



# Функции и их свойства, функциональные уравнения

## Функции $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные

	Функции $f(x)$		Функции $q(x)$
1	$f(x) = kx + b$	а	$q(x) = x^3 : k$
2	$f(x) = \sqrt[3]{kx}$	б	$q(x) = \frac{\sqrt[5]{x}}{k} - \frac{b}{k}$
3	$f(x) = \frac{k}{x + d}$	в	$q(x) = \frac{x}{k} - \frac{b}{k}$
4	$f(x) = (kx + b)^5$	г	$q(x) = \frac{k - dx}{x}$

1. Найдите правильное соответствие.
2. Укажите нечетные функции.
3. Укажите функции, у которых графиком является гипербола.
4. Решите уравнение  $f(f(x)) = 30$  **(устно)**, если  $f(x) = 2x + 5$

# ОТВЕТЫ:

1)

1	2	3
в	а	г

2) а); 2).

3) 3); г).

4) 3,75

# ПОИСКОВО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ

1. Решить  
уравнение

$$0,5f(q(x)) + 0,5q(f(x)) = q(q(x))$$

если  
функции

$f(x)$  и  $q(x)$  взаимно  
обратные,

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+2}x + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+2} - 1,$$

найти решение более общей задачи.

2. Решить  
уравнение

$$f(x) \cdot f(q(x)) = -f(f(x)) \cdot q(f(x))$$

если функции  $f(x)$  и  $q(x)$  **взаимно  
обратные**

$$f(x) = \sqrt[3]{x + 2},$$

найти решение более общей  
задачи.

3. При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения

$$x(f(q(x)))^2 - ax \cdot q(f(x)) = (-3a + 9) \cdot f(q(x)),$$

образуют арифметическую прогрессию, если  $f(x)$  и  $q(x)$  взаимно обратные функции,

$$f(x) = \sqrt[5]{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}+2}x + \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{2}+1}} \quad ?$$

Найти решение более общей задачи.

4. Решить уравнение  $f(f(f(x))) = 0$ , если

$f(x)$  - квадратичная  
функция

а)  $f(x) = x^2 + 10x + 20$

б)  $f(x) = x^2 + 14x + 42$

в)  $f(x) = x^2 + 40x + 380$

Найти решение более общей задачи.

5. При каких значениях параметра графики функций совпадают для всех взаимно обратные функции

$$f(x) \quad \text{и} \quad q(x)$$

$k$

$x'$  если  $f(x)$  и  $q(x)$

$$f(x) = kx + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2} \quad ?$$

Найти решение более общей задачи.

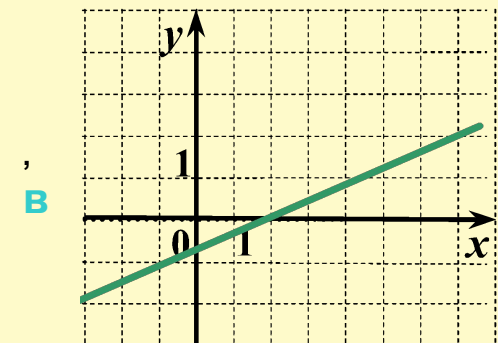
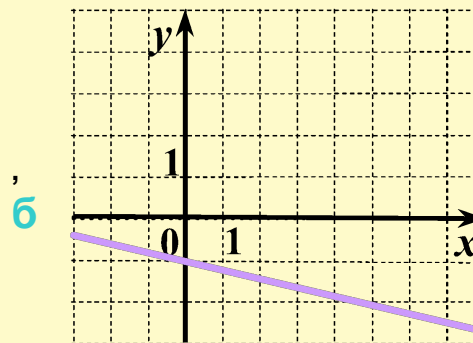
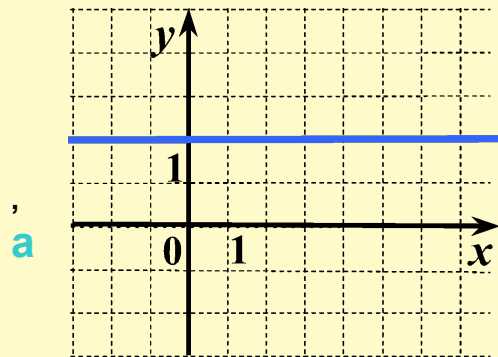


# Примерные вопросы учителя для I группы

1. Что вы можете сказать о функции

$$g(x) = q(q(x)) = \frac{1}{k^2}x + \frac{1}{k^2} - 1 \quad ?$$

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции  $g(x) = q(q(x)) = \frac{1}{k^2}x + \frac{1}{k^2} - 1$ , аргументируйте свой ответ.



