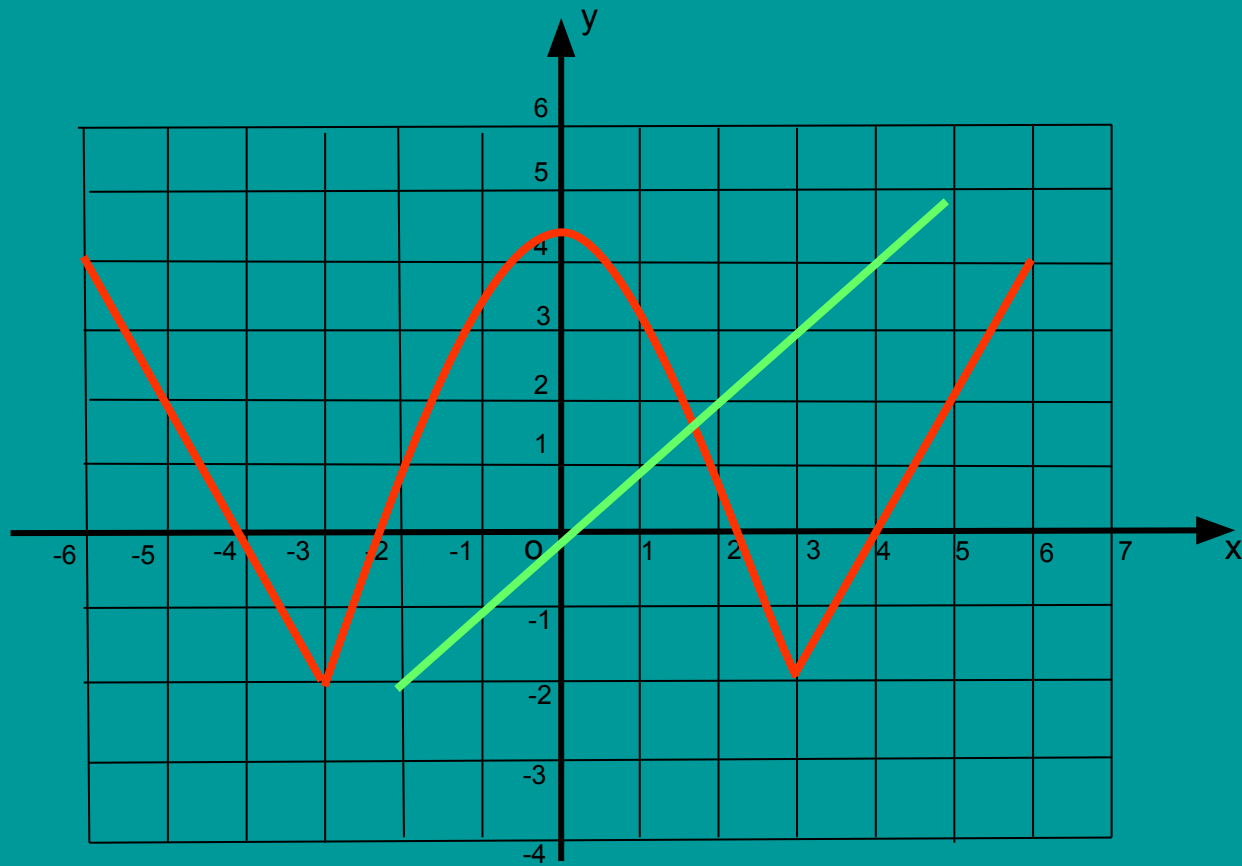


# Чётные и нечётные функции



# Определение

Функция  $y=f(x)$  называется чётной, если:

- 1)  $D(f)$  симметрична относительно нуля;
- 2) для любого  $x \in D(f)$  верно равенство:  $f(-x) = f(x)$ .

Функция  $y=f(x)$  называется нечётной, если:

- 1)  $D(f)$  симметрична относительно нуля;
- 2) для любого  $x \in D(f)$  верно равенство:  $f(-x) = -f(x)$ .

Выяснить является ли функция чётной или нечётной:

$$y(x) = 5x^2 - |x|$$

Решение:  $D(y) = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} y(-x) &= \\ &= 5(-x)^2 - |-x| = \\ &= 5x^2 - |x| = \\ &= y(x) \end{aligned}$$

Значит, функция -  
чётная

$$y(x) = 7x + x^3$$

Решение:  $D(y) = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} y(-x) &= \\ &= 7(-x) + (-x)^3 = \\ &= -7x - x^3 = \\ &= -(7x + x^3) \\ &= -y(x) \end{aligned}$$

Значит, функция -  
нечётная



Функция  $f(x)$  – чётная,  
 $f(3) = 25$ , тогда  $f(-3) = ?$   
 $f(-8) = -71$ , тогда  $f(8) = ?$

25

-71

Функция  $g(x)$  – нечётная,  
 $g(7) = 43$ , тогда  $g(-7) = ?$   
 $g(-2) = -64$ , тогда  $g(2) = ?$

- 43

64



**Существуют функции, которые не обладают свойствами чётности или нечётности.**

$$y(x) = x^2 + 5x$$

$$D(y) = \mathbb{R}$$

$$y(-x) = (-x)^2 + 5(-x) = x^2 - 5x$$

$$y(-x) \neq y(x)$$

$$y(-x) \neq -y(x)$$

**Значит, данная функция не является ни чётной, ни нечётной.**



■ Является ли функция четной или нечетной?

