

Урок алгебры в 10 классе по теме

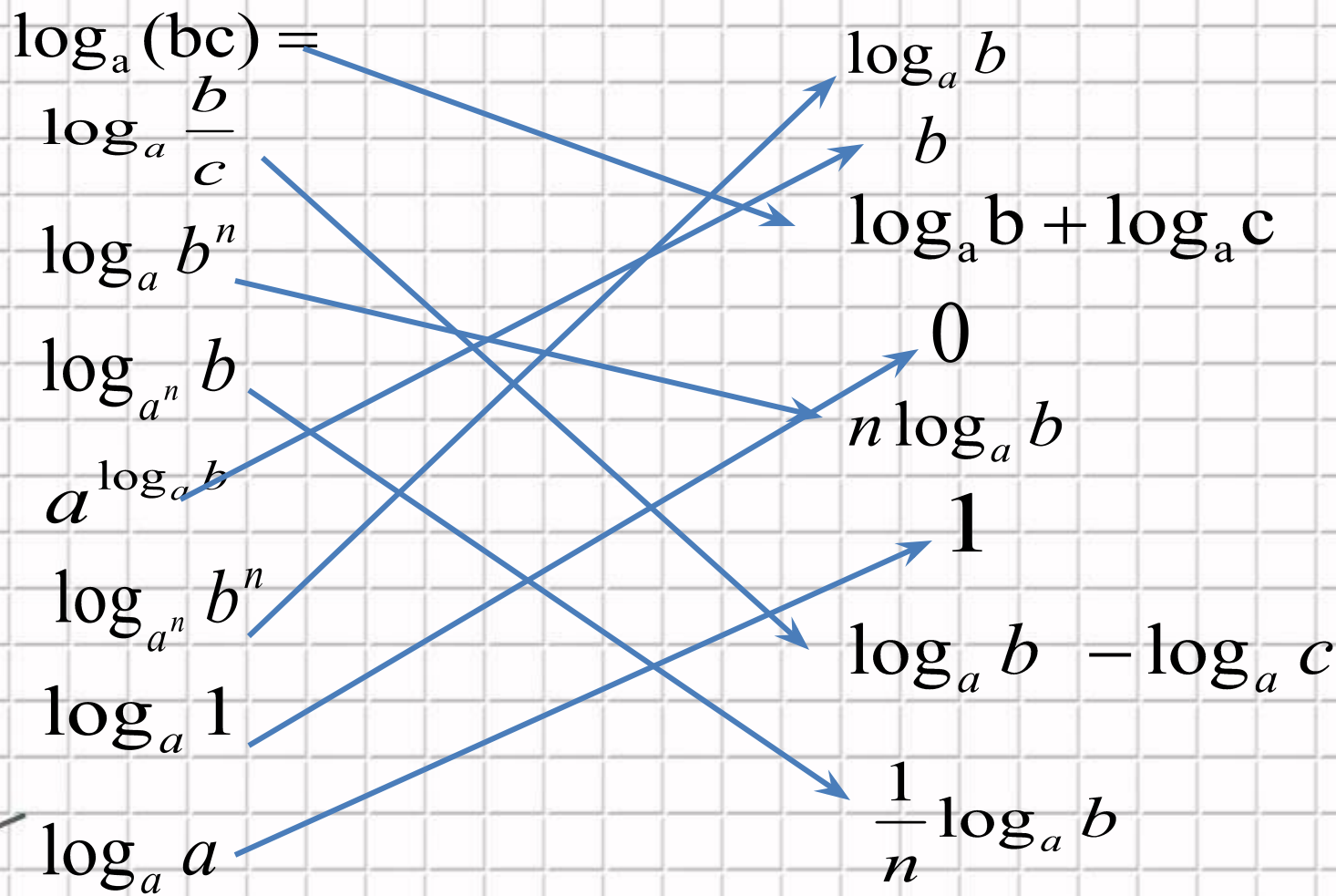
**«Десятичные и натуральные  
логарифмы.  
Формула перехода к другому  
основанию»**

с применением ИКТ и проектной технологии



# Свойства логарифмов.

( $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, n \neq 0$ )



