

10 КЛАСС

ФЕЙЕРВЕРК тригонометрических уравнений

УМК А. Г. Мордковича

*Разработано учителем математики
МОУ «СОШ» п. Аджером
Корткеросского района Республики
Коми
Мишариной Альбиной
Геннадьевной*



Девиз

**«Примеры
учат больше,
чем теория»**

М .В. Ломоносов

ПРАВИЛА

- Каждый играет за себя
- Ответы записываются в бланке ответов
- За правильно решенное задание – 1 балл
- Задания выбирают по очереди
- За объяснение решения +1 балл

Всего 23 задания



1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

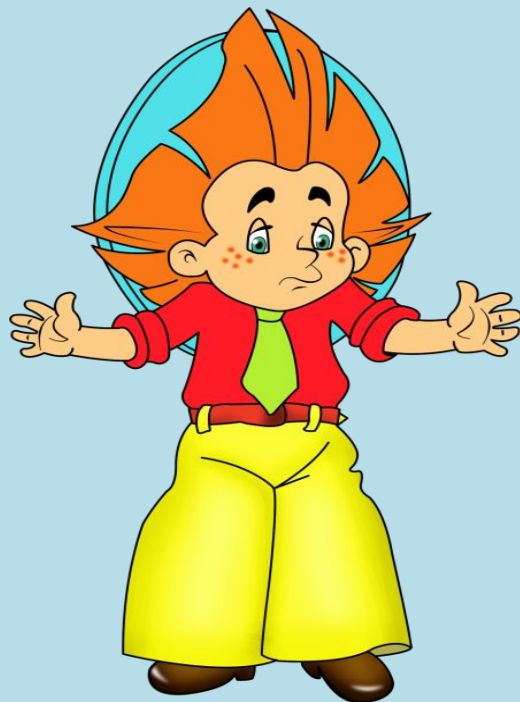
22

23

24

25

ИТОГ



Решить уравнение

$$\cos(2x - \pi/4) = -\sqrt{3}/2$$

Ответ: $x = \pi/8 \pm 5\pi/12 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

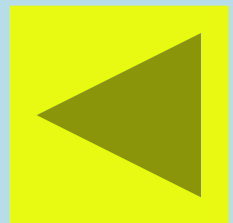
Решение:

$$2x - \pi/4 = \pm \arccos(-\sqrt{3}/2) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x - \pi/4 = \pm 5\pi/6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \pi/4 \pm 5\pi/6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi/8 \pm 5\pi/12 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Решить уравнение

$$\sin(\pi/10 - x/2) = \sqrt{2}/2$$

Ответ: $x = \pi/5 + (-1)^{n+1}\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Решение. $\sin(\pi/10 - x/2) = \sqrt{2}/2$

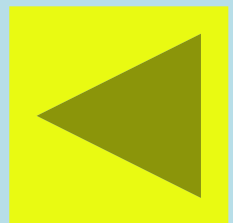
Т.к. синус нечетна, то $\sin(x/2 - \pi/10) = -\sqrt{2}/2$

$$x/2 - \pi/10 = (-1)^n \arcsin(-\sqrt{2}/2) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x/2 - \pi/10 = (-1)^n(-\pi/4) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x/2 = \pi/10 + (-1)^{n+1}(\pi/4) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi/5 + (-1)^{n+1}\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Решить уравнение

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\text{Ответ: } x = (-1)^n \pi / 6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi / 2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

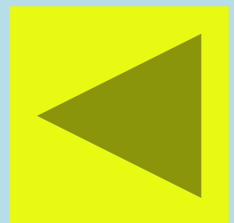
Решение. Пусть $\sin x = y$, тогда $2y^2 + y - 1 = 0$,

Т.к. $a + b + c = 0$, то $y_1 = -1$ и $y_2 = 1/2$.

