Функции $y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики

Понятие корня n-й степени из действительного числа

- **Определение**. **Корнем n-й степени из неотрицательного числа а (n= 2,3,4,5…) называют такое неотрицательное число, при возведении в n-ю степень которого получается число а.**

Если а≥ 0, n = 2,3,4,5,... , то: 1$\sqrt[n]{a}$ ≥ 0; 2) $\sqrt[n]{a}$)^{n} = а

Работаем устно!

- Вычислить: $\sqrt[3]{0,125}$

$\sqrt[3]{-64}$ $\sqrt[5]{32}$ $\sqrt[9]{0}$ $\sqrt[7]{1}$ $\sqrt[4]{-16}$

$\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$ $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$

$3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27}$

- Верно ли равенство:

$-\sqrt[3]{-8} = -2$

$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$

- Решить уравнение.

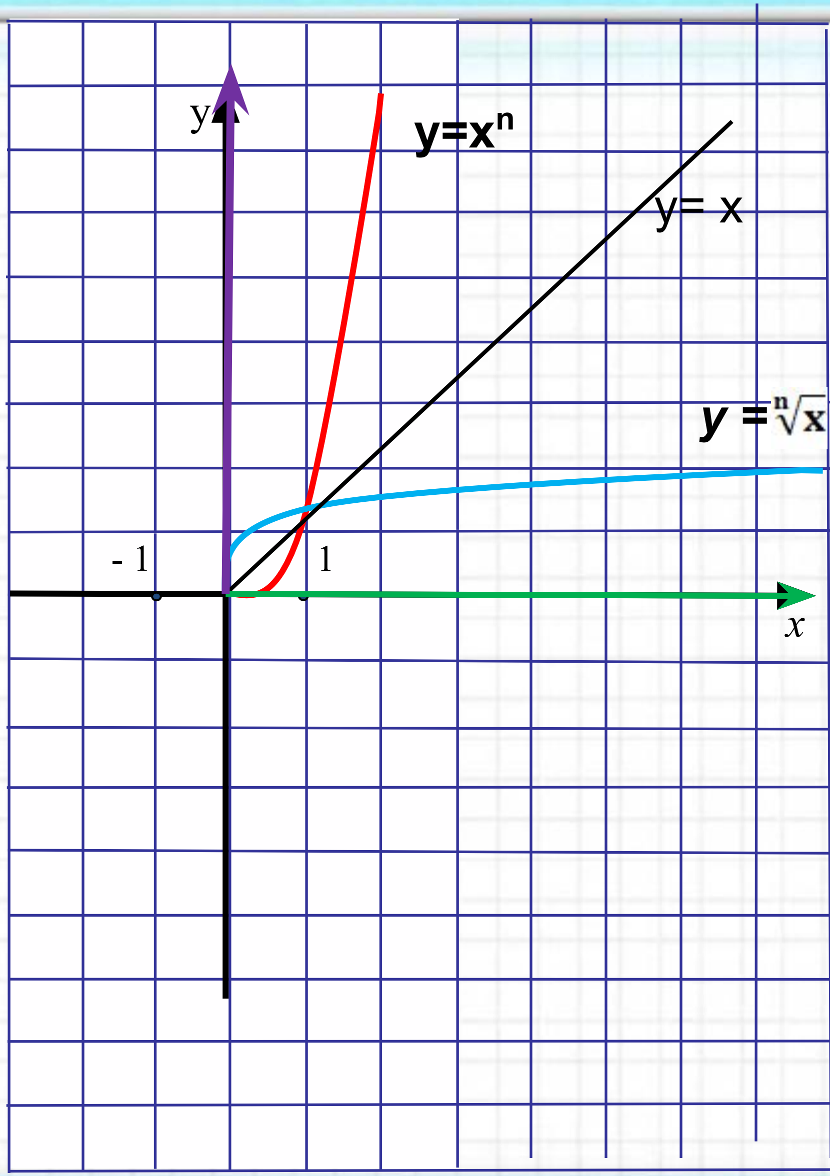
$X^4 = 16$

$У^4 - 17 = 0$

- Расположите числа в порядке возрастания:

$2, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{17}$

Функция $y = x^n, x \in [0;+\infty), n \in N, n \geq 2$



Функция $y = x^n$ монотонна и непрерывна на луче $[0;+\infty)$

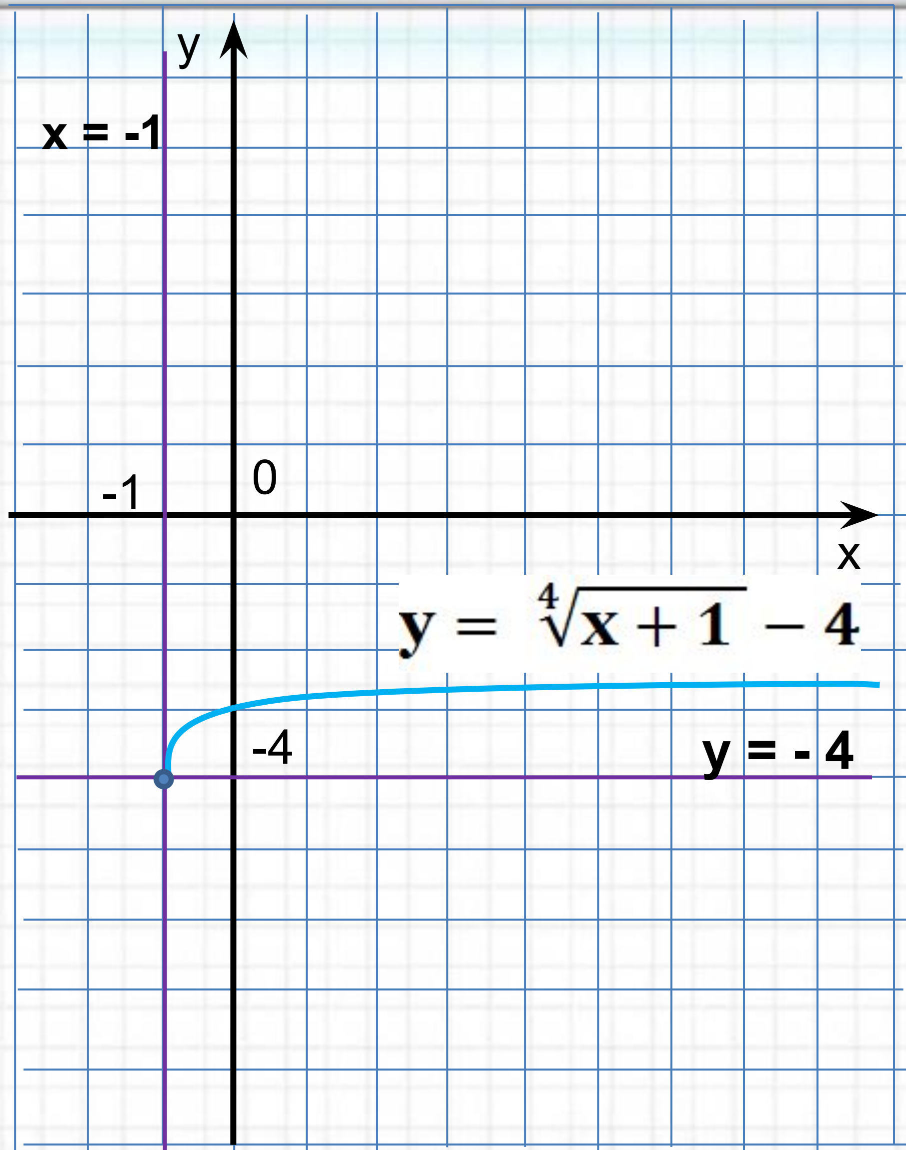
Область её значений – луч $[0;+\infty)$

Функция $y = \sqrt[n]{x}$ - функция, обратная степенной функции $y=x^n$, $x \in [0;+\infty)$

