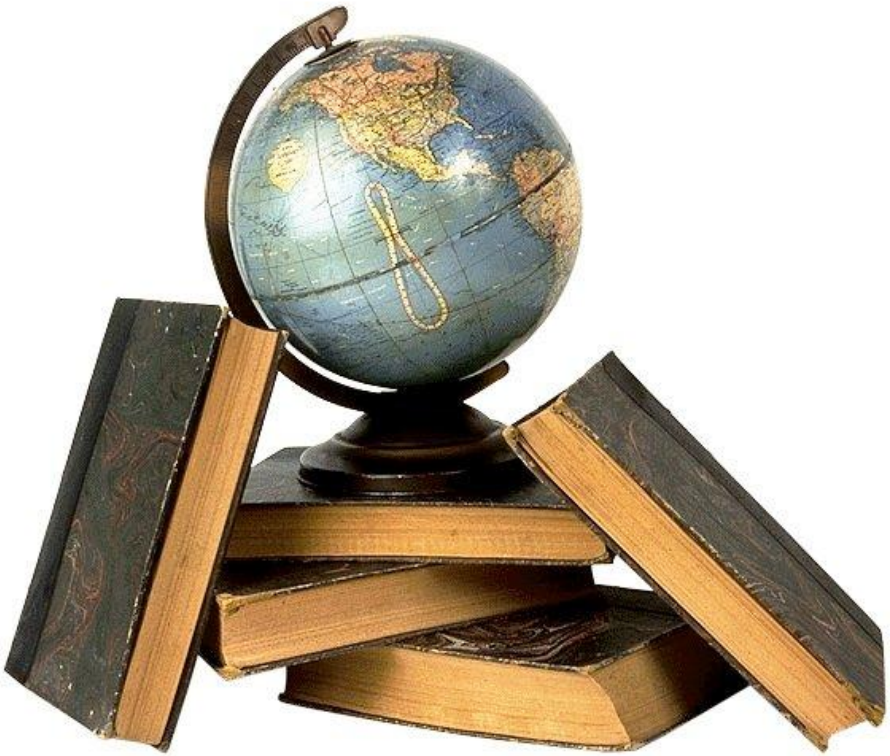
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
Грушевская ООШ



5klass.net

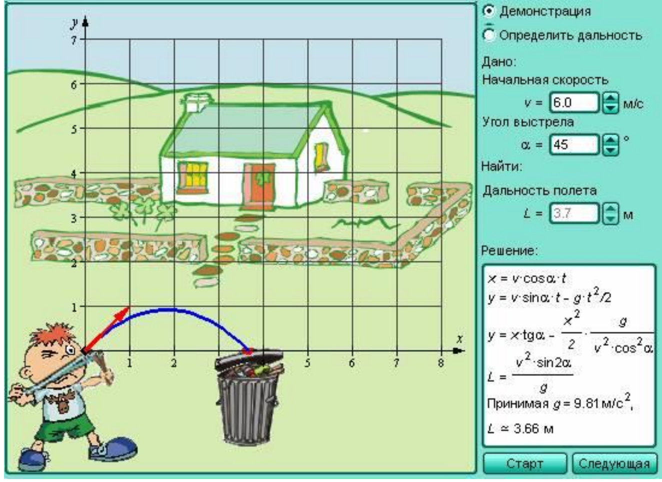
Квадратные уравнения

цикл уроков алгебры в 8 классе
по учебнику А.Г. Мордковича

Учитель МБОУ Грушевской ООШ
Киреева Т.А.