а)  $g(x) = 3x^4 + x^2$  чётная

б)  $y = \frac{x^5}{3x^2}$  нечётная

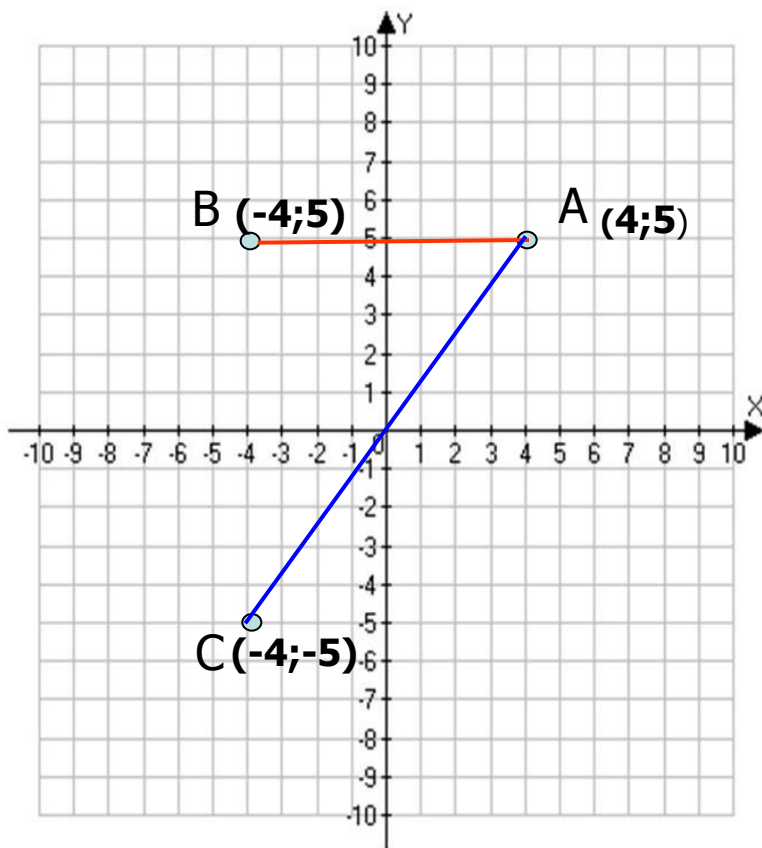
в)  $f(x) = x^7 - \frac{1}{x^3}$  нечётная

г)  $f(x) = x^8 - \frac{5}{x^6}$  чётная

д)  $g(x) = \frac{1}{2x + x^2}$  ни чётная, ни нечётная



# Повторение



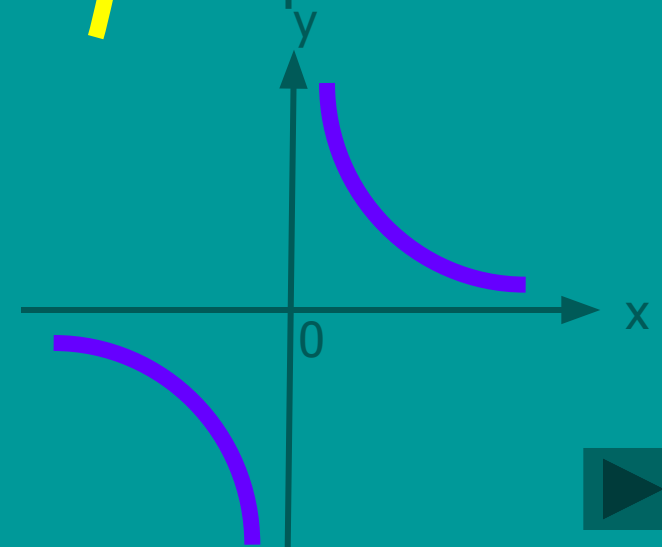
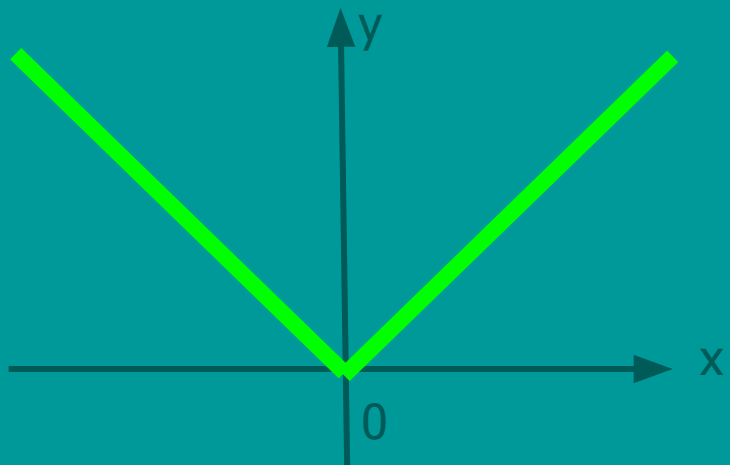
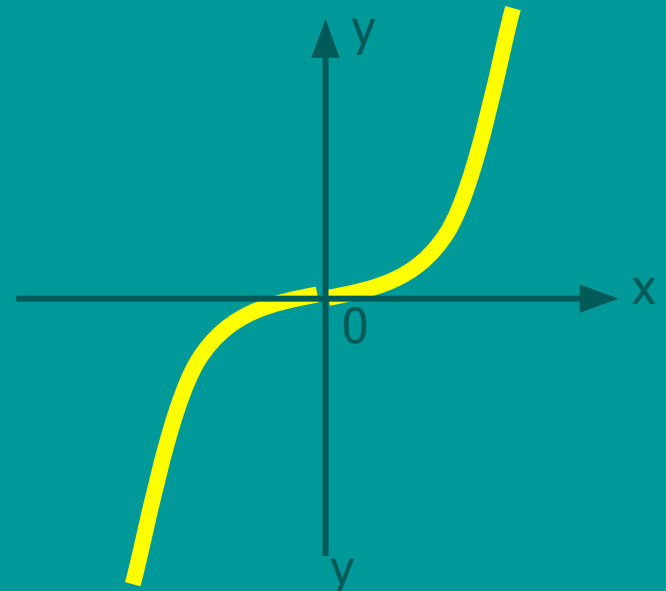
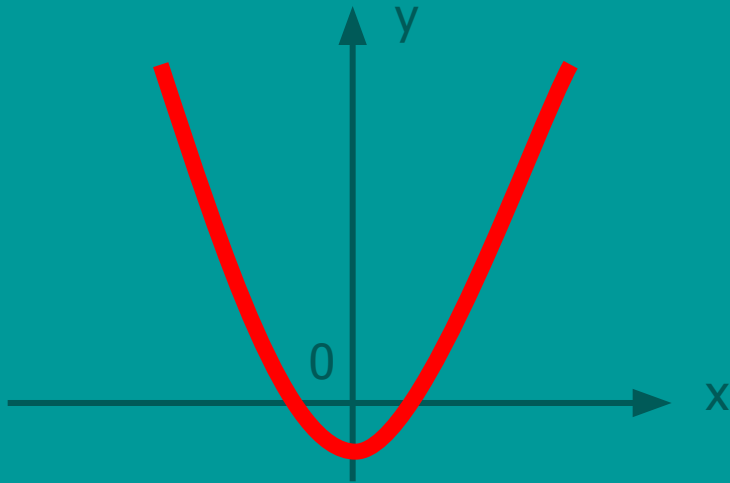
Задание:

1. Найдите координаты точек A, B, C
2. Как взаимосвязаны координаты точек A и B?
3. Как расположены точки A и B относительно оси ординат?
4. Как взаимосвязаны координаты точек A и C?
5. Как расположены точки A и C относительно начала координат?



# Повторение

*Графики каких функций здесь изображены?  
Сравните чертежи. В чём их сходство и различие?*



# Свойство графиков чётных функций

**По определению:**

**если функция – чётная, то противоположным значениям  $x$  соответствуют равные значения  $y$ .**

Сделайте вывод: 1) об области определения функции;  
2) о расположении точек графика чётной функции.

Вывод: 1) область определения симметрична относительно точки  $(0; 0)$ ;  
2) **график чётной функции состоит из точек, симметричных относительно оси ординат.**

**График чётной функции симметричен относительно оси ординат.**





# Свойство графиков нечётных функций

**По определению:**

**если функция – нечётная, то противоположным значениям  $x$  соответствуют противоположные значения  $y$ .**

Сделайте вывод: 1) об области определения функции;  
2) о расположении точек графика нечётной функции.

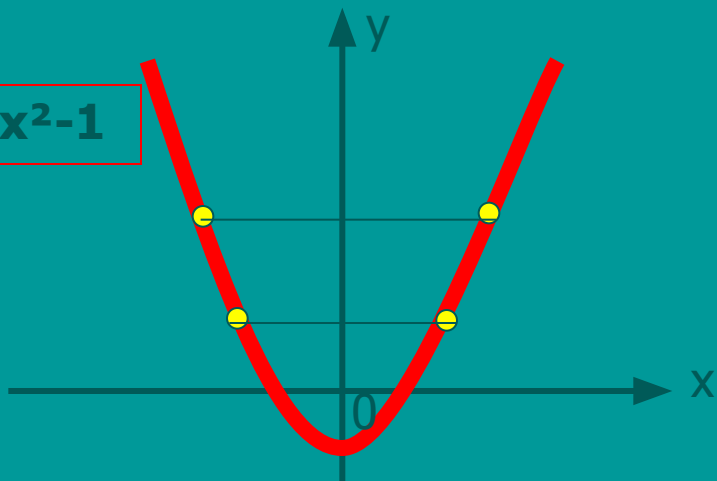
Вывод: 1) область определения симметрична относительно точки  $(0; 0)$ ;  
2) **график нечётной функции состоит из точек, симметричных относительно начала координат.**

**График нечётной функции симметричен относительно начала координат.**

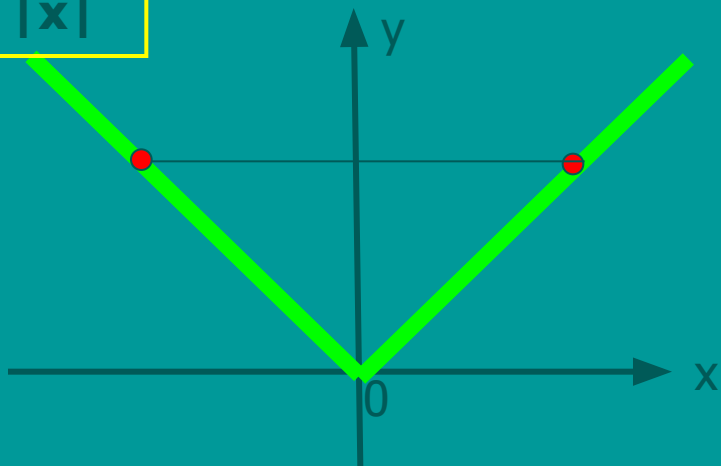


# Чётные функции

$$y = x^2 - 1$$



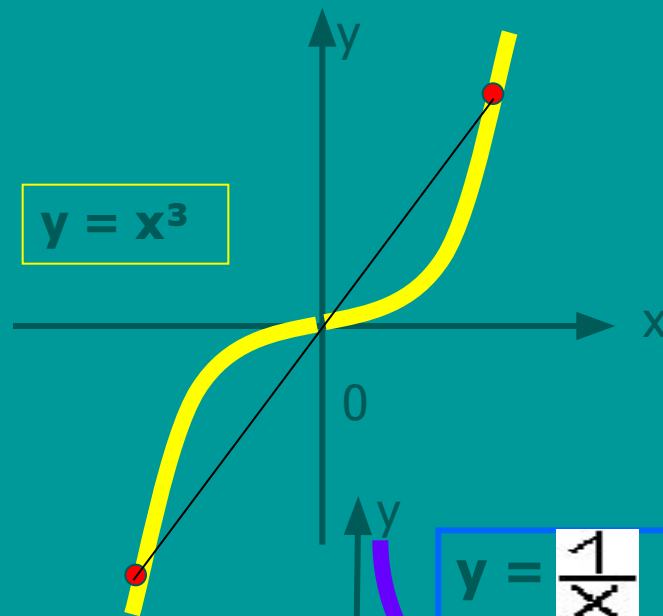
$$y = |x|$$



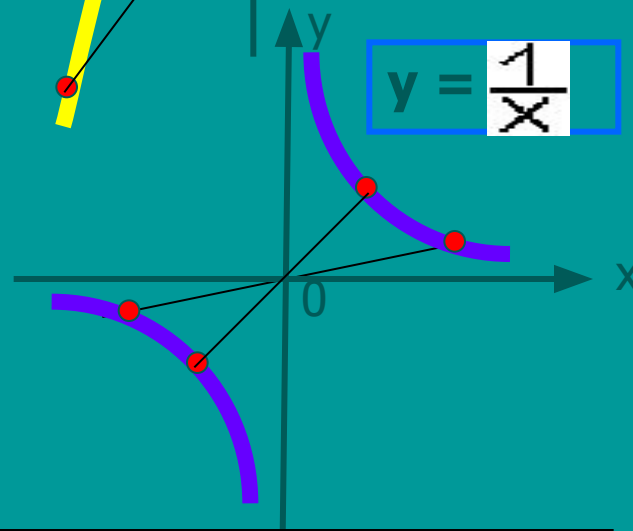
Симметрия относительно оси Oy

# Нечётные функции

$$y = x^3$$



$$y = \frac{1}{x}$$



Симметрия относительно  
начала координат

- *Может ли быть четной или нечетной функция,*
- *областью определения которой является:*