Свойства функции $y = \sqrt[n]{x}$, $x \geq 0$

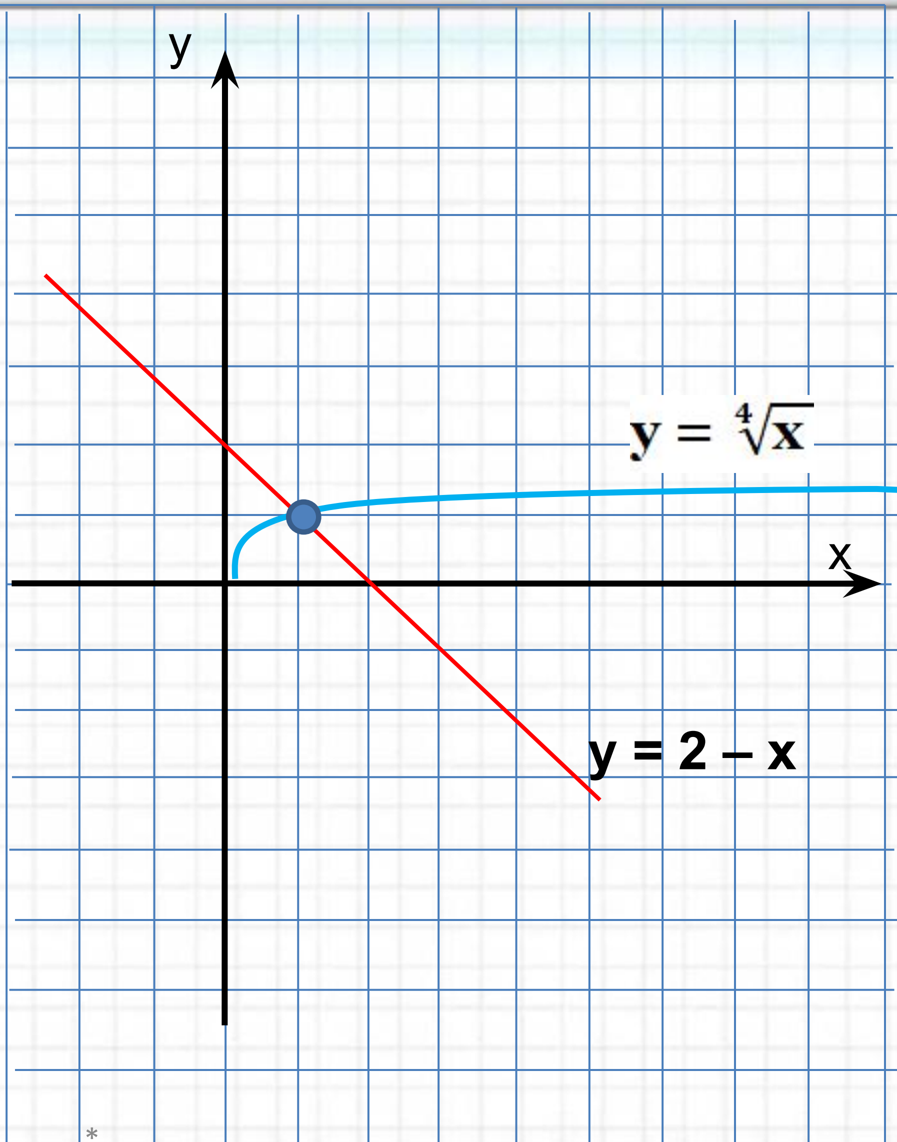
1) $D(f) = [0;+\infty)$
2) **Функция не является ни четной, ни нечетной;**
3) **Возрастает на $[0;+\infty)$;**
4) **Не ограничена сверху, ограничена снизу;**
5) **не имеет наибольшего значения, а $y_{наим} = 0$;**
6) **Непрерывна;**
7) $E(f) = [0;+\infty)$;
8) **Функция выпукла вверх на луче $[0;+\infty)$;**
9) **Функция дифференцируема в любой точке $x > 0$.**

Построить график функц $y = \sqrt[4]{x+1} - 4$



1. Перейдем к вспомогательной системе координат с началом в точке (-1; -4) – проведем пунктирные прямые x = -1 и
   y = -4
2. «Привяжем» функцию $y = \sqrt[4]{x}$ к новой системе координат

Решить уравнение: $\sqrt[4]{x} = 2 - x$



1 способ (графический)