3. Можно ли определить количество корней уравнения

$$0,5f(q(x)) + 0,5q(f(x)) = q(q(q(x))), \text{ если функции } f(x) \text{ и } q(x)$$

взаимно обратны, используя результаты вашего исследования?  
 $f(x) = kx + k - n, (n \in N),$

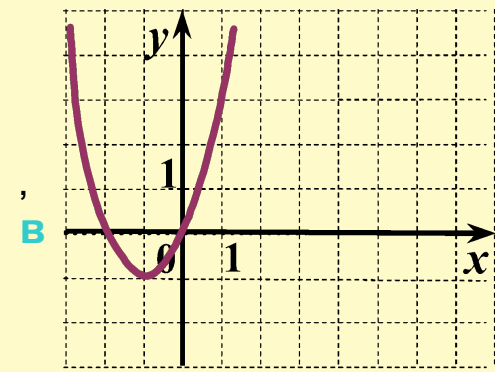
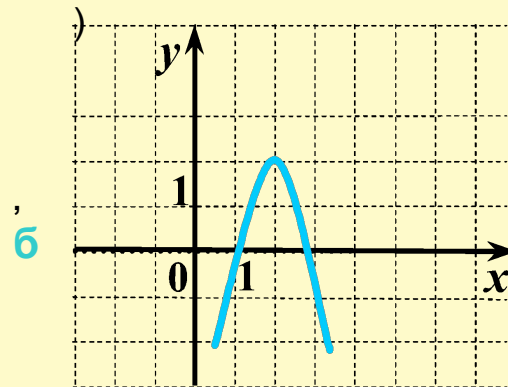
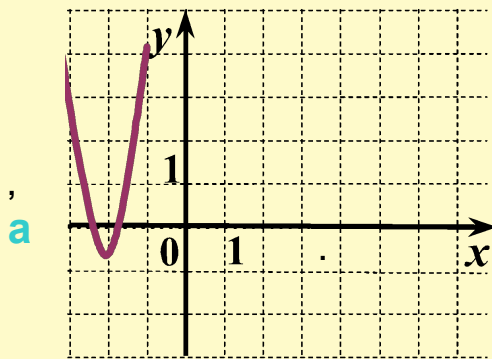
# Примерные вопросы учителя для II группы

1. Что вы можете сказать о функции  $f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m, m \in N$  ?

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции

$$f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m, m \in N,$$

аргументируйте свой ответ, и определите значение  $m, m \in N$



3. Можно ли определить количество корней уравнения

если функция  $f(x)$  - квадратичная функция вида  $f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m$  используя результаты вашего исследования?

