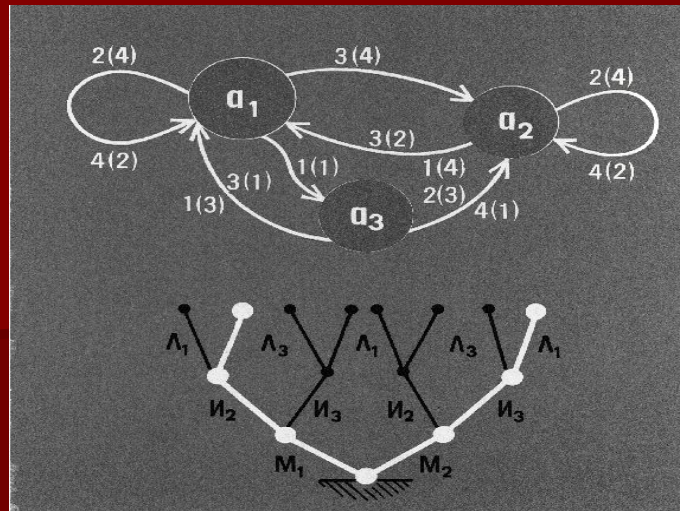


# АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ. ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ АЛГЕБРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ.



# ВОПРОСЫ

1. Что такое логика? Формальная логика.  
Математическая логика.
2. Этапы развития логики.
3. Применение математической логики.
4. Алгебра высказываний. Простые и сложные высказывания.
5. Основные операции алгебры высказываний.

# ВОПРОС №1

■ Что такое логика?

■ Формальная  
логика

■ Математическая  
логика



# LOGOS (ГРЕЧ.)- СЛОВО, ПОНЯТИЕ, РАССУЖДЕНИЕ, РАЗУМ

**СЛОВО «ЛОГИКА» ОБОЗНАЧАЕТ  
СОВОКУПНОСТЬ ПРАВИЛ, КОТОРЫМ  
ПОДЧИНЯЕТСЯ ПРОЦЕСС  
МЫШЛЕНИЯ.**

**ОСНОВНЫМИ ФОРМАМИ  
АБСТРАКТНОГО МЫШЛЕНИЯ  
ЯВЛЯЮТСЯ: ПОНЯТИЯ, СУЖДЕНИЯ,  
УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ.**

**ПОНЯТИЕ** - ФОРМА МЫШЛЕНИЯ, В КОТОРОЙ ОТРАЖАЮТСЯ СУЩЕСТВЕННЫЕ ПРИЗНАКИ ОТДЕЛЬНОГО ПРЕДМЕТА ИЛИ КЛАССА ОДНОРОДНЫХ ПРЕДМЕТОВ. *(ТРАПЕЦИЯ, ДОМ)*

**СУЖДЕНИЕ** - МЫСЛЬ, В КОТОРОЙ ЧТО-ЛИБО УТВЕРЖДАЕТСЯ ИЛИ ОТРИЦАЕТСЯ О ПРЕДМЕТАХ. *(ВЕСНА НАСТУПИЛА, И ГРАЧИ ПРИЛЕТЕЛИ)*

**УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ** - ПРИЕМ МЫШЛЕНИЯ, ПОСРЕДСТВОМ КОТОРОГО ИЗ ИСХОДНОГО ЗНАНИЯ ПОЛУЧАЕТСЯ НОВОЕ ЗНАНИЕ. *(ВСЕ МЕТАЛЛЫ - ПРОСТЫЕ ВЕЩЕСТВА)*

ЛОГИКА (ФОРМАЛЬНАЯ) - НАУКА О  
ЗАКОНАХ И ФОРМАХ  
ПРАВИЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА -  
ИЗУЧАЕТ ЛОГИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И  
ОТНОШЕНИЯ, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ  
ЛОГИЧЕСКОГО (ДЕДУКТИВНОГО)  
ВЫВОДА.