*а) промежуток [ -2; 5 ]*                      **нет**

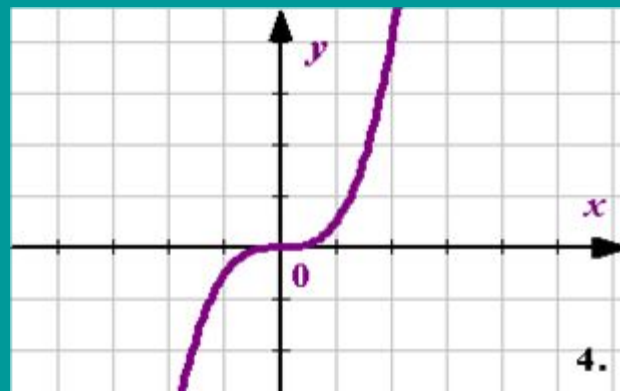
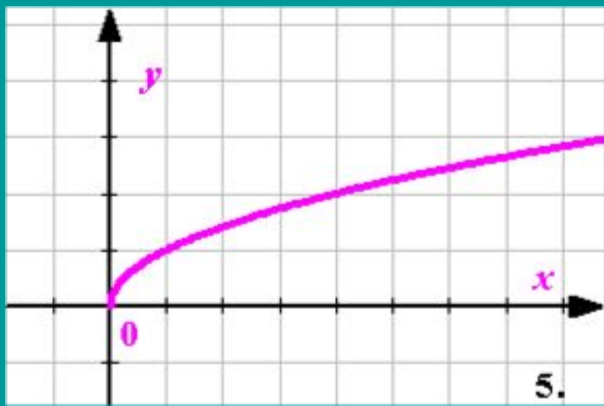
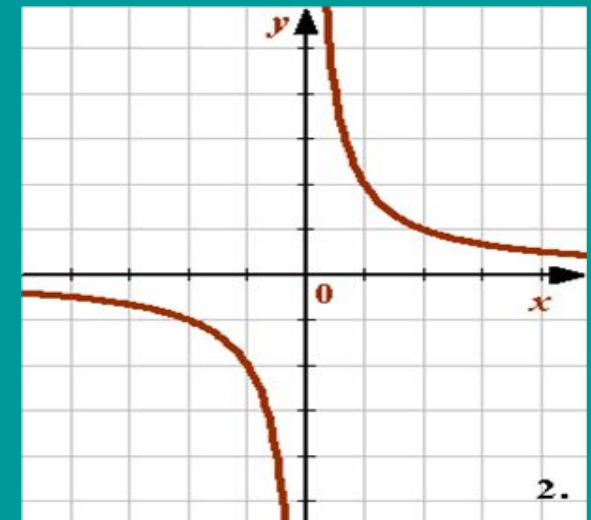
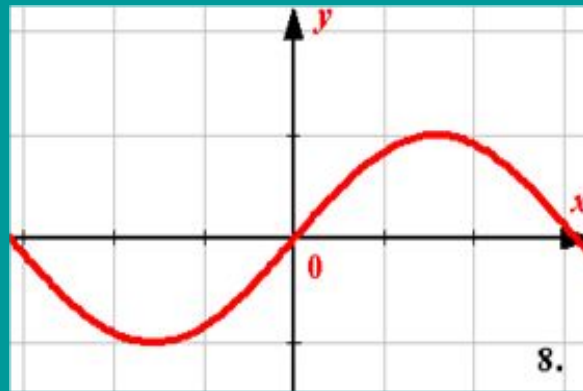
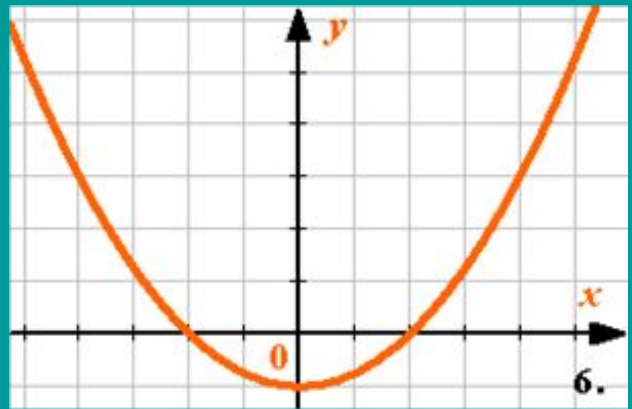
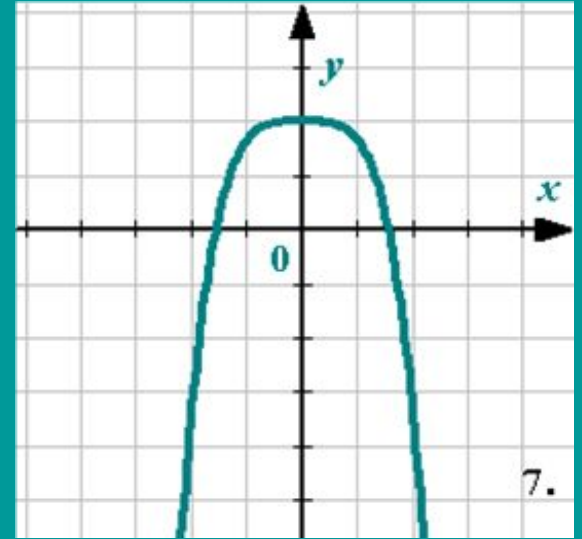
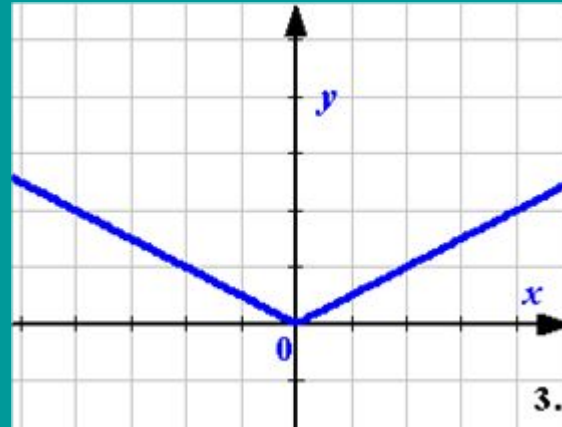
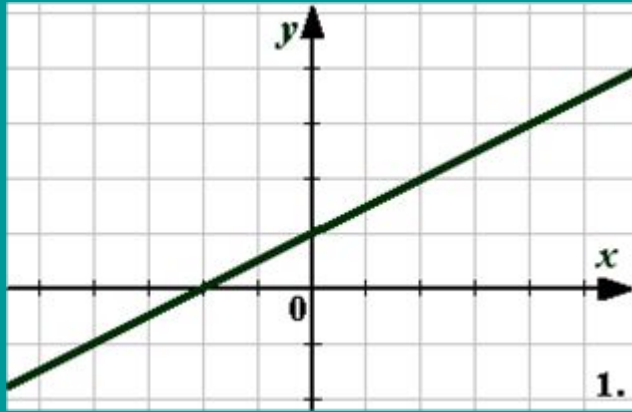
*б) промежуток ( -5; 5 )*                      **да**

