





П а р а б о л а

Т е о р е м а

К о о р д и н а т а

А л г е б р а

П р я м а я

И н т е р в а л

А к с и о м а

с у м м а

О р д и н а т а

В и е т

Арифметическая и геометрическая прогрессии

Цели урока:

- *обобщение и систематизация теоретического материала по данной теме;*
- *отработка умений и навыков применения формул n -го члена прогрессии, суммы n первых членов прогрессии;*
- *развитие навыков работы с дополнительной литературой, с историческим материалом;*
- *развитие познавательной активности учащихся;*
- *воспитание эстетических качеств и умения общаться; формирование интереса к математике.*



В клинописных таблицах вавилонян в египетских пирамидах(второй век до н.в.) встречаются примеры арифметической прогрессий.

Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства и др.

Некоторые формулы, относящиеся к прогрессиям, были известны китайским и индийским ученым. Ариабхатта (5 в.) применял формулы общего числа, суммы арифметической прогрессии.

Но правило для нахождения суммы членов арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении «Книги Абака» в 1202 г.(Леонардо Пизанский).

УСТ АН ОВ И СО ОТ ВЕТ СТВ ИЕ

1	$a_n = a_1 - d(n-1)$	1	Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии
2	$b_n = b_1 q^{n-1}$		
3	$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 0$		
4	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$	2	Рекуррентная формула арифметической прогрессии
5	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$		
6	$a_n = a_1 + d(n-1)$	3	Формула n-го члена геом. прогрессии
7	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$	4	Разность арифметической прогрессии
8	$b_n = \sqrt{b_{n-1} b_{n+1}}, b_n > 0, n > 1$	5	Формула суммы n первых членов ариф. прог.
9	$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$	6	Рекуррентная формула геометрической прогрессии
10	$q = b_{n+1} : b_n$		
11	$b_n = b_1 q^n$	7	Формула среднего арифметического
12	$b_{n+1} = b_n q$	8	Формула суммы беск. убыв. геом. прогр.
13	$q = b_{n+1} - b_n$	9	Формула среднего геометрического
14	$d = a_{n+1} - a_n$	10	Формула n-го члена арифметической прогрес.
15	$S_n = \frac{b_1}{1-q}, q < 1$	11	Знаменатель геометрической прогрессии
16	$S_n = \frac{b_n}{1-q}, q < 1$	12	Разность арифметической прогрессии
17	$d = a_{n+1} : a_n$		
18	$a_{n+1} = a_n + d$		



Прогрессии



Арифметическая прогрессия

Последовательность в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему сложенному с одним и тем же числом.

Число d - разность прогрессии

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

Геометрическая прогрессия

Последовательность отличных от нуля чисел в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему умноженному на одно и тоже число.

Число q - знаменатель прогрессии.

$$q = b_2 : b_1 = b_3 : b_2 = b_4 : b_3 = \dots$$

Формула n-го члена

прогрессии

арифметической,

геометрической

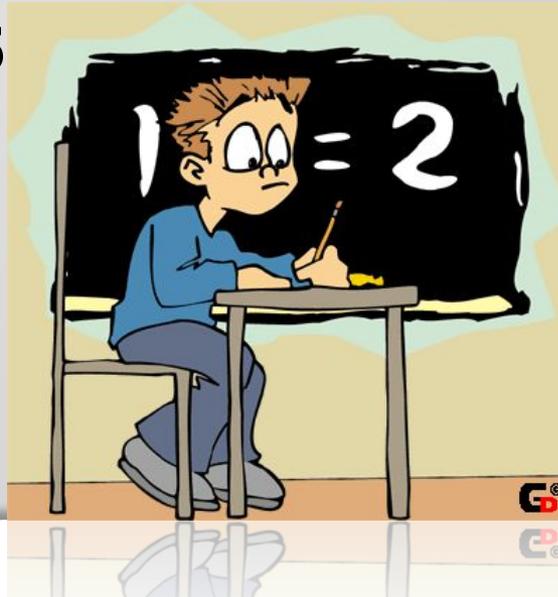
$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