# Найдите значение выражений

$$\log_2 16 =$$

4

$$5^{2\log_5 3} =$$

9

$$\log_{25} \frac{1}{5} =$$

-0,5

$$4^{3\log_4 9} =$$

3

$$\log_4 \frac{1}{2} =$$

-0,5

$$8^{\log_{\sqrt{8}} 5} =$$

25

$$\log_{\sqrt{2}} 4 =$$

4

$$\log_{12} 6 + \log_{12} 2 =$$

1

$$7^{\log_7 3} =$$

3

$$\log_6 2 - \log_6 \frac{1}{3} =$$

1

$$\log_{\frac{1}{15}} 3 + \log_{\frac{1}{15}} 75 =$$

-2

$$\log_{\sqrt{5}} 65 - \log_{\sqrt{5}} 13 =$$

2





# Решите уравнение

$$8 \log_2 \left( \frac{1}{\log_3 2} \right) = \log_3 2$$

1	2	3	4	5	6	7	8
$\log_2 7$	$\log_3 6$	$\log_4 3 + 2$	25	$\sqrt{3}$	13	9	10



# Тренировочный тест

1. Вычислить:  $0,3^{\log_{0,3} 2} - 5$

- 1)  $-4,91$ ;      2)  $-4,7$ ;      3)  $-3$ ;      4)  $2$ .

2. Найдите значение выражения:  $\log_2 16 + \log_2 2$

- 1)  $4$ ;      2)  $5$ ;      3)  $6$ ;      4)  $4,5$ .

3. Найдите значение выражения:  $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$

- 1)  $2$ ;      2)  $1$ ;      3)  $-2$ ;      4)  $90$ .

4. Найдите  $x$ :  $\lg x = 1/2 \lg 9 - 2/3 \lg 8$

- 1)  $3/4$ ;      2)  $4/3$ ;      3)  $3/2$ ;      4)  $6$ .

5. Упростите выражение:  $3^{2+\log_3 15}$

- 1)  $17$ ;      2)  $135$ ;      3)  $225$ ;      4)  $30$ .



## Проблема

Обратите внимание - действия с логарифмами *возможны только при одинаковых основаниях!* А если основания разные!?

$$\log_5 16 \cdot \log_2 25$$





# Переход к другому основанию

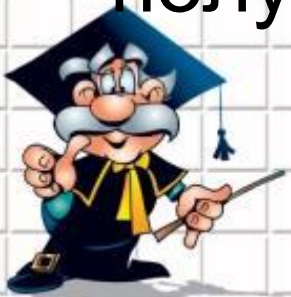
## Теорема

- Пусть дан логарифм  $\log_a b$ . Тогда для любого числа  $c$  такого, что  $c > 0$  и  $c \neq 1$ , верно равенство:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- В частности, если положить  $c = b$ , получим:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$$



- **Десятичным логарифмом**

называется логарифм по основанию 10.

Он обозначается  $\lg$ , т.е.  $\log_{10} m = \lg m$

- **Натуральным логарифмом**

называется логарифм по основанию  $e$ .

Он обозначается  $\ln$ , т.е.  $\log_e m = \ln m$ .

Число  $e$  является иррациональным, его приближённое значение 2.718281828.





$$1) \log_5 16 \cdot \log_2 25 =$$

Воспользуемся сначала свойством  $\log_a b^n = n \log_a b$

$$= \log_5 2^4 \cdot \log_2 5^2 = 4 \log_5 2 \cdot 2 \log_2 5 =$$

Теперь перейдем к основанию 2

$$\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$$

$$= 8 \cdot \frac{1}{\log_2 5} \cdot \log_2 5 = 8$$



## 2) Найдите значение выражения

$$3^{2 \cdot \frac{\log_5 7}{\log_5 3}} - 9 \cdot 4^{\frac{1}{\log_3 4}} = 3^{2 + \log_3 7} - 9 \cdot 4^{\log_4 3} =$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$$

$$= 3^2 \cdot 3^{\log_3 7} - 9 \cdot 4^{\log_4 3} =$$

$$= 9 \cdot 7 - 9 \cdot 3 = 9 \cdot (7 - 3) = 9 \cdot 4 = 36$$



3) Найдите значение выражения  $\log_a(a^5 b^2)$ , если  $\log_b a = \frac{2}{7}$

Решение:

$$\log_a(a^5 b^2) = \log_a a^5 + \log_a b^2 =$$

$$= 5 + 2 \cdot \frac{1}{\log_b a} = 5 + 2 \cdot \frac{7}{2} = 12$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$$

Ответ: 12





- Первое упоминание натурального логарифма сделал **Николас Меркатор** в работе *Logarithmotechnia*, опубликованной в 1668 году, хотя учитель математики **Джон Спайделл** ещё в 1619 году составил таблицу натуральных логарифмов. Ранее его называли гиперболическим логарифмом, поскольку он соответствует площади под гиперболой



# Происхождение термина *натуральный логарифм*

- Сначала может показаться, что поскольку наша система счисления имеет основание 10, то это основание является более «натуральным», чем основание  $e$ . Но математически число 10 не является особо значимым. Его использование скорее связано с культурой, оно является общим для многих систем счисления, и связано это, вероятно, с числом пальцев у людей.
  - Некоторые культуры основывали свои системы счисления на других основаниях: 5, 8, 12, 20 и 60.
- $\log_e$  является «натуральным» логарифмом, поскольку он возникает автоматически и появляется в математике очень часто.



