

Квадратные уравнения

Повторение за курс базовой школы

Подготовила Луцевич Н.А.



Ответим на вопросы

- ❖ Дайте определение квадратного уравнения.
- ❖ Чему равен дискриминант квадратного уравнения?
- ❖ Сколько корней имеет уравнение, если его дискриминант является положительным числом?
- ❖ Сколько корней имеет уравнение, если его дискриминант равен нулю?
- ❖ Сколько корней имеет уравнение, если его дискриминант является отрицательным числом?
- ❖ Запишите формулы для вычисления корней квадратного уравнения.
- ❖ Какие уравнения называются неполными квадратными уравнениями?

Квадратным уравнением называется
уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0$$

где a, b, c, d – заданные числа, x –
переменная.

Дискриминант

$$D = b^2 - 4ac$$

Дискриминант

при

$$D > 0$$

квадратное уравнение имеет два корня

Дискриминант

при

$$D = 0$$

квадратное уравнение имеет один
корень

Дискриминант

при

$$D < 0$$

*квадратное уравнение не имеет
корней*

Формулы корней

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Неполное квадратное уравнение

Если хотя бы один из коэффициентов a или b равен нулю, то квадратное уравнение называется неполным квадратным уравнением.

Решение неполных квадратных уравнений.



1. Если $c=0$ и $b=0$, то уравнение $ax^2=0$ имеет один корень $x=0$;

2. Если $c=0$, то уравнение $ax^2+bx=0$ имеет два корня:

$$x(ax + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

3. Если $b=0$, то уравнение $ax^2+c=0$

$$ax^2 = -c \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$$

при $-\frac{c}{a} < 0$ не имеет корней,

при $-\frac{c}{a} > 0$ имеет два корня

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$



Решение квадратных уравнений.

Если все коэффициенты квадратного уравнения отличны от нуля, то находим дискриминант.

Если квадратное уравнение является приведенным, то можем его решить с помощью теоремы Виета.

Теорема Виета.

Если x_1 и x_2 – корни приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$, то $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$.

Если коэффициент при квадрате переменной равен 1, то уравнение называется приведенным.

Решить самостоятельно

1.

$$16x^2 + 4 = 0$$

2.

$$x^2 - 5 = 0$$

3.

$$5x^2 + 3x = 0$$

4.

$$2x^2 + x + 5 = 0$$

5.

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

Проверим...

1.

$$16x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow 16x^2 = -4 \Leftrightarrow$$

$$x^2 = -\frac{4}{16} \quad -\frac{4}{16} < 0$$

так как получили число меньше нуля,
следовательно, уравнение корней не имеет

Проверим...

2.

$$x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow$$

$$x_1 = \sqrt{5}$$

$$x_2 = -\sqrt{5}$$

Проверим...

3.

$$5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(5x + 3) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 5x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

Проверим...

4.

$$2x^2 + x + 5 = 0$$

найдем дискриминант

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 5 < 0$$

так как дискриминант меньше нуля,
следовательно, квадратное уравнение не имеет
корней

Проверим...

5. $x^2 + 6x + 8 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4 > 0$$

$$x_1 = \frac{-6 + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = -2$$

$$x_2 = \frac{-6 - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = -4$$