Дано: $a_1 = 7$, $d = 5$

Найти: a_4 ,

$$a_4 = 22$$



ано: $b_1 = 3$, $q = 2$

Найти: b_3 .

$$b_3 = 12$$

Характеристическое свойство прогрессий



Каждый член последовательности начиная со второго есть среднее арифметическое между предыдущим и последующим членами прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$x_1, x_2, 4, x_4, 14, \dots$
найти: x_4

$x_4=9$

Каждый член последовательности начиная со второго есть среднее геометрическое между предыдущим и последующим членами последовательности ($b_n > 0$)

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$b_1, b_2, 1, b_4, 16, \dots$ - все члены положительные числа
найти: b_4

$b_4=4$

Формулы суммы n первых членов прогрессий

арифметическая

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Дано: $a_1 = 5$, $d = 4$

Найти: S_5

$$S_5 = 65$$

геометрическая

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1 - q}, q \neq 1$$

Дано: $b_1 = 2$, $q = -3$

Найти: S_4

$$S_4 = -40$$



ФОРМУЛА СУММЫ

бесконечно убывающей

геометрической прогрессии

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$|q| < 1$$

Найти : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

2

Самостоятельная работа (тест)

Часть I (0,5 балла)

1. Про арифметическую прогрессию (a_n) известно, что $a_7 = 8$, $a_8 = 12$. найдите разность арифметической прогрессии.

- A) -4 Б) 4 В) 20 Г) 3

2. Геометрическая прогрессия задана формулой $b_n = 3^{2n}$.

Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

- A) -3 Б) 18 В) 3 Г) 9

3. Члены арифметической прогрессии изображены (рис.1) точками на координатной плоскости. Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

- A) -7 Б) 6 В) 12 Г) 17

4. Найдите сумму семи первых членов геометрической прогрессии 4; 8; ...

- A) - 254 Б) 508 В) 608 Г) - 508

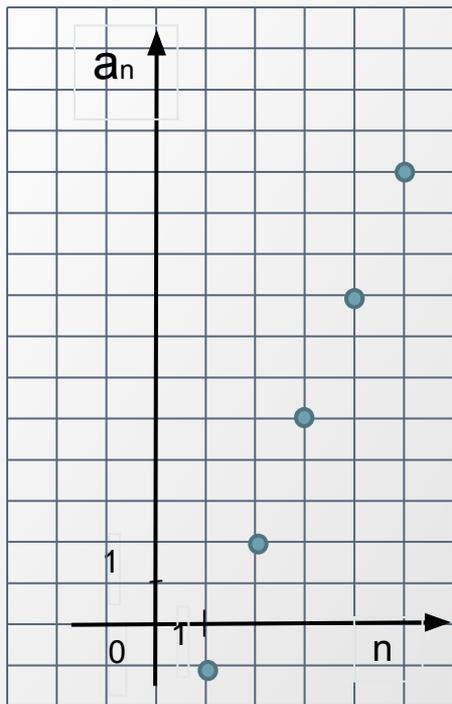


Рис. 1



5. Последовательность a_n задана формулой $a_n = n^2 - 2n - 1$.
Найдите номер члена последовательности, равного 7.

А) 4

Б) - 2

В) 2

Г) - 4



Часть II (задания на 2 балла)

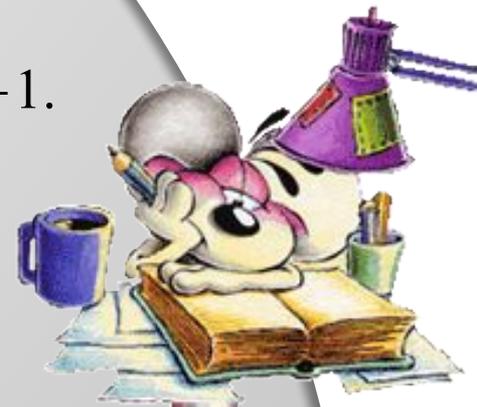
6. В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = 8$, $b_3 = 24$. Ответ: $b_5 = 72$
Найдите b_5 . (для $q > 0$)

(задания на 3 балла)

7. Сумма второго и пятого членов арифметической прогрессии равна 11. Третий её член на 6 больше первого. Найдите второй и четвёртый члены.

