

ФУНДАЦИЯ

Функция $y=f(x)$ –

зависимость по которой каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение другой зависимой переменной.

Переменная, значение которой выбирается произвольно, называется **независимой переменной**, а переменная, которая определяется по некоторому правилу, называют **зависимой переменной**

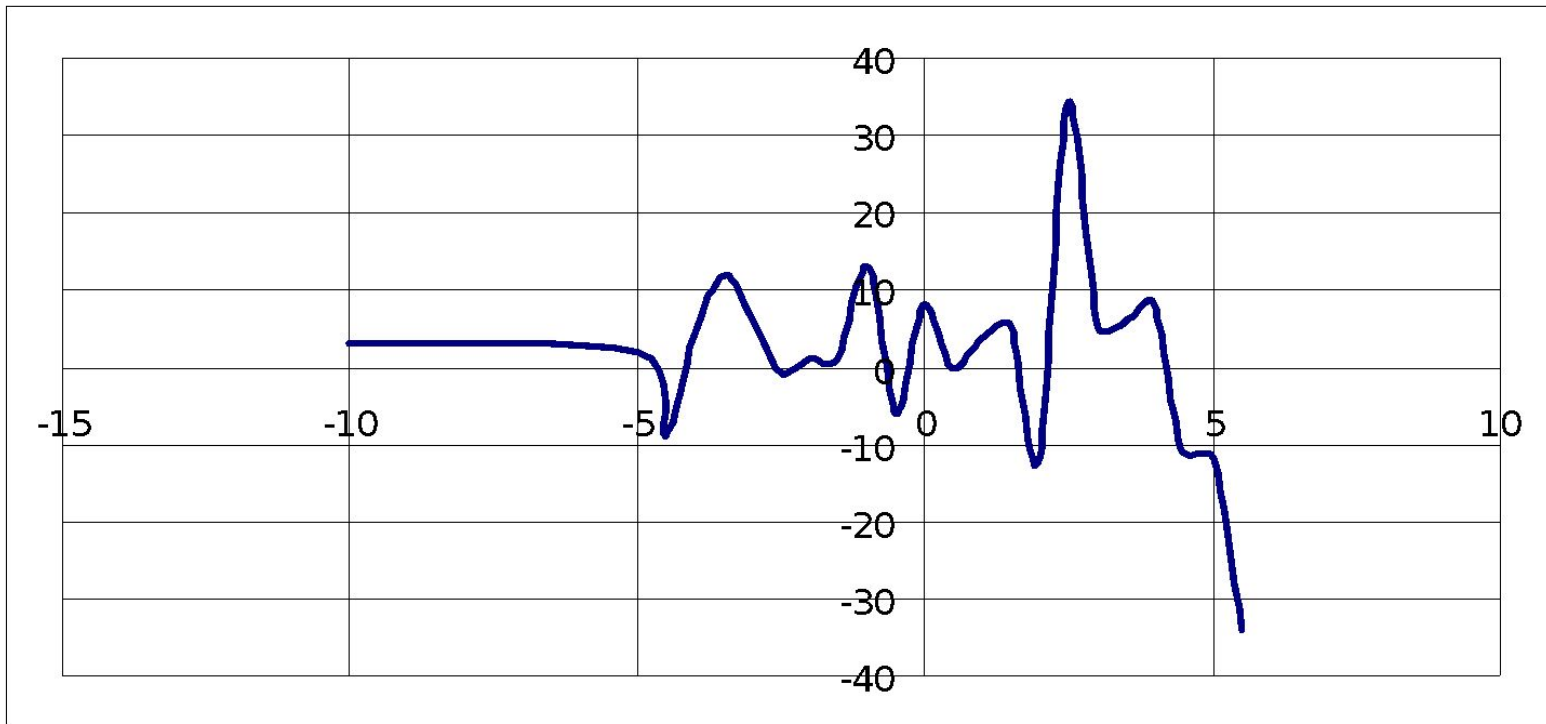
Независимая переменная – **аргумент.**

Зависимая переменная – **функция или значение аргумента.**

| | независимая переменная | зависимая переменная |
|----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| $y=f(x)$ | x | y |
| $g=f(t)$ | t | g |

График функции

- множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.