$$f(f(f(f(x)))) = 0$$

$$f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m$$

# Примерные вопросы учителя для III группы

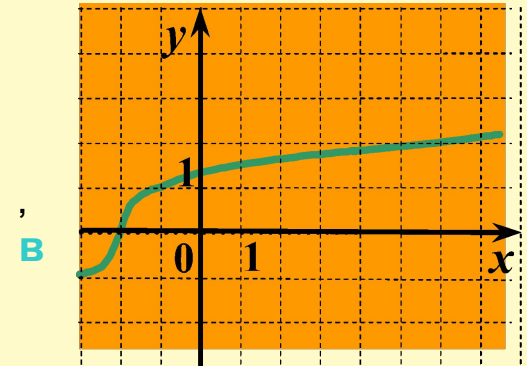
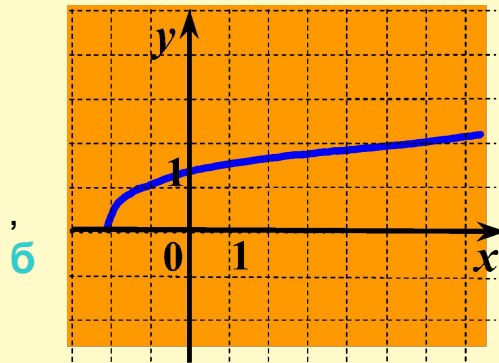
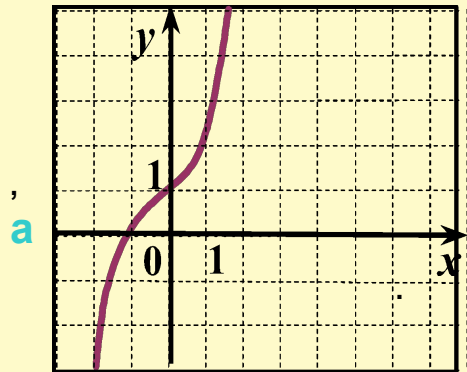
1. Что вы можете сказать о функции

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2} \quad ?$$

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции  
аргументируйте свой ответ и определите значение

$$f(x) = \sqrt[3]{x+b}$$

b.



3. Можно ли определить количество корней уравнения

$$f(f(f(x))) \cdot f(q(x)) = -f(f(f(f(x)))) \cdot q(f(x))$$

если функции

$$f(x) \text{ и}$$

$q(x)$  взаимно обратные

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2} \text{ ,}$$

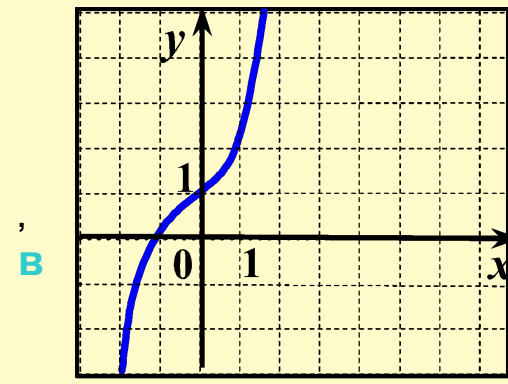
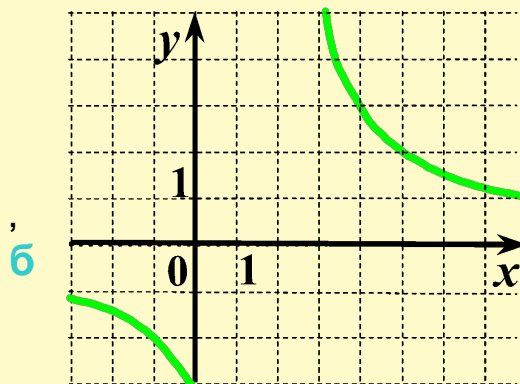
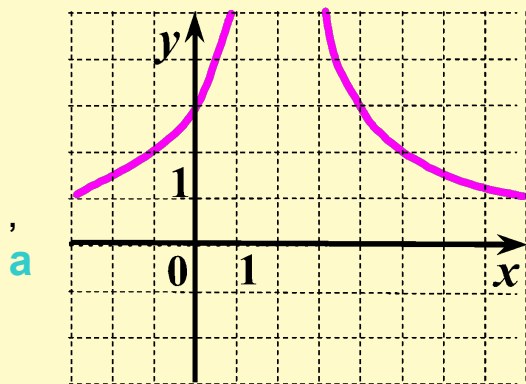
используя результаты вашего исследования?

# Примерные вопросы учителя для IV группы

1. Что вы можете сказать о функции  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  ?

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции  
аргументируйте свой  
ответ

$$f(x) = \frac{6}{x-2}$$



3. При какой зависимости параметров графики функций  $f(x)$  и  $q(x)$

совпадают для всех допустимых  $x$ , если  $f(x)$  и  $q(x)$

взаимно обратные функции и  $q(x) = \frac{ax + b}{2x - 8}$  ?