Ответ:

$a_2 = 1$; $a_4 = 7$,



Количество набранных баллов	оценка
1,5 - 2	«3»
2,5 – 4,5	«4»
5 – 7,5	«5»

Прогрессии в жизни, в быту и не только



- За 16 дней Карл украл у Клары 472 коралла. Каждый день он крал на 3 коралла больше, чем в предыдущий день. Сколько кораллов украл Карл в последний день.
- В сборнике по подготовке к экзамену-240 задач. Ученик планирует начать их решение 2 мая, а закончить 16 мая, решая каждый день на две задачи больше, чем в предыдущий день. Сколько задач ученик запланировал решить 12 мая?
- В амфитеатре расположены 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?

Ян Амос Коменский

**Оцените свои знания и
умения на
конец урока. Был ли
полезен урок
для каждого из вас? Чем?**

I (слайд 2) Тему сегодняшнего урока мы узнаем, разгадав кроссворд:

1. Как называется график квадратичной функции?
2. Математическое предложение, справедливость которого доказывается.
3. Упорядоченная пара чисел, задающая положение точки на плоскости.
4. Наука, возникшая в глубокой древности в Вавилоне и Египте, а учащиеся России начинают её изучать с 7 класса.
5. Линия на плоскости, задаваемая уравнением $y=kx+b$.
6. Числовой промежуток.
7. Предложение, принимаемое без доказательства.
8. Результат сложения
9. Название второй координаты на плоскости.
10. Французский математик 19 века, «отец» алгебры, юрист, разгадал шифр, применяемый испанцами в войне с французами, а нам помог в быстром решении квадратных уравнений.

II (слайд 3)

Итак, тема урока «Прогрессии». Прогрессия – латинское слово, означающее "движение вперед", было введено римским автором Боэцием.

- А почему во множественном числе? Какие знаете прогрессии?
Давайте сформулируем цели нашего урока.

Установи соответствие
ответы:

III (слайд 4)

историческая справка (д/з)

IV (слайды 5-10)

обобщение теоретического материала

- | | |
|--------|---------|
| 1.- 3 | 7.- 4 |
| 2.- 18 | 8.- 15 |
| 3.- 2 | 9.- 8 |
| 4.- 14 | 10.- 1 |
| 5.- 7 | 11.- 10 |
| 6.- 12 | 12.-14 |

V (слайды 11,12)

самостоятельная работа (тест с проверкой)

VI (слайд 13)

решение практических задач

3.Решение:

$$280 = a_1 + 20 \cdot (10-1);$$

$$a_1 = 280 - 20 \cdot 9 = 100;$$

$$S_{10} = \frac{1}{2}(100+280) \cdot 10 = 1900.$$

Ответ:1900 человек
вмещает амфитеатр.

1.Решение:

$$S_{16} = \frac{1}{2} (2 \cdot a_1 + 3 \cdot 15) \cdot 16;$$

$$472 = 16 a_1 + 360;$$

$$a_1 = (472 - 360) : 16 = 7.$$

$$a_{16} = 7 + 3 \cdot (16-1) = 52.$$

Ответ: 52 коралла украл Карл
в последний день.

2.Решение:

$$240 = \frac{1}{2}(2 a_1 + 2 \cdot 14) \cdot 15;$$

$$240 : 15 = a_1 + 14;$$

$$a_1 = 2;$$

$$a_{11} = 2 + 2 \cdot 10 = 22.$$

Ответ:22 задачи надо решить
12 мая.

VII (слайд 14)

итог урока