Способы задания функции

- с помощью формулы

- 1) Длина прямоугольника x см, а ширина на 5 см меньше, выразите периметр y . Получим:

$$y=2x+2(x-5)$$

$$y=4x-10$$

- 2) Длина прямоугольника x см, а ширина на 6 см больше, выразите периметр y . Получим:

$$y=2x+2(x+6)$$

$$y=4x+12$$

Способы задания функции

- табличный

Отец старше сына на 20 лет, заполните таблицу. Запишите зависимость возраста отца от возраста сына.

y – возраст отца, x – возраст сына $y=20+x$

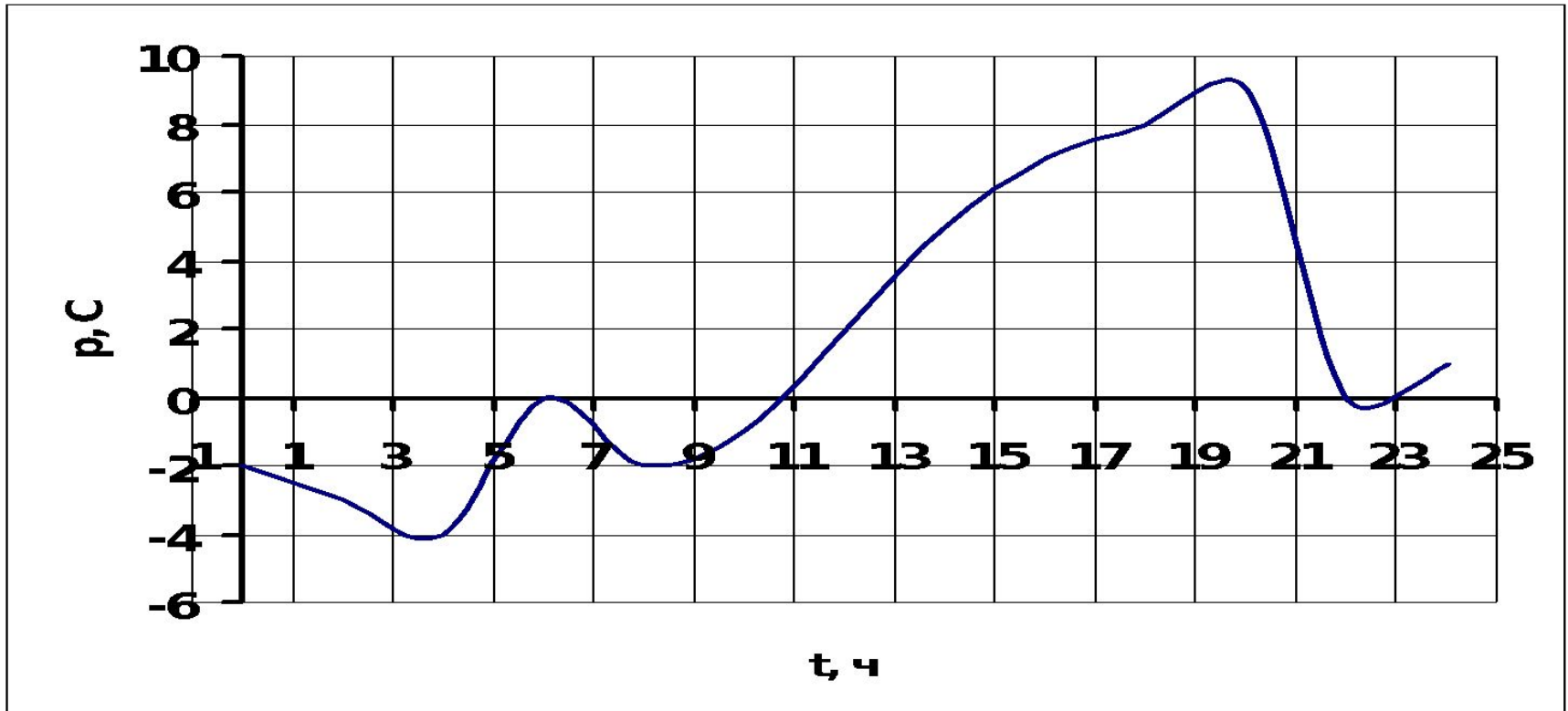
y – возраст сына, x – возраст отца $y=x-20$

| | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|----|----|
| отец | 35 | 45 | 75 | 31 | 60 | 38 | 57 |
| сын | 15 | 25 | 55 | 11 | 40 | 18 | 37 |

Способы задания функции

- графический

На рисунке изображён график функции изменения температуры воздуха в течении суток



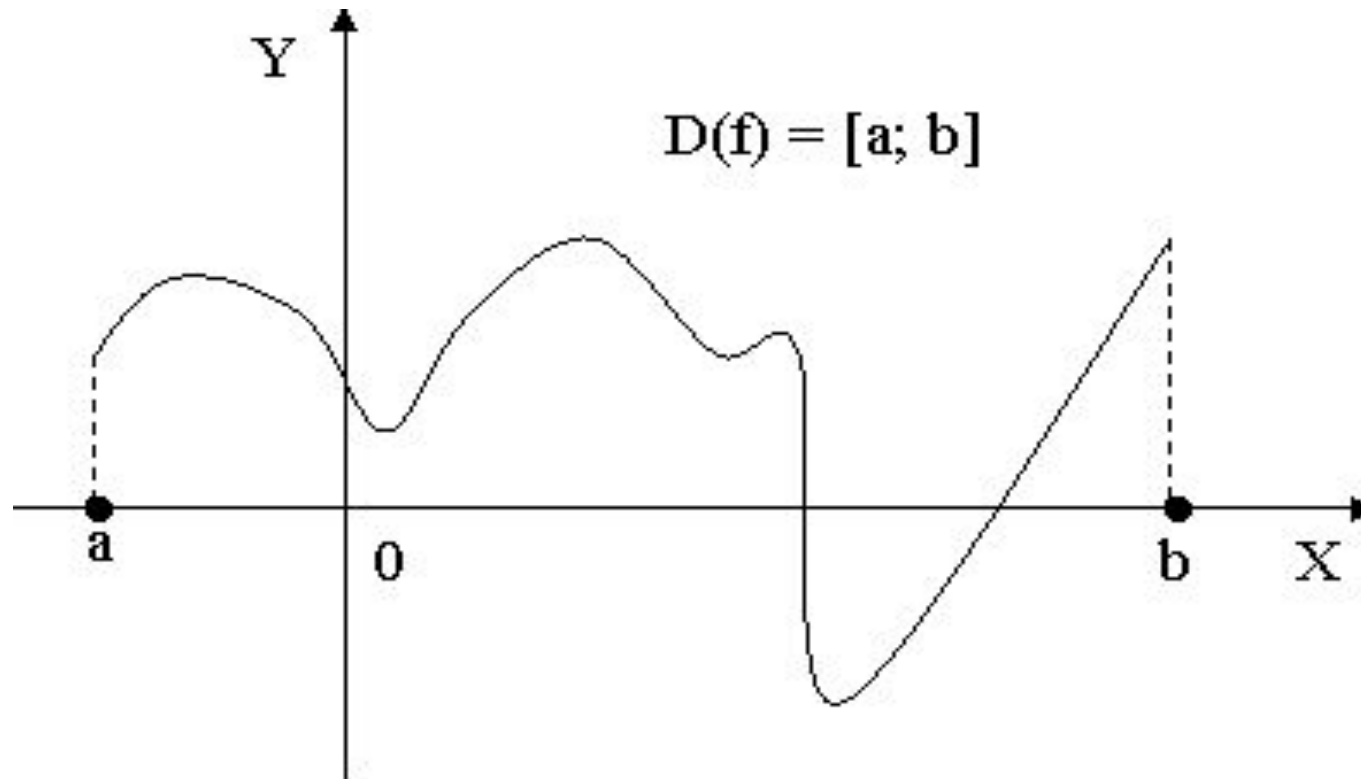
С помощью этого графика можно определить для каждого момента времени t (в часах), свою температуру.

