

Числовые неравенства и их свойства

Оглавление

- Понятие числового неравенства
- Свойство 1
- Свойство 2
- Свойство 3
- Свойство 4
- Свойство 5
- Свойство 6
- Свойство 7

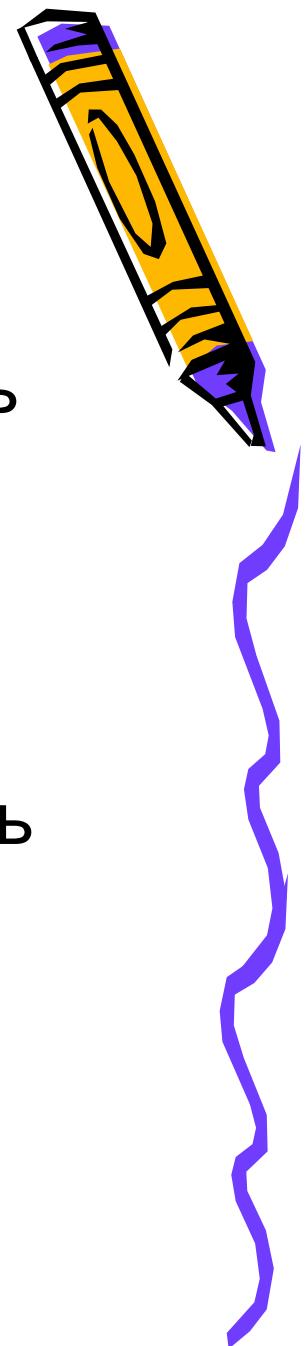
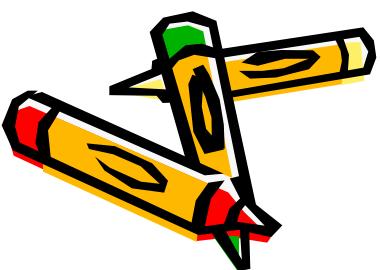
Применение свойств:

- 8 класс
- 9 класс

Определение:

1. Действительное число a **больше** действительного числа b , если их разность $a-b$ – положительное число.
2. Действительное число a **меньше** действительного числа b , если их разность $a-b$ – отрицательное число.

Пишут $a>b$ или $a<b$.



Неравенства

Строгие

Знаки неравенств

Нестрогие

$>$ «больше»

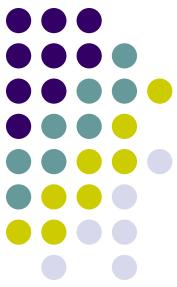
$<$ «меньше»

\geq

«больше или равно»

\leq

«меньше или равно»

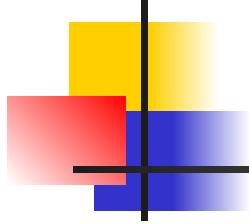


$a>0$ означает, что a – **положительное** число;

$a<0$ означает, что a – **отрицательное** число.

$a>=0$ означает, что a – **неотрицательное** число (положительное или 0);

$a<=0$ означает, что a – **неположительное** число (отрицательное или 0).



Свойства числовых неравенств

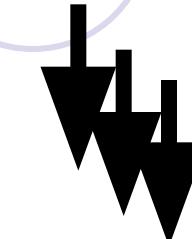
$a > b$



Свойство 1.

Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$.

$b > c$



$a - b > 0$

Доказательство.

$b - c > 0$

$(a - b) + (b - c) > 0$

$a - c > 0$



$a > c$

Свойство 2

Если к обеим частям неравенства прибавить одно и тоже число, то знак неравенства следует сохранить

Если $a > b$, то $a + c > b + c$.

Примеры:

Если $a < b$, то $a + 7 < b + 7$

Если $a > b$, то $a - 5 > b - 5$

Свойство 3

Если $a>b$ и $m>0$, то $am>bm$

Если $a>b$ и $m<0$, то $am<bm$

$m>0$

Если обе части неравенства умножить на одно и то же положительное число, то знак неравенства следует сохранить.

$m<0$

Если обе части неравенства умножить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства следует изменить.

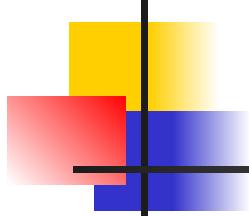
Примеры:

Если $a>b$, то $4a>4b$

Если $a<b$, то $-9a>-9b$

Если $a>b$, то $-a<-b$

Оглавление



Свойство 4

Если $a > b$ и $c > d$, то $a+c > b+d$

Доказательство.

$$\begin{array}{ccc} a > b & & c > d \\ (\text{свойство 2}) & & (\text{Свойство 2}) \\ \downarrow & & \downarrow \\ a+c > b+c & \xrightarrow{\quad} & c+b > d+b \\ & & \xleftarrow{\quad \text{(Свойство 1)} \quad} & \end{array}$$

Свойство 5

Если a, b, c, d – положительные числа и $a > b$, $c > d$,
 $ac > bd$

$a > b$ и $c > 0$

(свойство 3)

$ac > bc$

Доказательство

$c > d$ и $b > 0$

(свойство 3)

$cb > db$

$ac > bd$

(Свойство 1)

Свойство 6

**Если a и b - неотрицательные числа и $a>b$,
то $a^n>b^n$, где n - любое натуральное число.**

Дополнение:

Если n – нечетное число, то **для любых чисел a и b** из неравенства $a>b$ следует неравенство того же смысла $a^n>b^n$.