*в) промежуток ( -3; 3 ]*                      **нет**

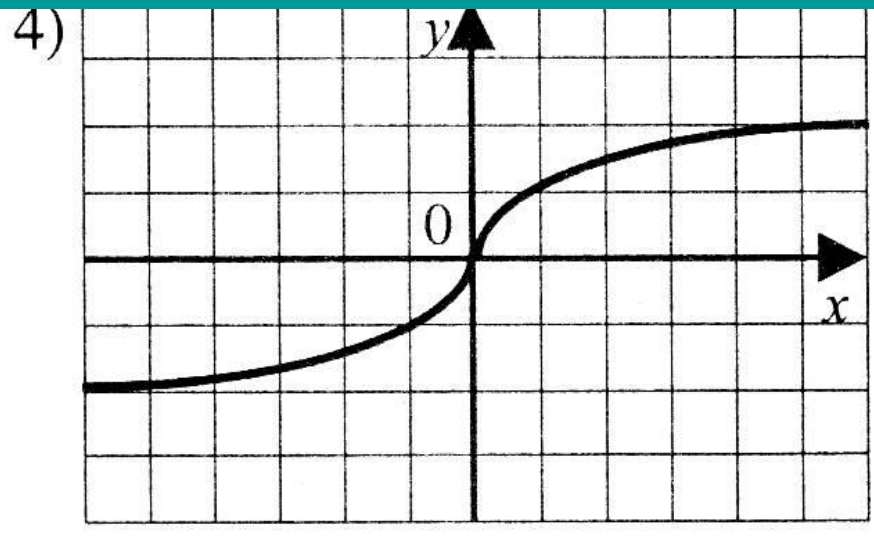
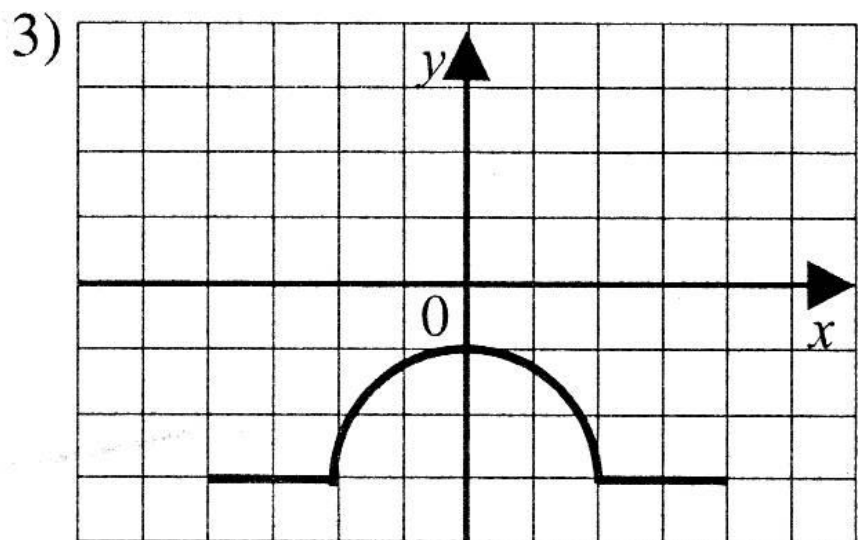
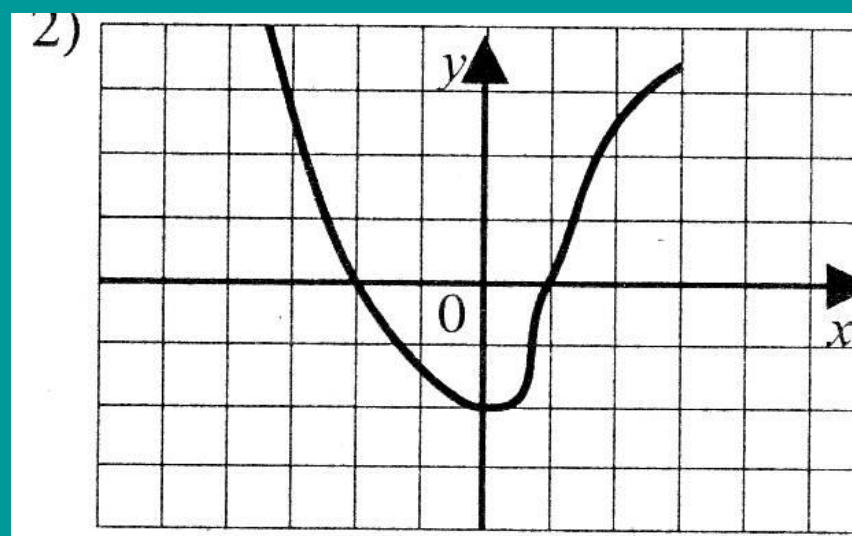
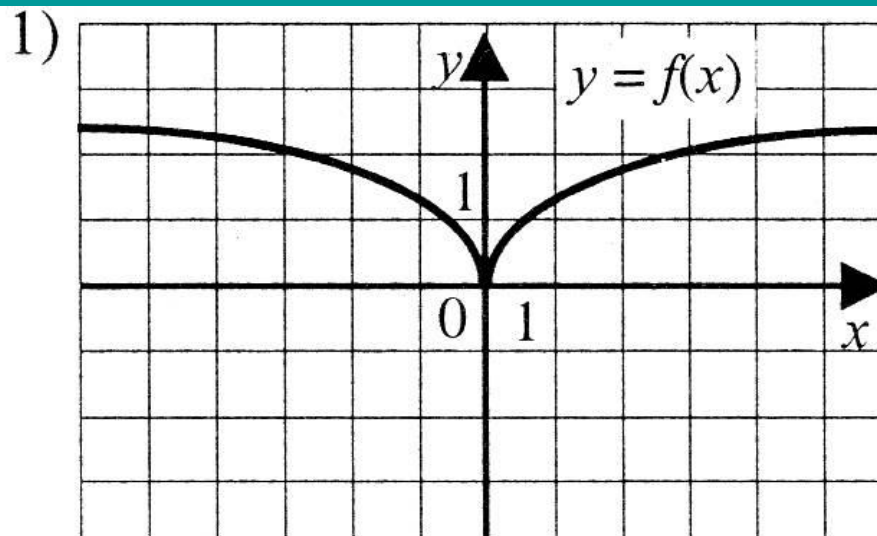
*г) объединение промежутков*              **да**  
*[ -10; -2] и [ 2; 10 ]*



