



Физический и геометрический смысл производной функции

Выполнено
ученицей 10 класса «А»
ГБОУ СОШ № 323
Викторией Петровой

Производная функции

Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю:



$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Дифференцирование

- * Нахождение производной называется дифференцированием. Вводится определение дифференцируемой функции: Функция f , имеющая производную в каждой точке некоторого промежутка, называется дифференцируемой на данном промежутке.



Физический смысл производной функции

- * Физический смысл производной $x'(t)$ от непрерывной функции $x(t)$ в точке $t(t_0)$ – есть мгновенная скорость изменения величины функции, при условии, что изменение аргумента Δt стремится к нулю.



Еще одно объяснение физического смысла производной функции

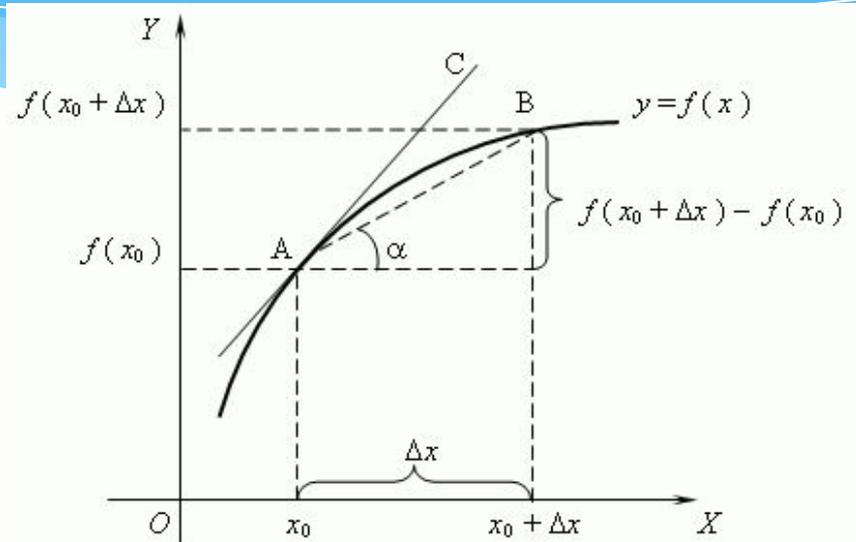
- * - Представьте, что вы летите в самолёте и у вас на руке часы. Когда Вы летите, Вы имеете скорость равную скорости самолёта.
- * - А какая скорость у Вас и у самолёта в каждый момент времени на Ваших часах?
- * – Скорость, как физическое понятие, это путь самолёта, пройденный за единицу времени (например, за час (км/час)), а у Вас, когда Вы взглянули на часы прошло только мгновение. Таким образом, мгновенная скорость (величина пути, пройденного за мгновение) и есть производная величина от функции, описывающей путь самолёта по времени. **Мгновенная скорость - это и есть физический смысл производной.**



Геометрический смысл производной функции



Рассмотрим график функции $y = f(x)$:



Из рис.1 видно, что для любых двух точек A и B графика функции:

$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \tan \alpha,$$

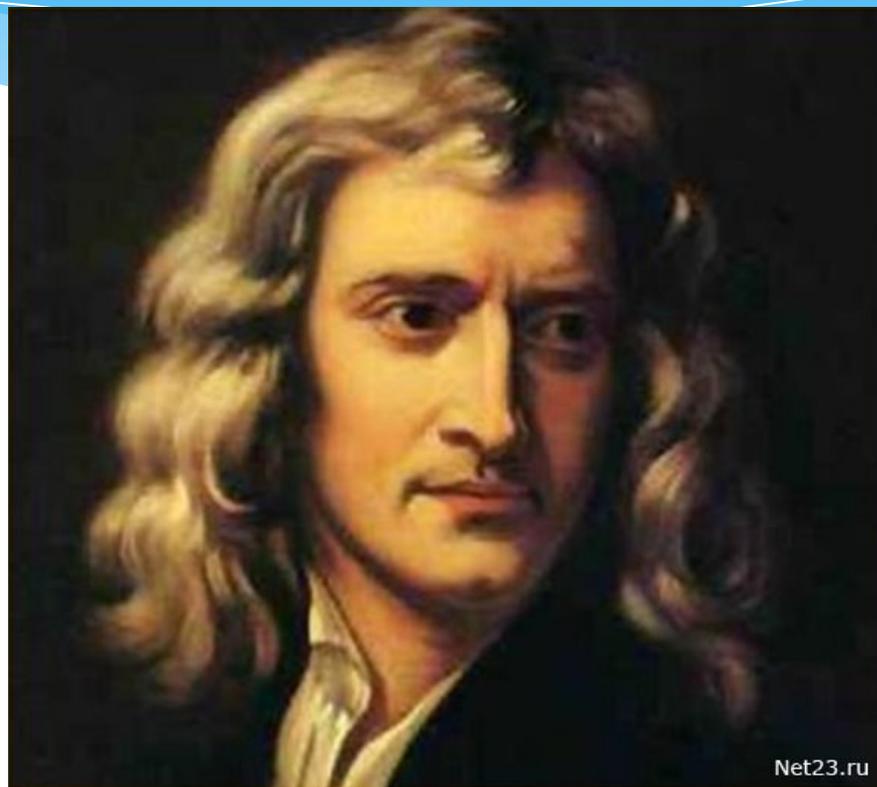
где α - угол наклона секущей AB.