Сделаем обратный переход:

$$1) \sin x = -1 \Rightarrow x = -\pi / 2 + 2\pi k$$

$$2) \sin x = 1/2 \Rightarrow x = (-1)^n \pi / 6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Решить уравнение

$$\cos 3x = 1/2$$

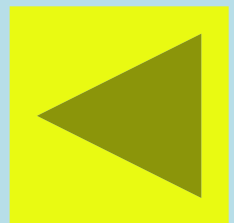
$$\text{Ответ: } x = \pm\pi/9 + 2/3\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Решение. $\cos 3x = 1/2$

$$3x = \pm \arccos 1/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \pm\pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm\pi/9 + 2/3\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

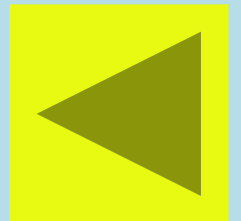


Решить уравнение

$$\sin x = \sqrt{5/2}$$

Ответ: нет решения

т.к. $\sqrt{5/2} > 1$



Решить уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = -1$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{3}{8}\pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Решение.

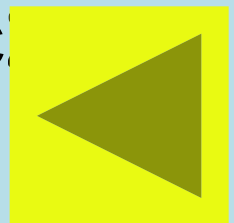
$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = -1$$

$$\frac{\pi}{4} - 2x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-2x = \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-2x = \left(\frac{3\pi}{4}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\left(\frac{3\pi}{8}\right) - \pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = -\frac{3}{8}\pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Решить уравнение

$$\operatorname{tg}(30^\circ - x) = \sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } x = -30^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$$

Решение.

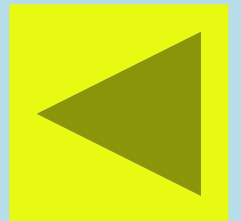
$$\operatorname{tg}(30^\circ - x) = \sqrt{3}$$

$$30^\circ - x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$$

$$30^\circ - x = 60^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-x = (60^\circ - 30^\circ) + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-x = 30^\circ + 180^\circ n; \quad x = -30^\circ - 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$$



Решить уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\sin x} = 0$$

Ответ: $x = \pi/2(2k+1), k \in \mathbb{Z}$

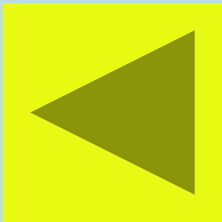
Решение. Дробь равна нулю лишь в том случае, если её числитель равен нулю.

$$\sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = \pi k \Rightarrow x = \pi/2 \cdot k, k \in \mathbb{Z}.$$

Но надо выбросить числа, кратные π , т.к. при них

$\sin x = 0$, а на нуль делить нельзя.

Они получаются при четных k . $\Rightarrow x = \pi/2(2k+1), k \in \mathbb{Z}$



Решить уравнение

$$2\sin^2x + 7\cos x - 5 = 0$$

Ответ: $x = \pm 60^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}$

Решение. $2\sin^2x + 7\cos x - 5 = 0$

$$2(1 - \cos^2x) + 7\cos x - 5 = 0$$

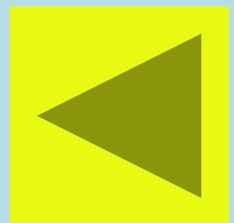
$$2 - 2\cos^2x + 7\cos x - 5 =$$

$2\cos^2x - 7\cos x + 3 = 0$. Пусть $\cos x = y$, тогда

$$2y^2 - 7y + 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 3 \text{ и } y_2 = 1/2.$$

Сделаем обратный переход: 1) $\cos x = 3$ - нет решения

2) $\cos x = 1/2 \Rightarrow x = \pm 60^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}$