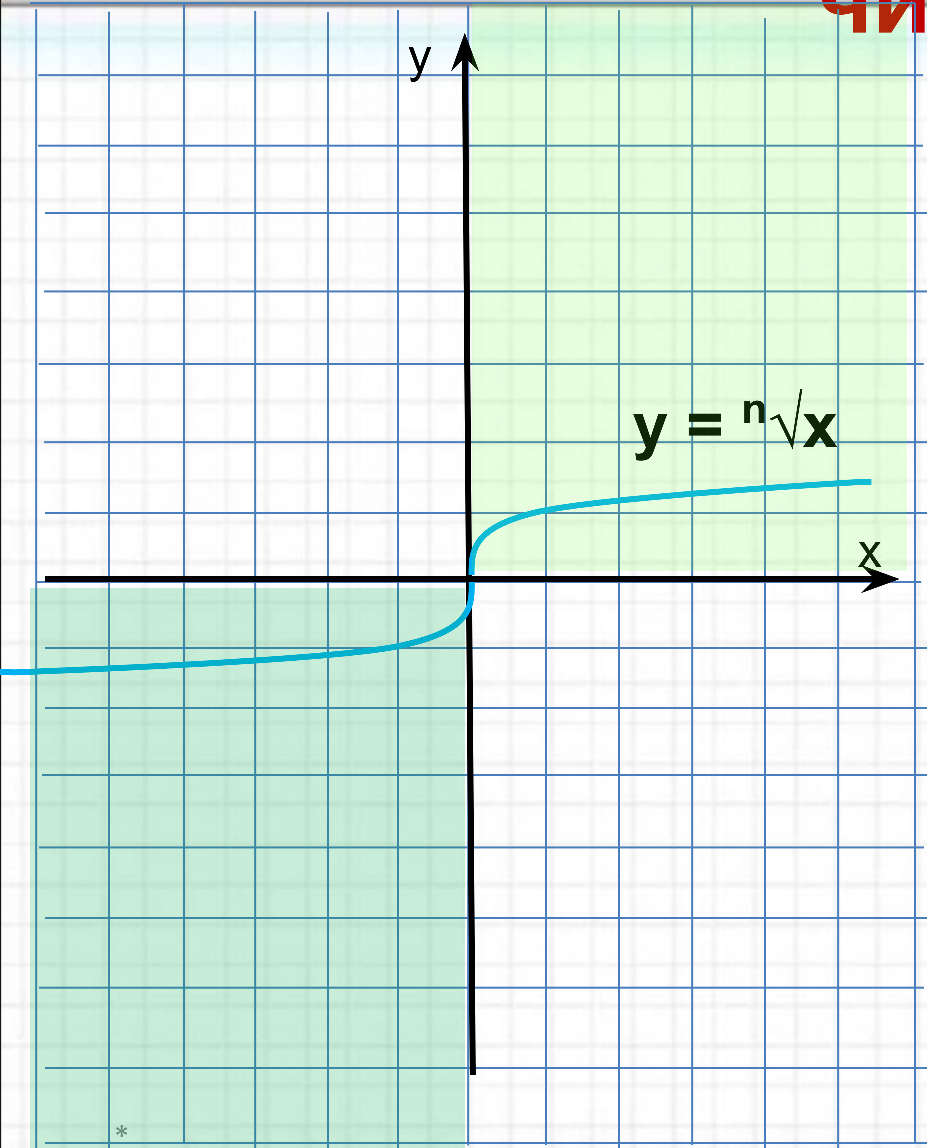
1. Введем в рассмотрение две функции: $y = \sqrt[4]{x}$ и
   y = 2 – x (2).
1. Построим график функции (1).
2. Построим график функции (2).
3. Находим координаты точки пересечения
4. Проверкой убеждаемся, что x = 1 – корень уравнения

Вспомните теорему о корне!

Если функция y = f(x) возрастает, а функция y = g(x) убывает и если уравнение f(x) = g(x) имеет корень, то только один

2 способ (учебник, с.37)

Функция y = $\sqrt[n]{x}$, где n- нечетное число



X∈ (-∞;+∞)

$$f(-x) = \sqrt[n]{-x} = -\sqrt[n]{x} = -f(x)$$

1) D(f) = (-∞;+∞)
2) Функция является нечетной;
3) Возрастает на (-∞;+∞);
4) Не ограничена сверху и снизу;
5) не имеет наибольшего и наименьшего значения;
6) Непрерывна;
7) E(f) = (-∞;+∞);
8) Функция выпукла вверх на луче [0;+∞) и выпукла вниз на луче (-∞;0]
9) Функция дифференцируема в любой точке $x \neq 0$.