Таким образом, разностное отношение равно угловому коэффициенту секущей. Если зафиксировать точку A и двигать по направлению к ней точку B, то неограниченно уменьшается и приближается к 0, а секущая AB приближается к касательной AC. Следовательно, предел разностного отношения равен угловому коэффициенту касательной в точке A. Отсюда следует: производная функции в точке есть угловой коэффициент касательной к графику этой функции в этой точке. В этом и состоит геометрический смысл производной.

Рис. 1

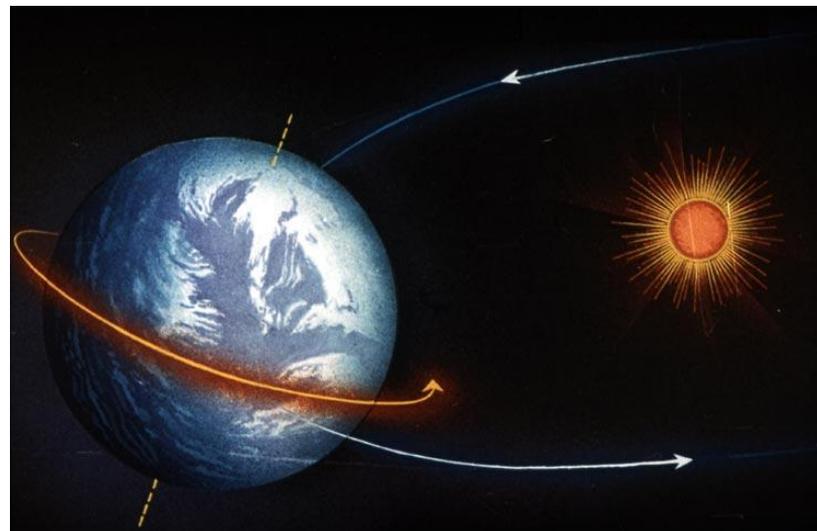
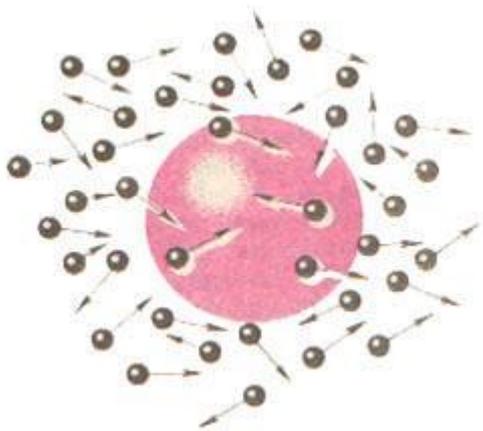
Первый важный факт:

- * Ньютон — создатель первой научной «механической картины мира», в которой «земные» и «небесные» движения объединились в единое механическое движение материальных тел. Он дал описание движения и создал математический аппарат — дифференциальное исчисление.



Второй важный факт

- Движение, в широком смысле этого слова, охватывает все происходящие во вселенной изменения и процессы, начиная от механического, теплового и т. д. и кончая движением мысли. Производная как скорость является характеристикой любого вида движения.



Третий важный факт

- Дифференцирование — уникальный математический метод, применяемый не только в математике, но и в других науках, изучающих процессы и явления окружающего мира.

Спасибо за внимание.