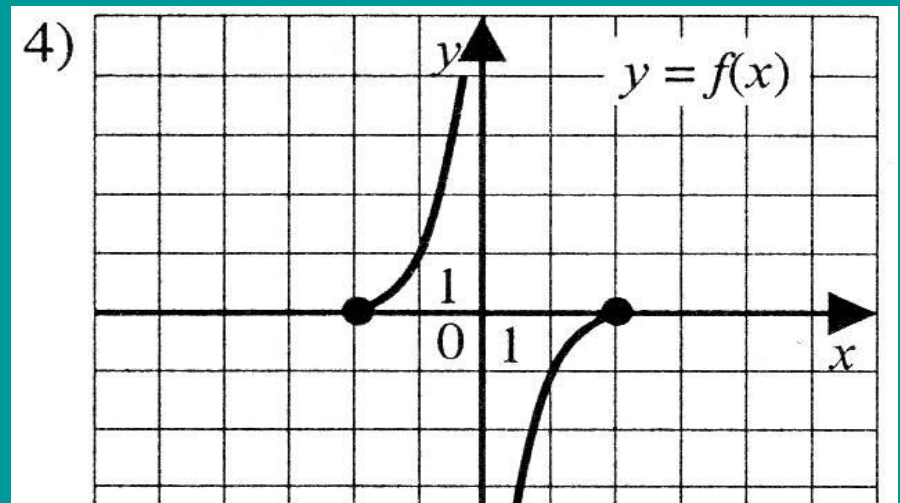
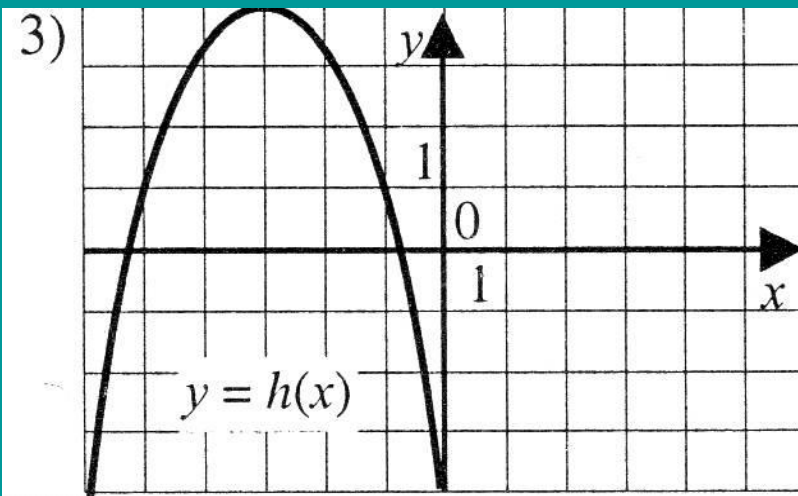
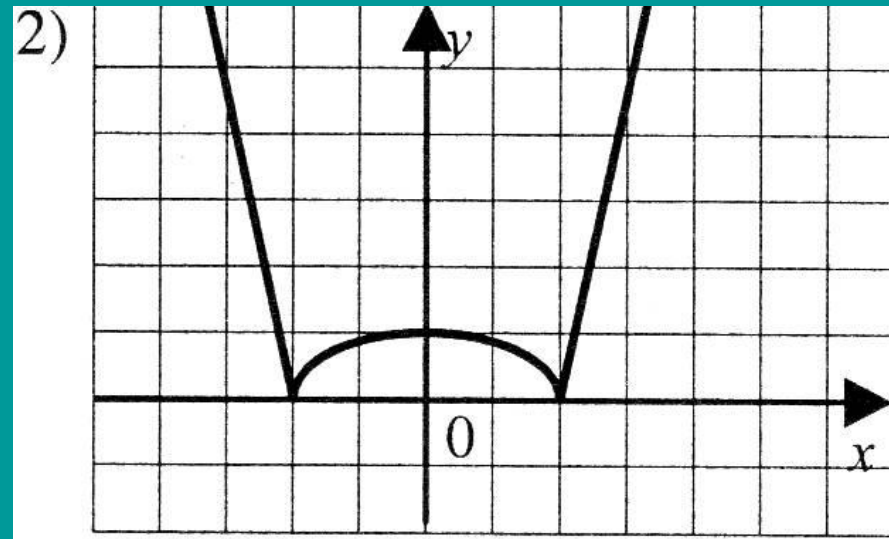
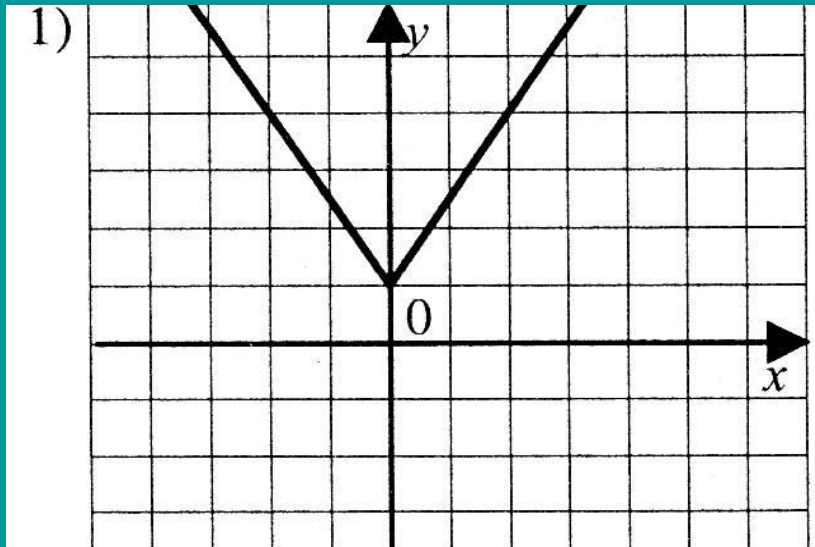
# Укажите графики чётных и нечётных функций