[Оглавление](#)

Свойство 7

Если a и b - положительные числа и

$$a > b, \text{ то } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

Применение свойств числовых неравенств

Дано:

$$8 < a < 10$$

$$1 < b < 2$$

Оцените значение выражения $2a - 3b$

Решение:

$$8 < a < 10$$

$$1 < b < 2$$

$$16 < 2a < 20$$

$$-6 < -3b < -3$$

$$10 < 2a - 3b < 17$$

Дано: $5 < a < 12$ $3 < b < 4$

Оцените значение выражения

$$\frac{4a}{b}$$

$$5 < a < 12$$



$$20 < 4a < 48$$

Решение:

$$3 < b < 4$$



$$\frac{1}{4} < \frac{1}{b} < \frac{1}{3}$$

$$5 < \frac{4a}{b} < 16$$

Доказательство:

Докажите, что функция $y = -5x + 4$ убывает

Если $x_1 > x_2$



$$-5x_1 < -5x_2$$



$$-5x_1 + 4 < -5x_2 + 4$$



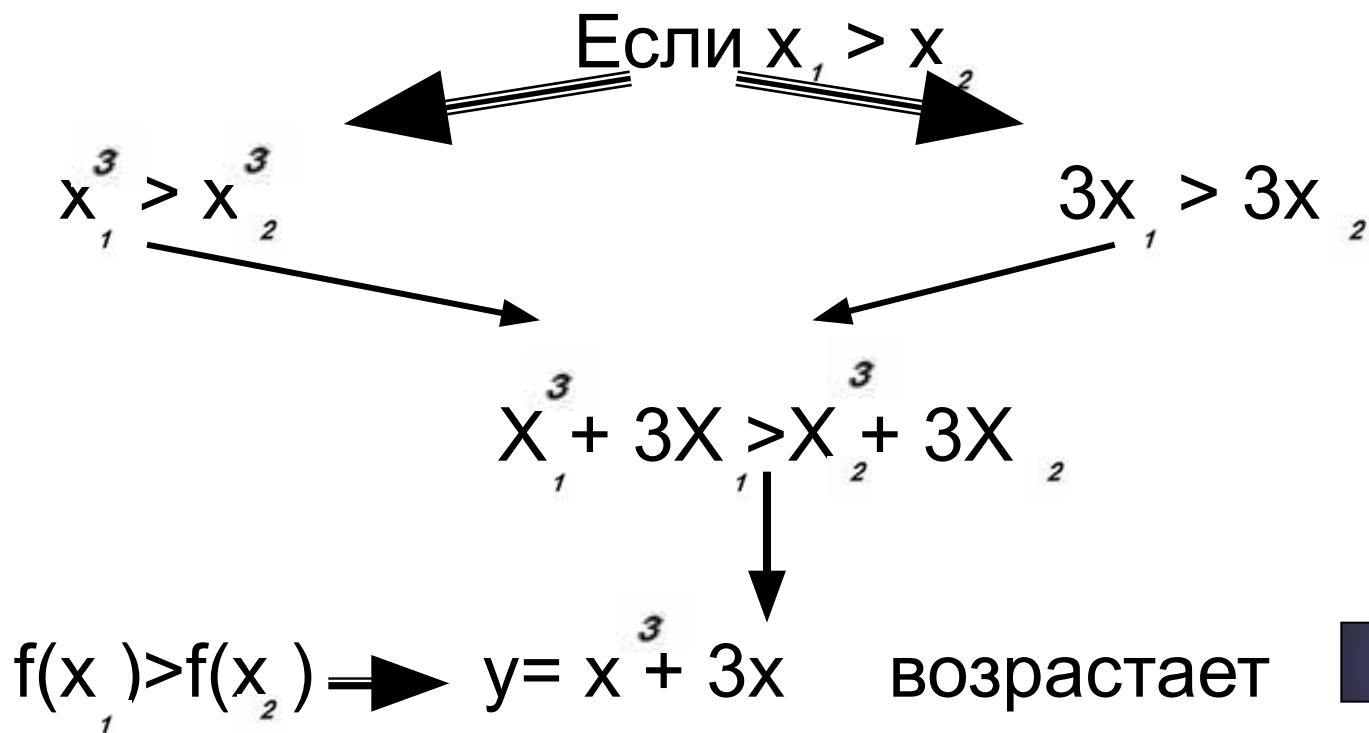
$$f(x_1) < f(x_2)$$



$y = -5x + 4$ убывает

Докажите, что функция $y=x+3x$ возрастает

Доказательство :



Оглавление