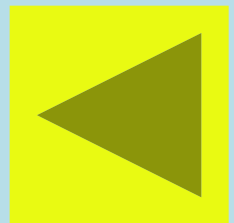


Решить уравнение

$$\cos 5x = \pi/2$$

Ответ: нет решения

т.к. $\pi/2 > 1$



Решить уравнение

$$\cos 4x = -1$$

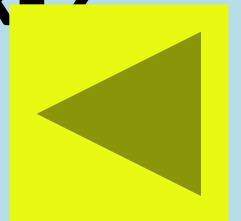
$$\text{Ответ: } x = \pi/4 + \pi/2 \cdot n, n \in \mathbb{Z}$$

Решение. $\cos 4x = -1$

Это частный случай, $\Rightarrow 4x = \pi + 2\pi k,$
 $k \in \mathbb{Z}$

$$x = \pi/4 + 2\pi/4 \cdot k$$

$$x = \pi/4 + \pi/2 \cdot k, k \in \mathbb{Z}$$



Решить уравнение

$$\sin 2x = 1/2$$

$$\text{Ответ: } (-1)^n \cdot \pi/12 + \pi/2 \cdot n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Решение.

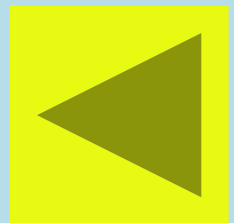
$$\sin 2x = 1/2$$

По общей формуле имеем:

$$2x = (-1)^n \cdot \arcsin 1/2 + \pi \cdot n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = (-1)^n \cdot \pi/6 + \pi \cdot n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^n \cdot \pi/12 + \pi/2 \cdot n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

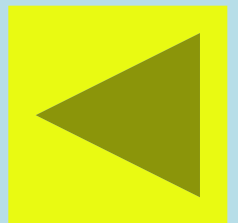


Решить уравнение

$$\cos \frac{2}{3} x = -\sqrt{2}/2$$

Ответ: $\pm 9\pi/8 + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Решение. Стр. 104

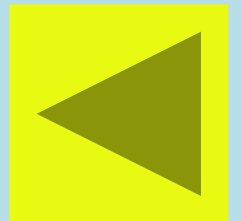


Решить уравнение

$$\operatorname{tg} (4x - \pi/6) = \sqrt{3}/3$$

Ответ: $\pi/12 + \pi/4 \cdot n, n \in \mathbb{Z}$

Решение. стр. 105

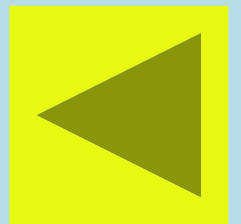


Решить уравнение

$$2\sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$$

Ответ: $(-1)^n \cdot \pi/6 + \pi \cdot n, n \in \mathbb{Z}$

Решение. Стр. 106



Решить уравнение

$$(\sin x - 1/3)(\cos x + 2/5) = 0$$

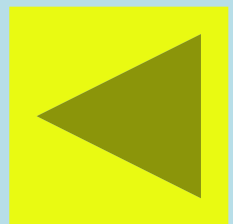
Ответ: $x = (-1)^n \cdot \arcsin 1/3 + \pi n$;

$x = \pm \arccos(-2/5) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Решение. $(\sin x - 1/3)(\cos x + 2/5) = 0$

значит $(\sin x - 1/3) = 0$ или $(\cos x + 2/5) = 0$

$\Rightarrow \sin x = 1/3$ или $\cos x = -2/5$



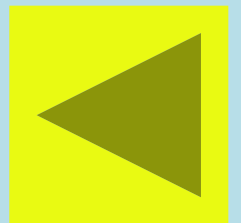
Решить уравнение

$$2\sin(x/2)\cos 5x - \cos 5x = 0$$

$$\text{Ответ: } x = \pi/10 + \pi/5 \cdot n;$$

$$x = (-1)^n \pi/3 + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Решение. Стр. 107



Решить уравнение

$$2\sin x - 3\cos x = 0$$

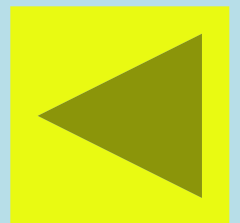
$$\text{Ответ: } x = \arctg(3/2) + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Решение. $2\sin x - 3\cos x = 0$