Основные определения и свойства функций

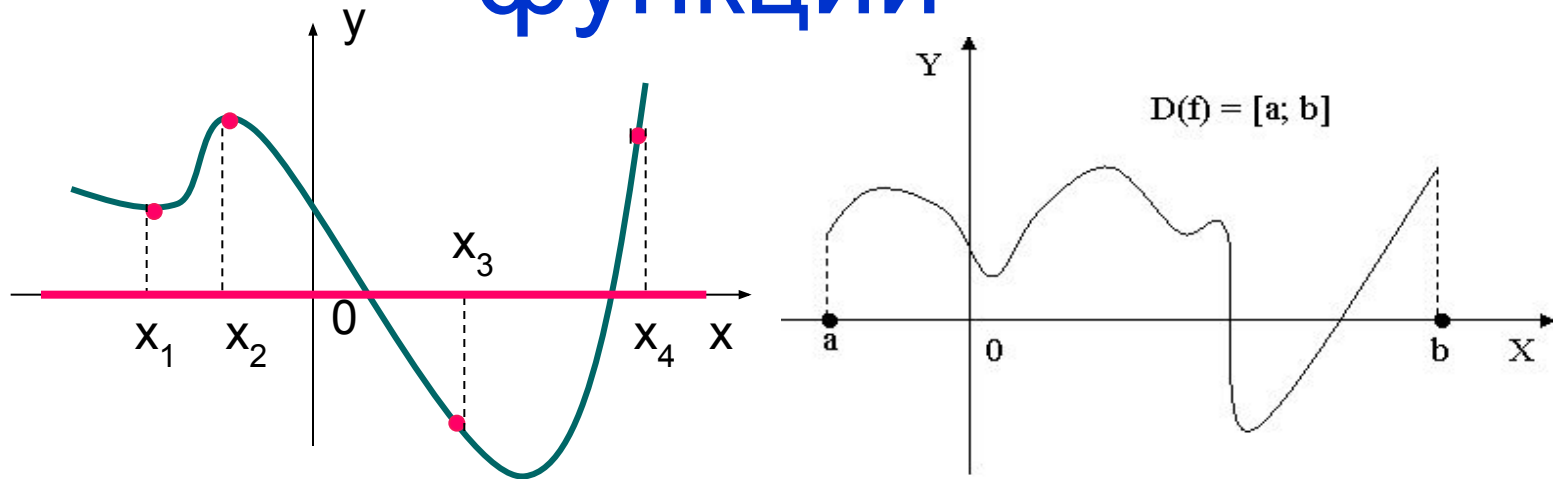
Область определения функции –

это те значения, которые может принимать независимая переменная.

Обозначение: $D(f)$.

