задание:

Обязательный I уровень: §8, п.24; №580 (а,б,в,г), №583(а,б);  
дополнительно (по желанию) II уровень: №581 (а), №583(в);  
III уровень: №585, №592.



*Спасибо за урок!*