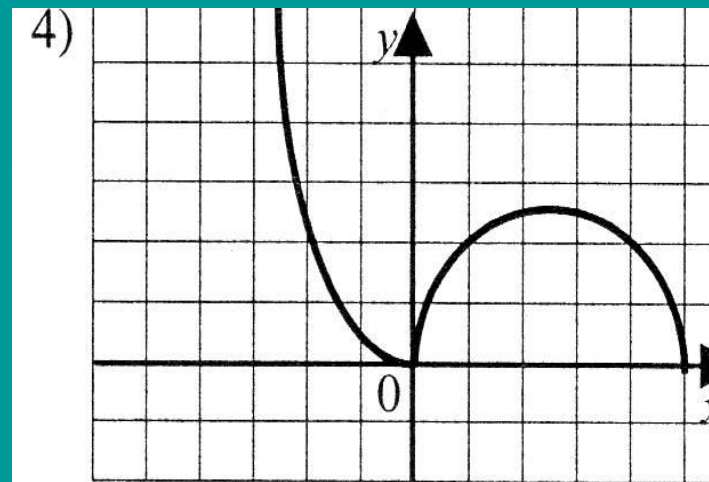
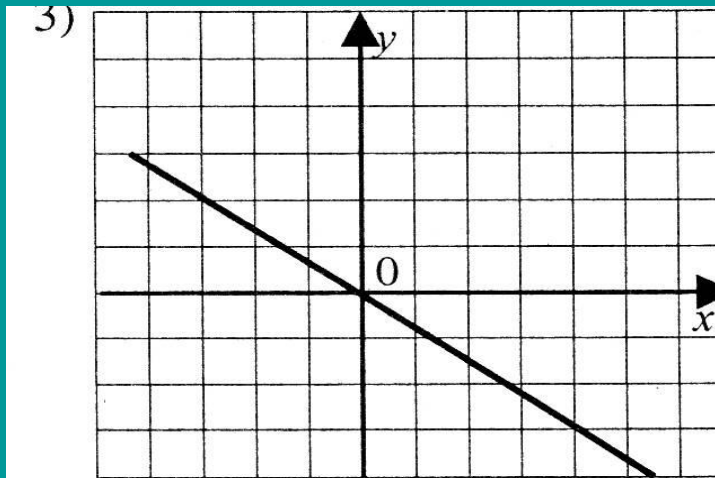
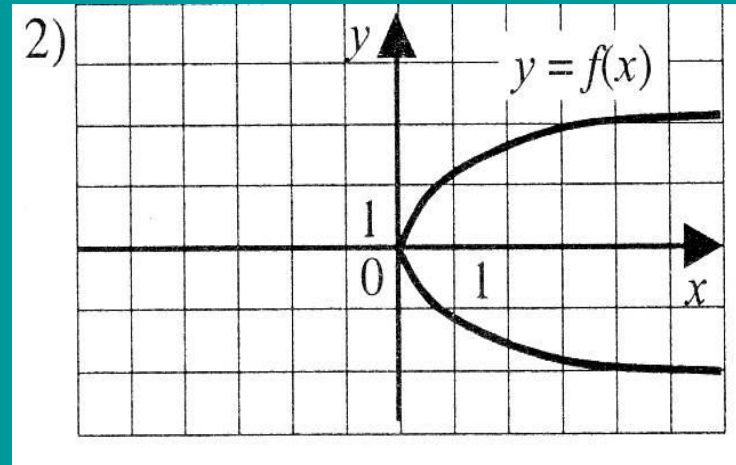
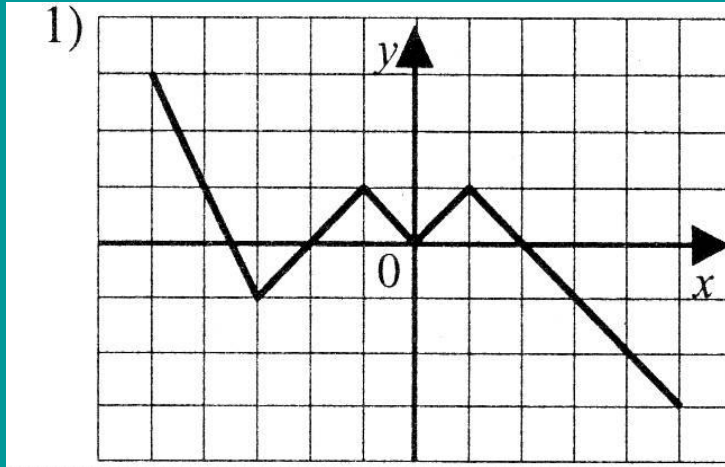
# Укажите график чётной функции