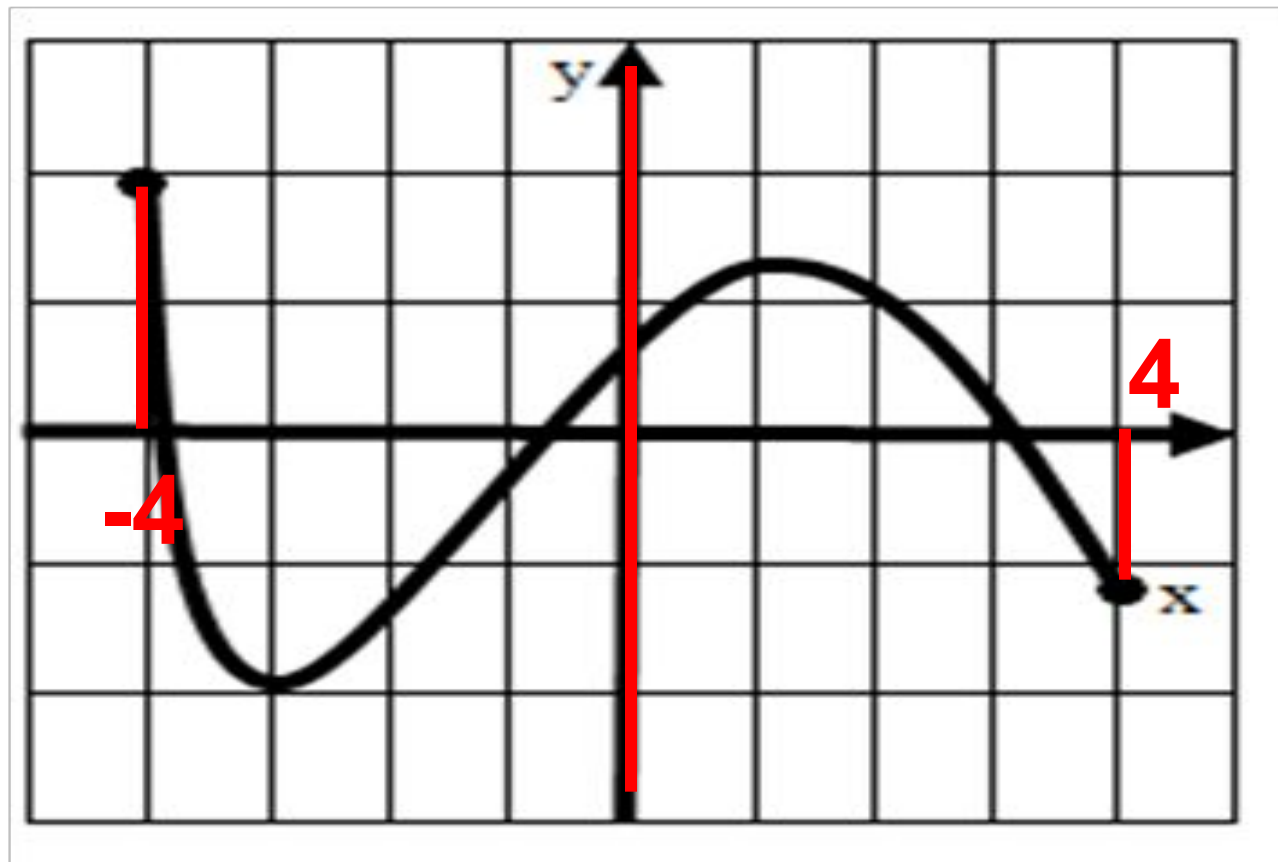


Область определения функции



Областью определения функции называется множество всех значений независимой переменной x .
Обозначение: $D(f)$.

