

Формулы двойного аргумента

урок для 10 класса

**Автор: Пилипенко Галина Николаевна,
учитель математики,
ГООУ Лицей № 1589, г. Москва**



1. Изучение нового материала

1. Из формулы косинуса суммы двух аргументов, заменив β на α , получить формулу косинуса двойного аргумента.

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

Формула косинуса двойного аргумента





1. Изучение нового материала

2. Из формулы синуса суммы двух аргументов, заменив β на α , получить формулу синуса двойного аргумента.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

Формула синуса двойного аргумента





1. Изучение нового материала

3. Из формулы тангенса суммы двух аргументов, заменив β на α , получить формулу тангенса двойного аргумента.

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} \quad \operatorname{tg}(\alpha + \alpha) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$$

Формула тангенса двойного аргумента





2. Закрепление изученного материала

№ 462 (а, г)

Упростите выражение:

$$\frac{\sin 2t}{\cos t} - \sin t = \frac{2 \sin t \cos t}{\cos t} - \sin t = 2 \sin t - \sin t = \sin t$$

$$\frac{\cos 2t}{\cos t - \sin t} - \sin t = \frac{\cos^2 t - \sin^2 t}{\cos t - \sin t} - \sin t =$$
$$\frac{(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t)}{\cos t - \sin t} - \sin t = \cos t + \sin t - \sin t = \cos t$$



2. Закрепление изученного материала

№ 463 (а, г)

Упростите выражение:

$$\frac{\sin 40^{\circ}}{\sin 20^{\circ}} = \frac{\sin 2 \cdot 20^{\circ}}{\sin 20^{\circ}} = \frac{2 \sin 20^{\circ} \cos 20^{\circ}}{\sin 20^{\circ}} = 2 \cos 20^{\circ}$$

$$\frac{\cos 36^{\circ} + \sin^2 18^{\circ}}{\cos 18^{\circ}} = \frac{\cos 2 \cdot 18^{\circ} - \sin^2 18^{\circ}}{\cos 18^{\circ}} =$$

$$\frac{\cos^2 18^{\circ} - \sin^2 18^{\circ} - \sin^2 18^{\circ}}{\cos 18^{\circ}} = \frac{\cos^2 18^{\circ}}{\cos 18^{\circ}} = \cos 18^{\circ}$$



3. Решить на доске и в тетрадях

Вычислите:

№ 464(а)

$$2 \sin 15^{\circ} \cos 15^{\circ}$$

Ответ: 0,5

№ 464(г)

$$\left(\cos 15^{\circ} + \sin 15^{\circ} \right)^2$$

Ответ: 1.5

№ 465(а)

$$2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

№465(г)

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^2$$

Ответ: -1



3. Решить на доске и в тетрадях

Вычислите:

№ 466(а)

$$\frac{2\operatorname{tg}15^{\circ}}{1-\operatorname{tg}^215^{\circ}}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

№ 466(г)

$$\frac{2\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}}{\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6}-1}$$

Ответ: $-\sqrt{3}$

№ 470

$$\sin t = \frac{5}{13},$$

$$\frac{\pi}{2} < t < \pi$$

Ответ:

$$\sin 2t = -\frac{120}{169},$$

$$\cos 2t = \frac{119}{169},$$

$$\operatorname{tg} 2t = -\frac{120}{119},$$

$$\operatorname{ctg} 2t = -\frac{119}{120}.$$



3. Решить на доске и в тетрадях

№ 479(а). Решить уравнение:

$$\sin 2x - 2 \cos x = 0$$

$$2 \sin x \cos x - 2 \cos x = 0$$

$$2 \cos x (\sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z.$



Домашнее задание

п. 24; решить: № 462 (б, в), 463 (б, в), 464 (б, в), 465 (б, в), 466 (б, в), 471, 479 (б, в).

Используемая литература:

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: - М.: Мнемозина, 2006.
2. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: В двух частях. Ч.2: Задачник для общеобразоват. учреждений/А.Г. Мордкович и др. – М.: Мнемозина, 2006.
3. Обухова Л.А., Занина О.В., Данкова И.Н. Поурочные разработки по алгебре и началам анализа: 10 класс. – М.: ВАКО, 2008.