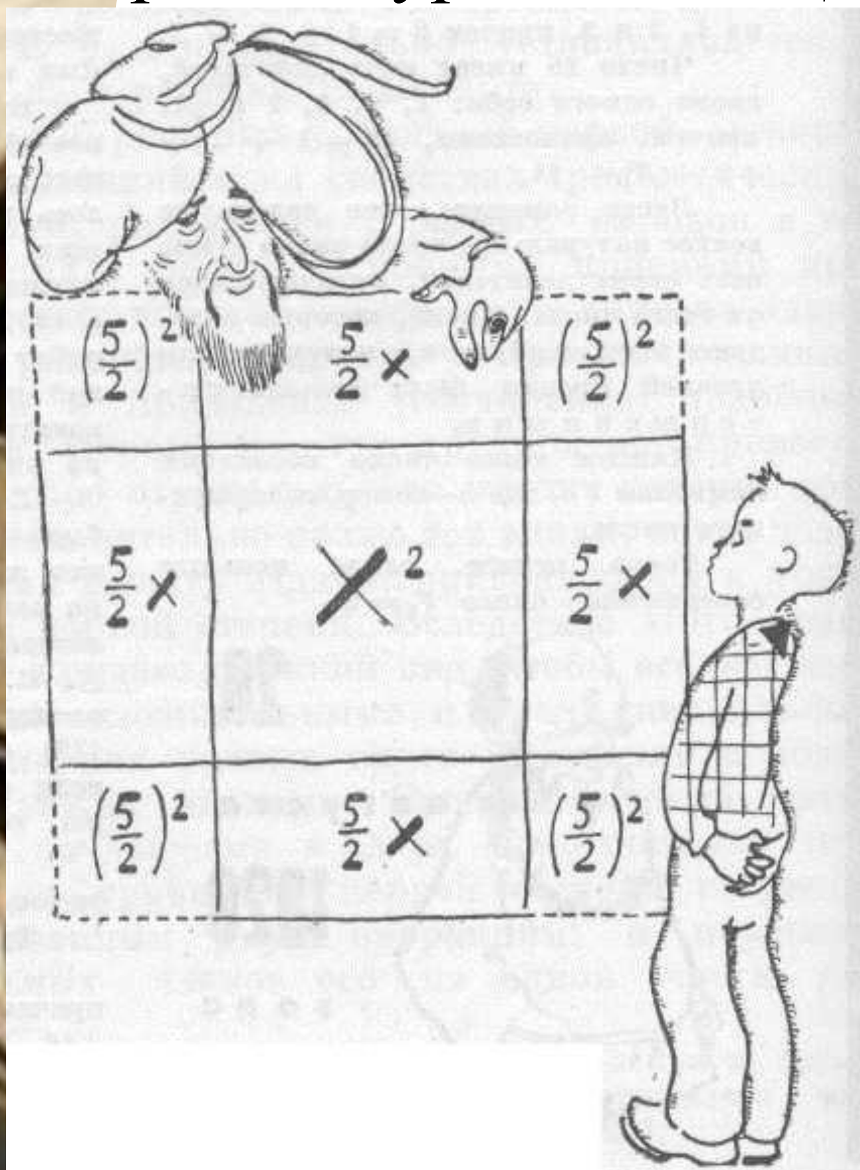
Цели: ввести понятия квадратного уравнения, корня квадратного уравнения; показать решения квадратных уравнений; формировать умение решать квадратные уравнения; показать способ решения полных квадратных уравнений с использованием формулы корней квадратного уравнения.

Содержание


Демонстрация
Определить дальность
Дано:
Начальная скорость
v = 6.0 м/с
Угол выстрела
α = 45 °
Найти:
Дальность полета
L = 3.7 м
Решение:
$x = v \cdot \cos\alpha \cdot t$
$y = v \cdot \sin\alpha \cdot t - g \cdot t^2/2$
$y = x \cdot \mathrm{tg}\alpha - \frac{x^2}{2} \cdot \frac{g}{v^2 \cdot \cos^2\alpha}$
$L = \frac{v^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$
Принимая $g = 9.81$ м/с^2,
$L \simeq 3.66$ м
Старт
Следующая

Немного из истории

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне.



Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ёщё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей веры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения.

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила.

Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводя только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилонии, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

Определение 1. **Квадратным уравнением** называют уравнение вида

$$ax^2 + \text{в}x + c = 0$$

где коэффициенты а, в, с – любые действительные числа, причем $a \neq 0$

Многочлен $ax^2 + \text{в}x + c$ называют **квадратным трехчленом.**

а – первый, или старший коэффициент

в – второй коэффициент

с – свободный член

<u>Определение 2. </u>Квадратное уравнение называют **приведенным,** если его старший коэффициент равен 1; квадратное уравнение называют **неприведенным**, если старший коэффициент отличен от 1.

Пример.

$2x^2 - 5x + 3 = 0$ - неприведенное квадратное уравнение

$x^2 + 3x - 4 = 0$ - приведенное квадратное уравнение

<u>Определение</u> 3. Полное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых.

$$a\,x^2 + вx + c = 0$$

Неполное квадратное уравнение – это уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых; это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов в, с равен нулю.

$$ax^2 + вx = 0$$

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = 0$$

Способы решения неполных квадратных уравнений.

$$x^2 - 1 = 0;$$

$$x^2 = 1;$$

$$x_{1,2} = \pm 1.$$

$$x^2 - x = 0;$$

$$x(x - 1) = 0;$$

$$x_1 = 0, x_2 = 1.$$

Решить задания № 24.16 (а,б)

Решите уравнение:

$$x^2 + 5x = 0;$$

$$x(x+5) = 0;$$

$x_1 = 0$ или $x_2 + 5 = 0$

$$x_2 = -5$$

Ответ. $x_1 = 0, x_2 = -5.$

$$2x^2 - 9x = 0$$

$$x(2x-9) = 0$$

$x_1 = 0$ или $2x_2 - 9 = 0$

$$2x_2 = 9$$

$$x_2 = 4{,}5$$

Ответ. $x_1 = 0, x_2 = 4{,}5$

<u>Определение 4</u> **Корнем квадратного уравнения**

$$ax^2 + вx + c = 0$$

Называют всякое значение переменной х, при котором квадратный трёхчлен $ax^2 + вx + c$

Обращается в нуль; такое значение переменной х называют также **корнем квадратного трехчлена**

Решить квадратное уравнение – значит найти все его корни или установить, что корней нет.