Найдите область определения функции

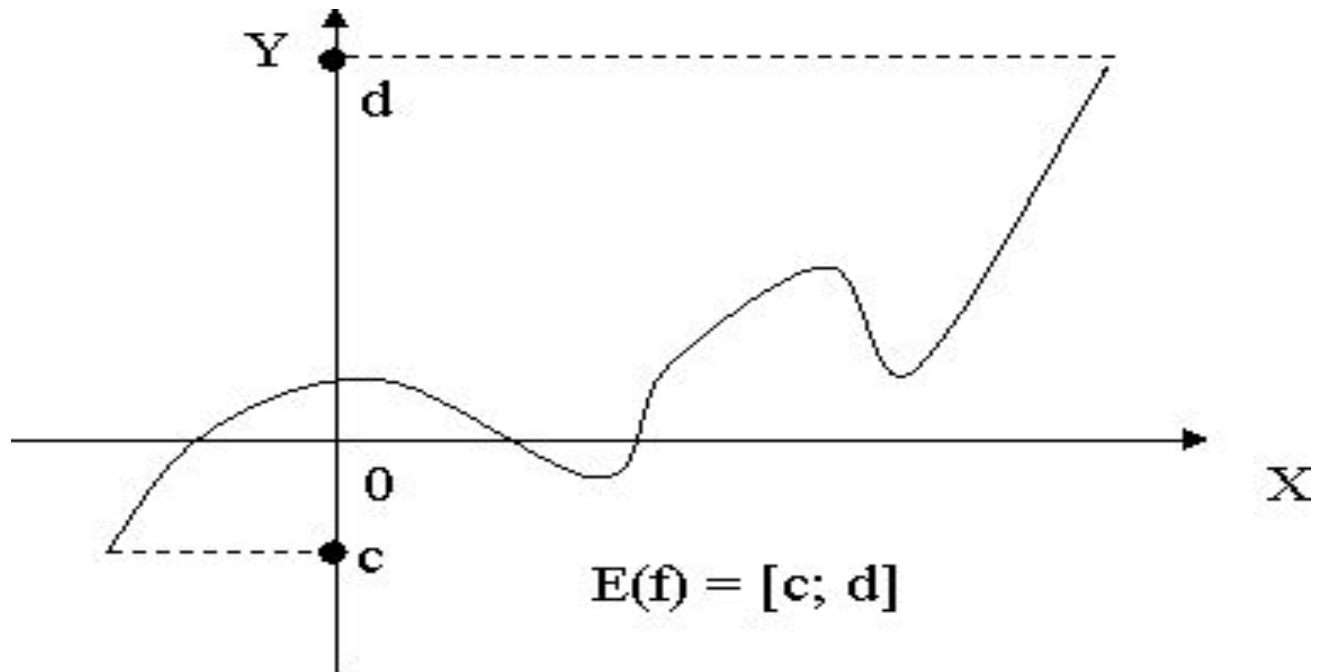


$$D(f) \ x \in [-4; 4]$$

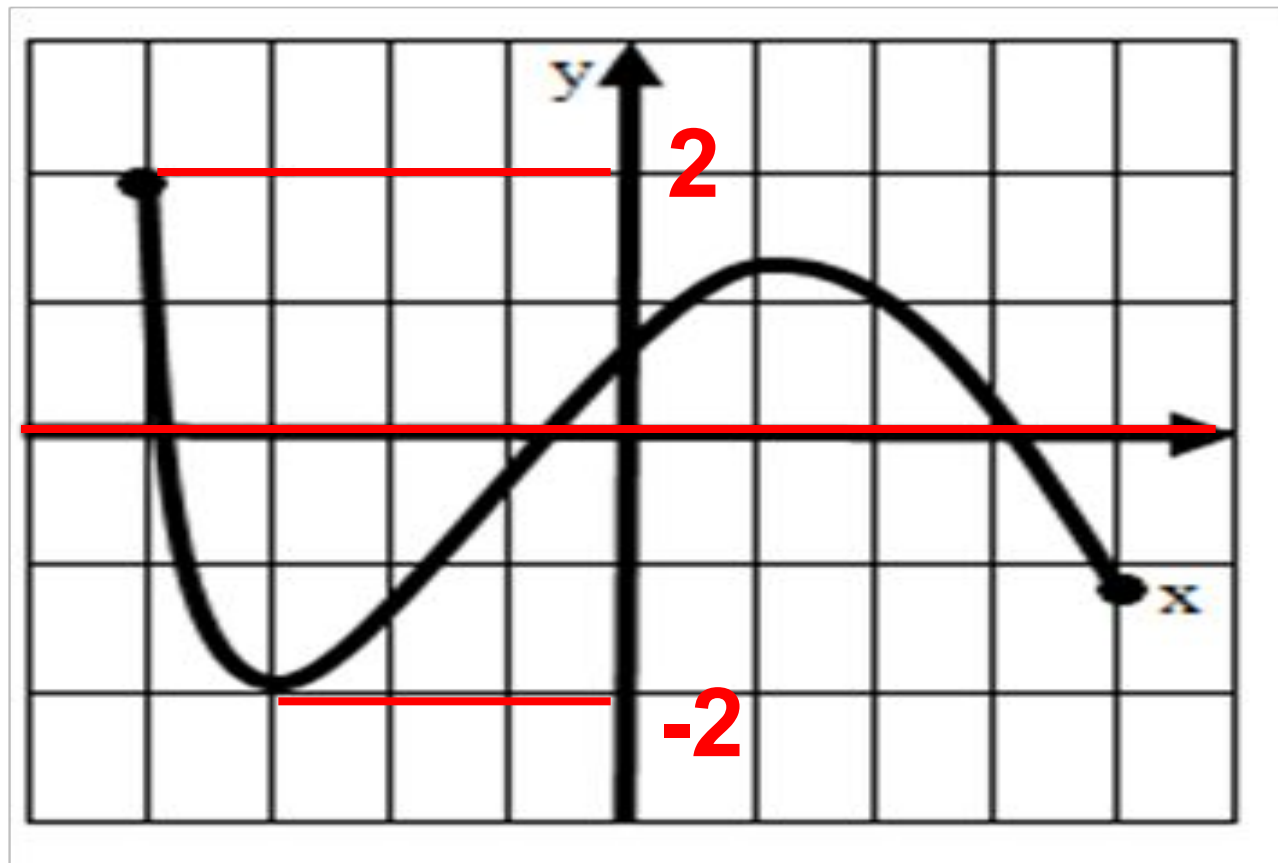
Область значения функции

– это те значения, которые может принимать зависимая переменная.

Обозначение: $E(f)$.