$e=2,718281828459045235360\dots$



Саму константу впервые вычислил швейцарский математик Бернулли в ходе решения задачи о предельной величине процентного дохода.

Бернулли показал, что процентный доход в случае сложного  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  та имеет предел: И ЭТОТ

предел равен  $2,71828\dots$

Экспоненту помнить способ есть простой:  
два и семь десятых, дважды Лев Толстой(1828)

2,7 1828 1828







- Букву *e* начал использовать Эйлер в 1727 году, а первой публикацией с этой буквой была его работа «Механика, или Наука о движении, изложенная аналитически» 1736 год
- Почему была выбрана именно буква *e*, точно неизвестно. Возможно, это связано с тем, что с неё начинается слово *exponential* («показательный», «экспоненциальный»). Другое предположение заключается в том, что буквы *a*, *b*, *c* и *d* уже довольно широко использовались в иных целях, и *e* была первой «свободной» буквой.



# Таблицы логарифмов



Первые таблицы логарифмов были составлены швейцарским математиком **Бюрги** в 1590 году. Немного позднее таблицы логарифмов также составил **шотландский ученый Непер**. Непер брал за основание логарифма число, очень близкое к единице но меньшее, чем единица. Непер опубликовал свои таблицы в 1614, а Бюрги в 1620 году.

Позднее Непер и его сотрудник **Бригс** перевели первые таблицы Непера на новое основание — 10. Таблицы десятичных логарифмов были впервые опубликованы в 1624 году. Именно поэтому они также носят название Бригговы.

В России первые таблицы логарифмов были изданы в 1703 году



# Задания для самостоятельной работы

## 1 группа

1)  $6 \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_8 5 =$

2)  $e^{\frac{1}{\log_5 e}} - 4^{\frac{2}{\lg 16}}$

3) *Найдите*  $\lg a + \lg \left( \frac{1}{a^2} \right)$ ,

*если*  $\log_{100} a = 4$

## 2 группа

1)  $\log_9 100 \cdot \lg 3 =$

2)  $(5^{\log_7 3})^{\log_3 7}$

3) *Найдите*  $\log_8 a$ ,  
*если*  $\log_2 a = 6$





## Домашнее задание

1. Найдите  $\log_c \frac{a^2 b}{c^3}$ , если  $\lg \sqrt{a} = 3$ ,  $\lg b = 5$ ,  $\lg c = 2$ .

2. Вычислите:  $\sqrt[6]{27^{\frac{1}{\log_4 3}}}$  ;

$$\left(7^{\log_{100} 81}\right)^{\log_3 10} ;$$

$$\left(\log_7 2 + \frac{1}{\log_5 7}\right) \lg 7 ;$$

$$3^{\frac{1}{2 \log_7 3}} \cdot 3^{\log_3^2 8} - \sqrt{7} \cdot 8^{\log_3 8} - \sqrt{3}^{\log_3 25}$$



# Источники информации

- Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений/[Ш.А. Алимов, Ю. М. Колягин]; – М.: Просвещение, 2007.
- Открытый банк заданий для подготовки к ЕГЭ по математике [www.mathege.ru](http://www.mathege.ru)
- Википедия. Натуральный логарифм.  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9\\_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC)
- Википедия. e(число).  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/E\\_%28%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE%29](http://ru.wikipedia.org/wiki/E_%28%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE%29)
- Эйлер.  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%B9%D0%BB%D0%B5%D1%80\\_%D0%9B%D0%B5%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%B4](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%B9%D0%BB%D0%B5%D1%80_%D0%9B%D0%B5%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%B4)
- Бернулли.  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B5%D1%80%D0%BD%D1%83%D0%BB%D0%BB%D0%B8\\_%D0%AF%D0%BA%D0%BE%D0%B1](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B5%D1%80%D0%BD%D1%83%D0%BB%D0%BB%D0%B8_%D0%AF%D0%BA%D0%BE%D0%B1)
- Неппер. <http://a-nomalia.narod.ru/100otkr/45.htm>
- Фон презентации <http://tatyana-chulan.ucoz.ru/forum/8-13-2>