Формулы корней квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$b^2 - 4ac = D$$

- дискриминант квадратного уравнения

D<0	D>0	D=0
Уравнение не имеет корней	Уравнение имеет два корня	Уравнение имеет один корень $x = -\dfrac{b}{2a}$

D>0 *квадратное уравнение имеет два корня, которые находятся по формулам*

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$$

Пример. Решить уравнение $3x^2+8x-11=0$

Решение. а = 3, в = 8, с = -11,

$$D = b^2-4ac = 8^2-4\cdot3\cdot(-11) = 64+132 = 196.$$

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-8+\sqrt{196}}{2\cdot3} = \frac{-8+14}{6} = 1;$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-8-\sqrt{196}}{2\cdot3} = \frac{-8-14}{6} = -\frac{11}{3} = -3\frac{2}{3}.$$

Ответ: 1; $-3\frac{2}{3}$

Алгоритм решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1. Вычислить дискриминант D по формуле D= $b^2 - 4ac$

2. Если D<0, то квадратное уравнение не имеет корней.

3. Если D=0, то квадратное уравнение имеет один корень:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

4. Если D>0, то квадратное уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Выбрать квадратные уравнения и определить значения их коэффициентов.

$$2x^2+3x-5=0$$

$$a=2, b=3, c=-5$$

$$3x^3+2x^2+x=0$$

$$x+3=0$$

$$\frac{x^2}{2}-3x+4=0$$

$$a=\frac{1}{2}, b=-3, c=4$$

$$-x^2+4x+1=0$$

$$a=-1, b=4, c=1$$

$$5x-3x^2+2=0$$

$$a=-3, b=5, c=2$$

$$3-5x^2-x=0$$

$$a=-5, b=-1, c=3$$

$$7x-2-x^2=0$$

$$a=-1, b=7, c=-2$$

Указать приведенные квадратные уравнения

$2x^2 + 3x - 5 = 0$

$-x^2 + 4x + 1 = 0$

$5x - 3x^2 + 2 = 0$

$3 - 5x^2 - x = 0$

$\frac{x^2}{2} - 3x + 4 = 0$

$7x - 2 - x^2 = 0$

Решить задания №25.5 (а, б):

Решить уравнения:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$a = 1, b = -5, c = 6$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$

$D > 0,$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

Ответ. $x_1 = 3, x_2 = 2$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$a = 1, b = -2, c = -15$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64$