Найдите область значения функции



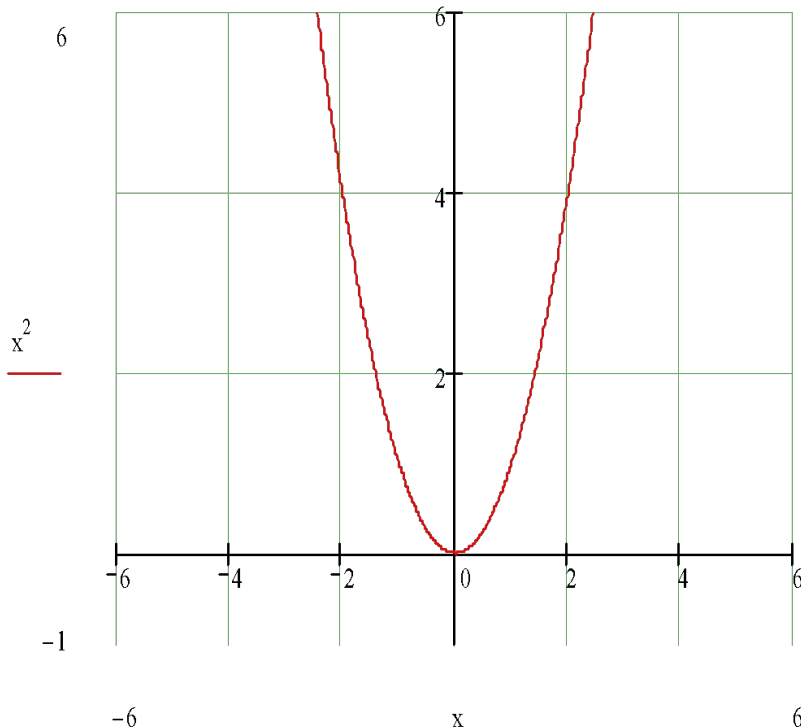
$$E(f) \ x \in [-2; 2]$$

Функция $y=f(x)$ называется **чётной** функцией, если выполняются два условия:

1) область определения функции – симметричное множество относительно числа 0.