# ВОПРОС №2

## ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ



# АРИСТОТЕЛЬ (384-322 гг. до н.э.) - ОСНОВОПОЛОЖНИК ЛОГИКИ

## КНИГИ:

- «КАТЕГОРИИ»
- «ПЕРВАЯ АНАЛИТИКА»
- «ВТОРАЯ АНАЛИТИКА»



(ИССЛЕДОВАЛ РАЗЛИЧНЫЕ ФОРМЫ  
РАССУЖДЕНИЙ, ВВЕЛ ПОНЯТИЕ СИЛЛОГИЗМА)



**СИЛЛОГИЗМ - РАССУЖДЕНИЕ, В  
КОТОРОМ ИЗ ЗАДАННЫХ ДВУХ  
СУЖДЕНИЙ ВЫВОДИТСЯ ТРЕТЬЕ.**

**1. ВСЕ МЛЕКОПИТАЮЩИЕ ИМЕЮТ  
СКЕЛЕТ. ВСЕ КИТЫ -  
МЛЕКОПИТАЮЩИЕ. СЛЕДОВАТЕЛЬНО,  
ВСЕ КИТЫ ИМЕЮТ СКЕЛЕТ.**

**2. ВСЕ КВАДРАТЫ - РОМБЫ. ВСЕ РОМБЫ -  
ПАРАЛЛЕЛЕГРАММЫ. СЛЕДОВАТЕЛЬНО,  
ВСЕ КВАДРАТЫ - ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ.**

**АРИСТОТЕЛЬ ВЫДЕЛИЛ ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ  
ФОРМЫ СИЛЛОГИЗМОВ, КОТОРЫЕ МОЖНО  
СОСТАВИТЬ ИЗ РАССУЖДЕНИЙ ВИДА:**

- «Все А суть В»
- «Некоторые А суть В»
- «Все А не суть В»
- «Некоторые А не суть В»

**Логика, основанная на теории**

**силлогизмов называется классической.**

Декарт Рене (1596-1650, фр.  
философ, математик)



**РЕКОМЕНДОВАЛ В  
ЛОГИКЕ  
ИСПОЛЬЗОВАТЬ  
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ  
МЕТОДЫ.**

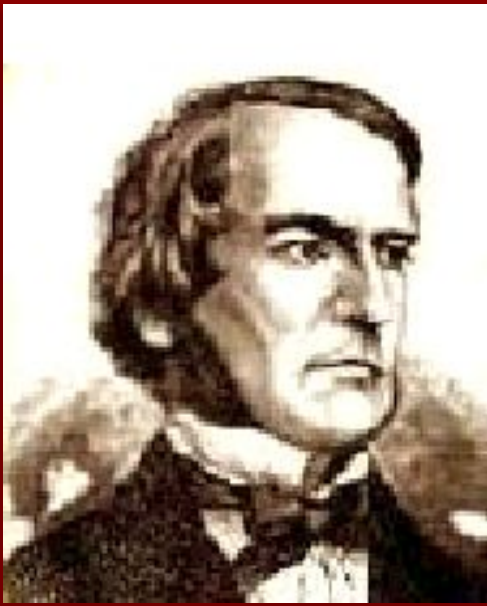
# Лейбниц Г.В. (1646-1716, нем. ученый и математик) -



Предложил использовать в логике математическую символику и впервые высказал мысль о возможности применения в ней двоичной системы счисления.

**Логика обретает символичный язык, конкретность законов, распространяется за рамки гуманитарных наук.**

# Джордж Буль (1815-1864, англ.) - ОСНОВОПОЛОЖНИК МАТ. ЛОГИКИ.



**1847 г.** – Джордж Буль в работе «Математический анализ логики» изложил основы булевой алгебры.

**РАЗРАБОТАЛ АЛФАВИТ,  
ОРФОГРАФИЮ И ГРАММАТИКУ.**

1815 – 1864 гг. благодаря трудам математика Дж. Буля появился раздел математической логики, получивший название *алгебры логики* или *булевой алгебры*.

# ВКЛАД В СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ МАТ. ЛОГИКИ:



**АУГУСТУС ДЕ МОРГАН**  
**(1806 - 1871)**

# ВКЛАД В СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ МАТ. ЛОГИКИ:

- **УИЛЬЯМ СТЕНЛИ ДЖЕВОНС  
(1835 - 1882)**
- **ПЛАТОН СЕРГЕЕВИЧ  
ПОРЕЦКИЙ (1846-1907)**
- **ЧАРЛЗ САНДЕРС ПИРС  
(1839-1914)**

# ВОПРОС №3

## ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ





1) Логика оказала влияние на развитие математики, прежде всего теории множеств, функциональных систем, алгоритмов, рекурсивных функций.

2) В гуманитарных науках (логика, криминалистика).



3) Математическая логика является средством для изучения деятельности мозга - для решения этой самой важной проблемы биологии и науки вообще.



4) Идеи и аппарат логики используется в кибернетике, ВТ и электротехнике (построены компьютеры на основе законов математической логики).