Поделим почленно на $\cos x \neq 0$ и получим:

$$2\operatorname{tg}x - 3 = 0 \Rightarrow \operatorname{tg}x = 3/2$$

$$x = \arctg(3/2) + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

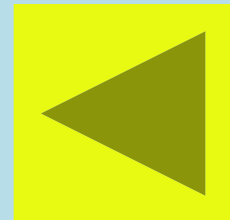


Решить уравнение

$$\cos(2\pi - 2x) = \cos(2x - \pi/2)$$

Ответ: $x = \pi/8 + \pi/2 \cdot n, n \in \mathbb{Z}$

Решение. Стр.109



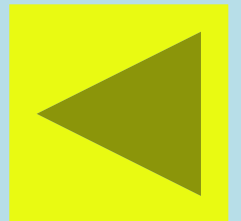
Решить уравнение

$$\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$$

Ответ: $x = \pi/4 + \pi n$;

$x = \arctg 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Решение. Стр. 110



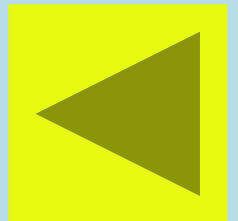
Решить уравнение

$$\sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$$

Ответ: $x = \pi/2 + \pi n$;

$x = -\pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Решение. Стр.111



Решить уравнение

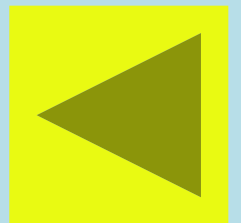
$$\sin 2x = 0$$

$$\text{Ответ: } x = \pi/2 \cdot n, n \in \mathbb{Z}$$

Решение. $\sin 2x = 0$

Это частный случай, $\Rightarrow 2x = \pi \cdot n, n \in \mathbb{Z}$

$$x = \pi/2 \cdot n, n \in \mathbb{Z}$$



Решить уравнение

$$2\cos(\pi/6 + x) = 1$$

Ответ: $x = -\pi/6 \pm \pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Или $x = \pi/6 + 2\pi n$ и $x = -\pi/2 + 2\pi n,$
 $n \in \mathbb{Z}$

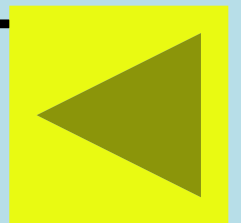
Т.к. $-\pi/6 + \pi/3 = \pi/6$ и $-\pi/6 - \pi/3 = -\pi/2$

Решение. $2\cos(\pi/6 + x) = 1$

$$\cos(\pi/6 + x) = 1/2 \Rightarrow$$

$$(\pi/6 + x) = \pm \arccos 1/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/6 \pm \arccos 1/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Ура! Ура! Ура!

Отдыхаем!!!

А кто выбрал этот номер

- 1 балл



Ура! Ура! Ура!

Отдыхаем!!!

**А кто выбрал этот
получает**

+2 балла





Подведем итоги!!!

Домашнее задание

Разобрать по учебнику решение
уравнений на стр. 104 - 107; 109 - 111

Используемые ресурсы

- Задачник и учебник А.Г.Мордковича «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс,- М., Мнемозина,2012
- А.Н. Колмогоров и др. «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс, - М., Просвещение, 2000
- Е.С. Кочетков «Алгебра и элементарные функции», - М., Просвещение

Используемые ресурсы



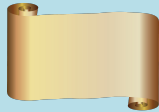
<http://realblancos.com/nw/44/53730769.jpg>



<http://allforchildren.ru/pictures/showimg/neznaika/neznaika06gif.htm>



http://www.kolomnochka.ru/local/images/kolomnalife/12345_jpg_1377513222.jpg



Автор и источник заимствования неизвестен



<http://s4.radikal.ru/i121/1211/17/7633d42a0249.jpg>