$D > 0$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - 8}{2} = -3$$

Ответ. $x_1 = 5, x_2 = -3.$

Самостоятельная работа

$Вариант 1$

$1) 9x + 8x^2 = -1$

$2) 3 + 3x^2 = 4x$

$3) 25 - 10x + x^2 = 0$

$4) 4x - 4x^2 = 1$

$5) 3x^2 - 4 = 0$

$6) 9x^2 + 8 = 18x$

$7) 2x = -x^2 - 1$

$Вариант 2$

$1) 2 - 9x^2 = 0$

$2) -15 - 2x^2 = -11x$

$3) -0{,}36 - x^2 = 0$

$4) 16x + 64 = -x^2$

$5) 13x + 3x^2 = -14$

$6) 7x^2 - 3x = 0$

$7) 5 = 2x - x^2$

Проверь себя

*Вариант*1

1) -1 *и* $-\frac{1}{8}$

2) *нет_корней*

3) 5

4) $0,5$

5) $\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

6) $1\frac{1}{3}$ *и* $\frac{1}{3}$

7) -1

*Вариант*2

1) $\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$

2) 3 *и* $2,5$

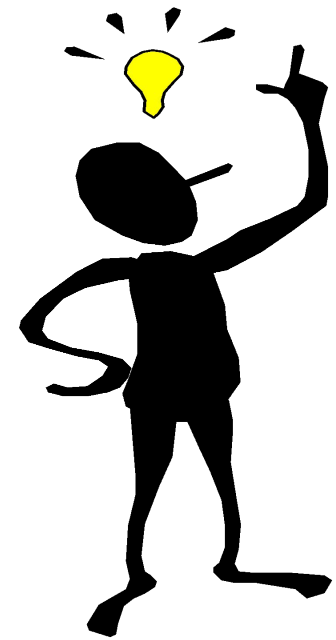
3) *нет_корней*

4) -8

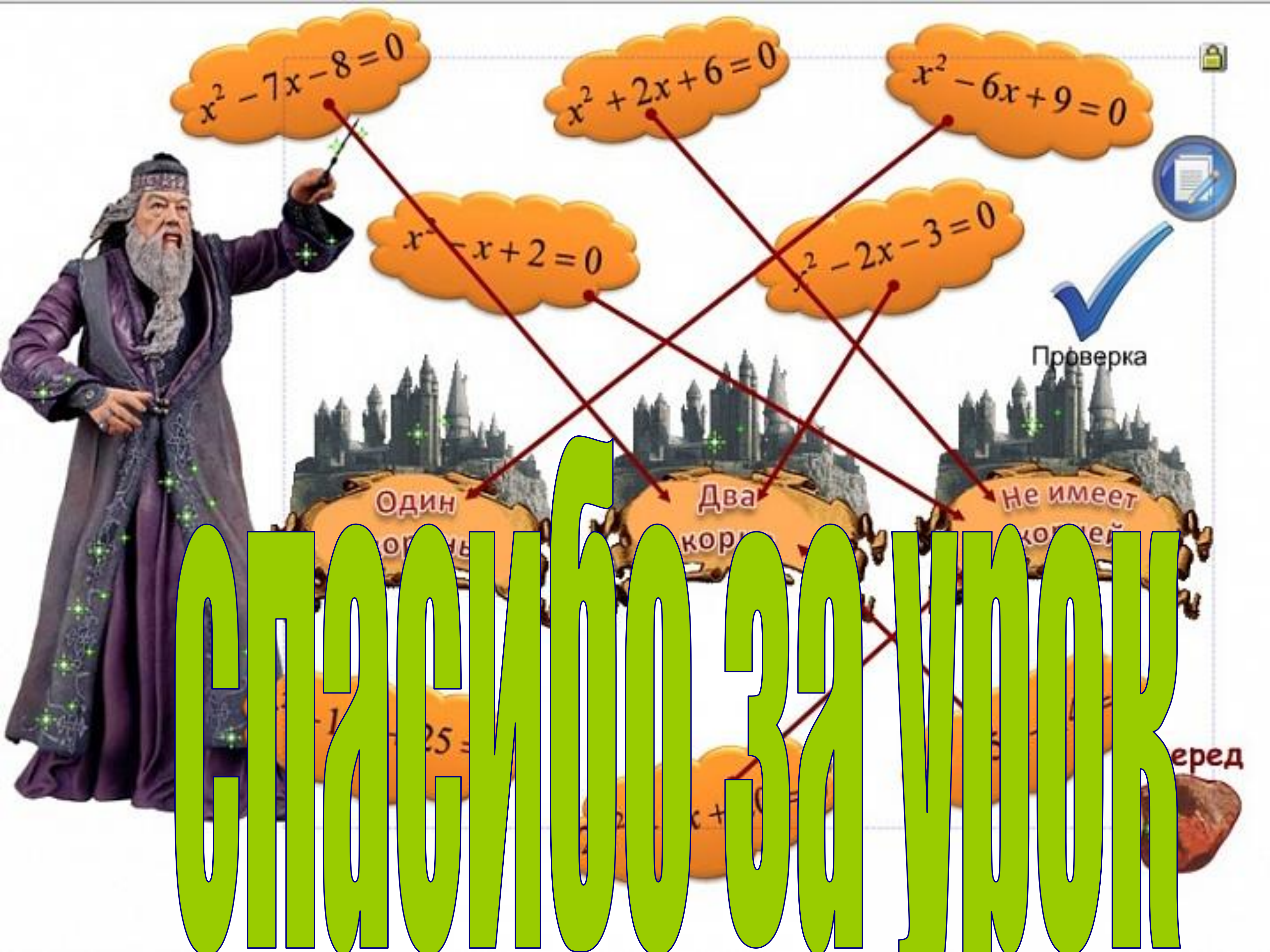
5) -2 *и* $-2\frac{1}{3}$

6) 0 *и* $\frac{3}{7}$

7) *нет_корней*



спасибо за урок



Использованная литература

А.Г. Мордкович Алгебра, 8 класс – Москва, «МНЕМОЗИНА», 2009 год

Ткачева М.В. Домашняя математика, 8 класс- Москва, «Просвещение», 1996 год

Энциклопедический словарь юного математика –Москва, «Педагогика», 1985 год

Алгебра поурочные планы по учебнику А.Г. Мордковича. Волгоград издательство «Учитель» 2004г