**1938 г.** – американский математик и инженер Клод Шеннон связал Булеву алгебру (аппарат математической логики), двоичную систему кодирования и релейно-контактные переключательные схемы, заложив основы будущих ЭВМ.

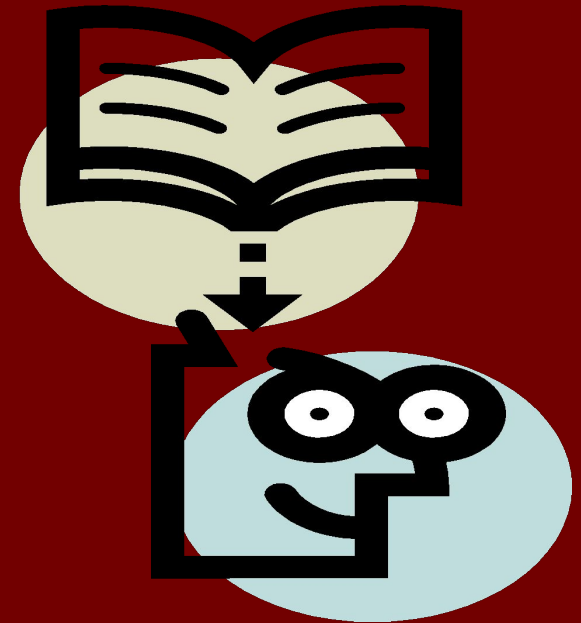
**5) Идеи и аппарат логики используется в программировании, базах данных и экспертных системах.**



**PROLOG – язык логического программирования**

# ВОПРОС №4

- Алгебра  
высказываний
- Простые и  
сложные  
высказывания



# АЛГЕБРА ЛОГИКИ (ВЫСКАЗЫВАНИЙ) -

РАЗДЕЛ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
ЛОГИКИ, ИЗУЧАЮЩИЙ  
ВЫСКАЗЫВАНИЯ И  
ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД  
НИМИ.

**ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ЭТО  
ПОВЕСТВОВАТЕЛЬНОЕ  
ПРЕДЛОЖЕНИЕ, О КОТОРОМ  
МОЖНО СКАЗАТЬ, ЧТО ОНО  
ИСТИННО ИЛИ ЛОЖНО.**

- 1) Земля - планета Солнечной системы.
- 2)  $2+8<5$
- 3)  $5 \cdot 5=25$
- 4) Всякий квадрат есть параллелограмм
- 5) Каждый параллелограмм есть квадрат
- 6)  $2 \cdot 2 =5$

# ВЫСКАЗЫВАНИЕМ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ:

1) ВОСКЛИЦАТЕЛЬНЫЕ И  
ВОПРОСИТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ.

2) ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

3) ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТИПА:

- «ОН СЕРОГЛАЗ»
- « $X^2-4X+3=0$ »

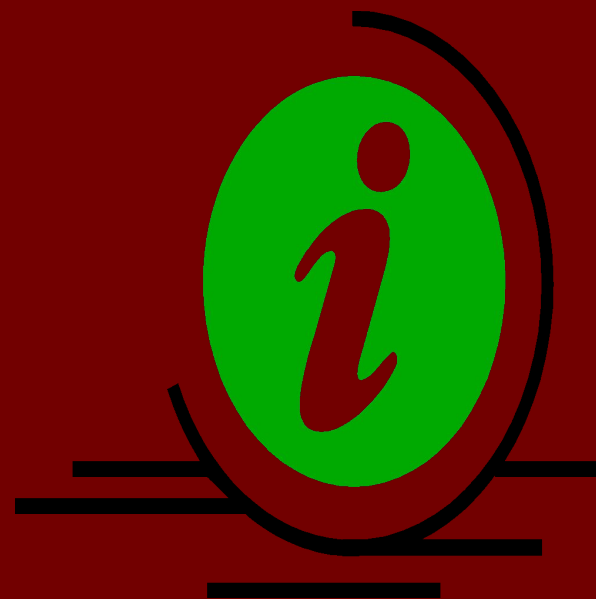
**ВЫСКАЗЫВАНИЕ, КОТОРОЕ МОЖНО  
РАЗЛОЖИТЬ НА ЧАСТИ, БУДЕМ  
НАЗЫВАТЬ СЛОЖНЫМ, А  
НЕРАЗЛОЖИМОЕ ДАЛЕЕ  
ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ПРОСТЫМ.**

- 1) На улице идет дождь. (А)
  - 2) На улице идет дождь. (В)
  - 3) На улице светит солнце и на улице идет дождь. (А и В)
  - 4) На улице светит солнце или на улице идет дождь. (А или В)
- $A \equiv 1$ ;  $B \equiv 0$**