# Укажите график нечётной функции



# Укажите график функции, которая не является чётной или нечётной



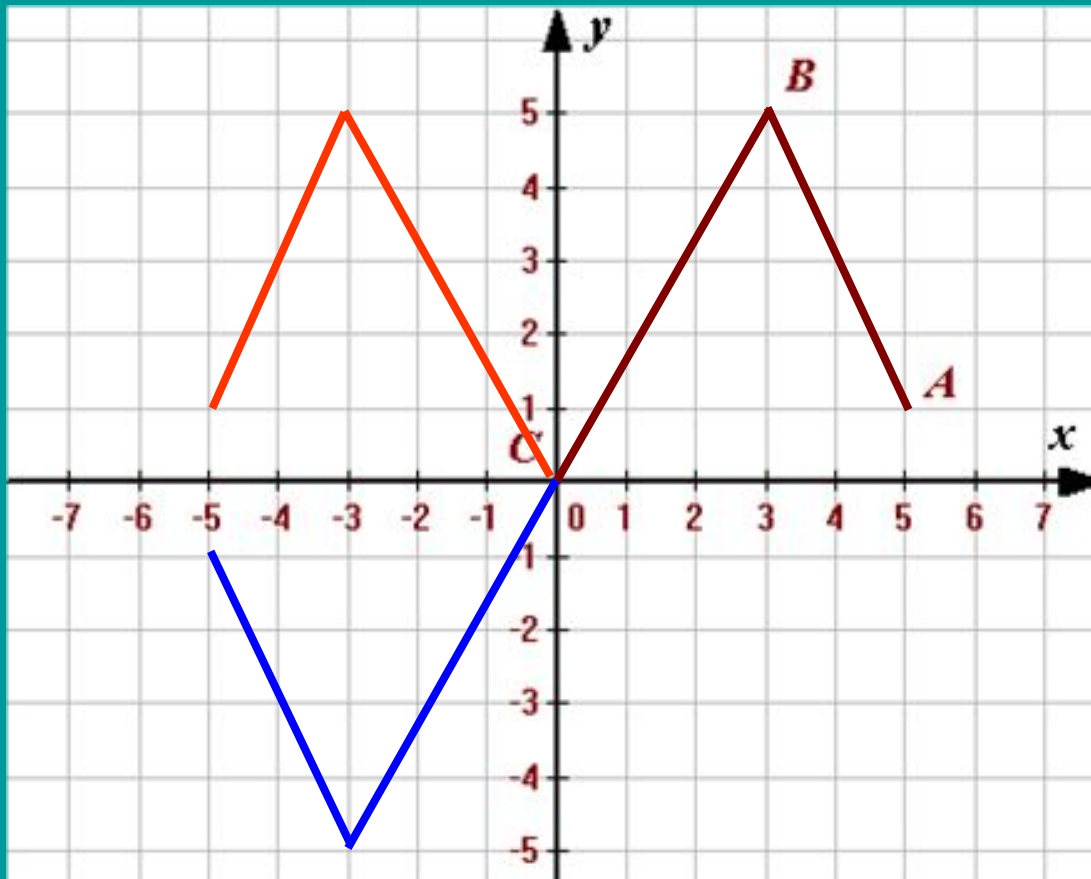
Ломаная  $ABC$ , где  $A(5; 1)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(0; 0)$  – часть графика некоторой функции  $f(x)$ .

Область определения этой функции – промежуток  $[-5; 5]$ .

Постройте ее график, зная, что:

а)  $f(x)$  – четная.

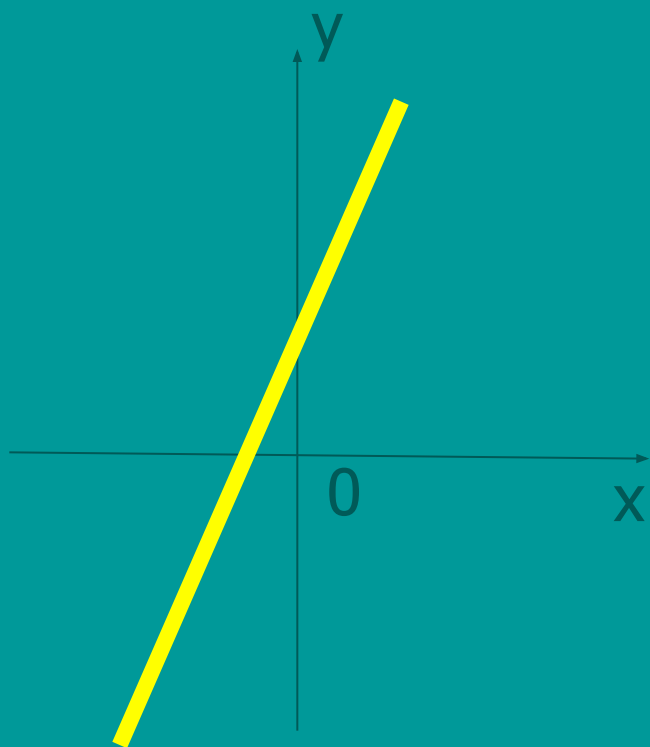
б)  $f(x)$  – нечетная.





**Существуют функции,  
которые не обладают  
свойствами чётности или  
нечётности.**

$$y = 2x + 1$$



**График в этом случае не  
обладает свойством  
симметрии**



# Школаем успехов в учебе

Каратанова М.  
Рыженкова Т.Н.  
Михайлова Л.П.  
User