# ВОПРОС №5

ОСНОВНЫЕ  
ОПЕРАЦИИ  
АЛГЕБРЫ  
ВЫСКАЗЫВАНИЙ



ИНВЕРСИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ) -  
ПРИСОЕДИНЕНИЕ ЧАСТИЦЫ «НЕ» К  
СКАЗУЕМОМУ ДАННОГО ПРОСТОГО  
ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИЛИ ПРИСОЕДИНЕНИЕ  
СЛОВ «НЕВЕРНО ЧТО. . .» КО ВСЕМУ  
ВЫСКАЗЫВАНИЮ.

**ИНВЕРСИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ  
ПЕРЕМЕННОЙ ИСТИННА,  
ЕСЛИ САМА ПЕРЕМЕННАЯ  
ЛОЖНА, И, НАОБОРОТ,  
ИНВЕРСИЯ ЛОЖНА, ЕСЛИ  
ПЕРЕМЕННАЯ ИСТИННА.**

<b>A</b>	<b><math>\bar{A}</math></b>
<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>

# ДИЗЬЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ) -

СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «ИЛИ», УПОТРЕБЛЯЕМОГО В НЕИСКЛЮЧАЮЩЕМ ВИДЕ.

ДИЗЬЮНКЦИЯ ДВУХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ЛОЖНА ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ОБА ВЫСКАЗЫВАНИЯ ЛОЖНЫ.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# КОНЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ) - СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «И».

КОНЪЮНКЦИЯ ДВУХ  
ЛОГИЧЕСКИХ  
ВЫСКАЗЫВАНИЙ  
ИСТИННА ТОГДА И  
ТОЛЬКО ТОГДА,  
КОГДА ОБА  
ВЫСКАЗЫВАНИЯ  
ИСТИННЫ.

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# ИМПЛИКАЦИЯ - ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ЕСЛИ ..., ТО ...»

ИМПЛИКАЦИЯ  
ВЫСКАЗЫВАНИЙ  
ЛОЖНА ЛИШЬ В  
СЛУЧАЕ, КОГДА А  
ИСТИННО, А В ЛОЖНО.

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

# ЭКВИВАЛЕНЦИЯ -

ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ,  
СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ТОГДА И  
ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ...»

**ЭКВИВАЛЕНЦИЯ ДВУХ  
ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСТИННА  
В ТОМ И ТОЛЬКО ТОМ  
СЛУЧАЕ, КОГДА ОБА ЭТИ  
ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИСТИННЫ  
ИЛИ ЛОЖНЫ.**

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# ПРИОРИТЕТ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ:

- ИНВЕРСИЯ;
- КОНЪЮНКЦИЯ;
- ДИЗЪЮНКЦИЯ;
- ИМПЛИКАЦИЯ И  
ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ.

Логическая операция	Обозначения	Эквивалент в русском языке			
Инверсия (логическое отрицание)	НЕ, NOT, $\neg$ , $\bar{a}$	не; неверно, что ...			
Конъюнкция (логическое умножение)	И, AND, $\wedge$ , $\&$ , $\bullet$ , $\cap$	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 33%;">И</td> <td style="width: 33%;">А</td> <td style="width: 33%;">НО</td> </tr> </table>	И	А	НО
И	А	НО			
Дизъюнкция (логическое сложение)	ИЛИ, OR, $\vee$ , $+$ , $ $ , $\cup$	Или; Либо..., либо ... Или..., или...			
Импликация (логическое следование)	$\rightarrow$ , $\Rightarrow$ , $\supset$	если ..., то ...; из ... следует ...; ... достаточно для ...; для ... , необходимо ...			
Эквиваленция (логическое равенство)	$\leftrightarrow$ , $\Leftrightarrow$ , $\equiv$ , $\sim$	... если и только если ...; ... тогда и только тогда, когда ...; ... в том и только в том случае, когда ...; необходимо и достаточно			



С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, т.е. заменить логической формулой.

1. Всякая логическая переменная и символы «истина» («1») и «ложь» («0»)- формулы.
2. Если  $A$  и  $B$  – формулы, то «не  $A$ », « $A$  и  $B$ », « $A$  или  $B$ », «если  $A$ , то  $B$ », «тогда и только тогда  $A$ , когда  $B$ » - формулы.
3. Никаких других формул в алгебре логики нет.

Простые высказывания будем называть **логическими переменными**, а сложные **логическими функциями**.