(Симметричным множеством чисел называется множество, где с каждым числом x , присутствует и число $-x$.)

2) выполняется равенство $f(-x) = f(x)$



-2 и 2 принадлежат $D(f)$

$$f(-2)=4$$

$$f(2)=4$$

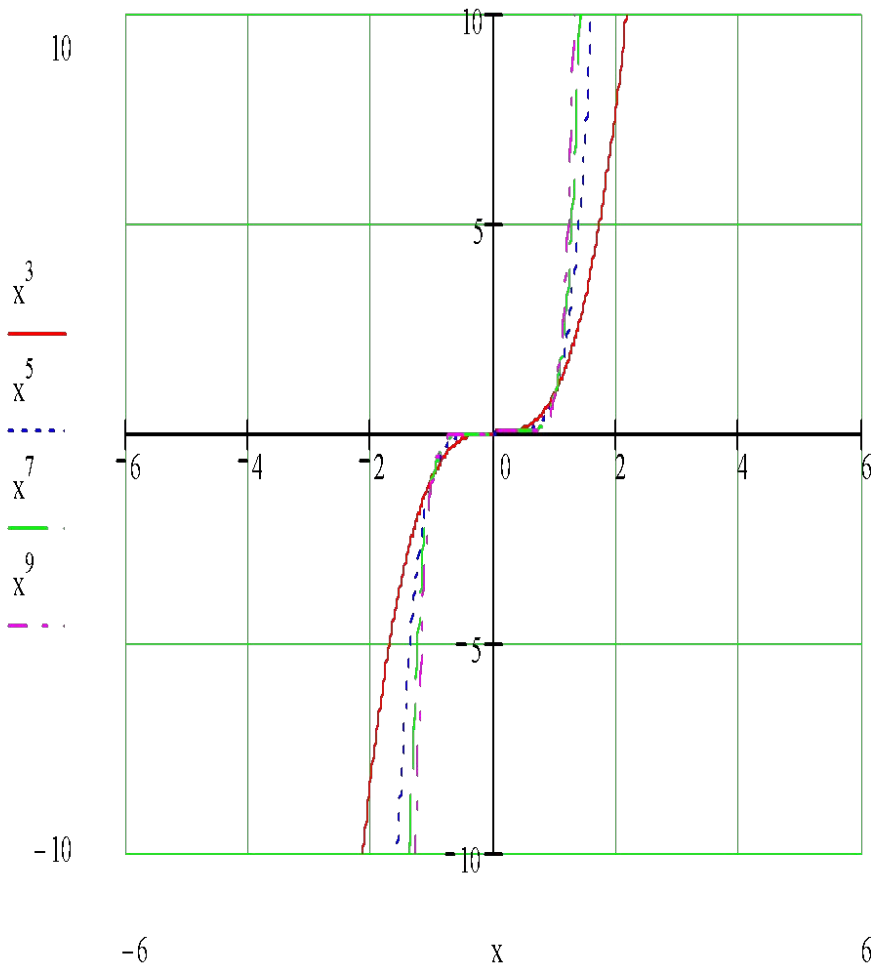
$$f(-x) = f(x)$$

График чётной функции расположен симметрично относительно оси ординат.

Функция $y=f(x)$ называется **нечётной** функцией, если выполняются два условия:

1) область определения функции – симметричное множество относительно числа 0.

2) выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$




$$y=x^3$$

$$D(f) (-\infty;0] \cup [0;+ \infty)$$

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$$

График нечётной функции расположен симметрично относительно начала координат.

Выполните устно

1. Функция $f(x)$ – четная,
 $f(3) = 25$, тогда $f(-3) =$ 

$f(-8) = 71$, тогда $f(8) =$ 

2. Функция $g(x)$ – нечетная,

$g(7) = 43$, тогда $g(-7) =$ 

$g(-2) = -64$, тогда $g(2) =$ 

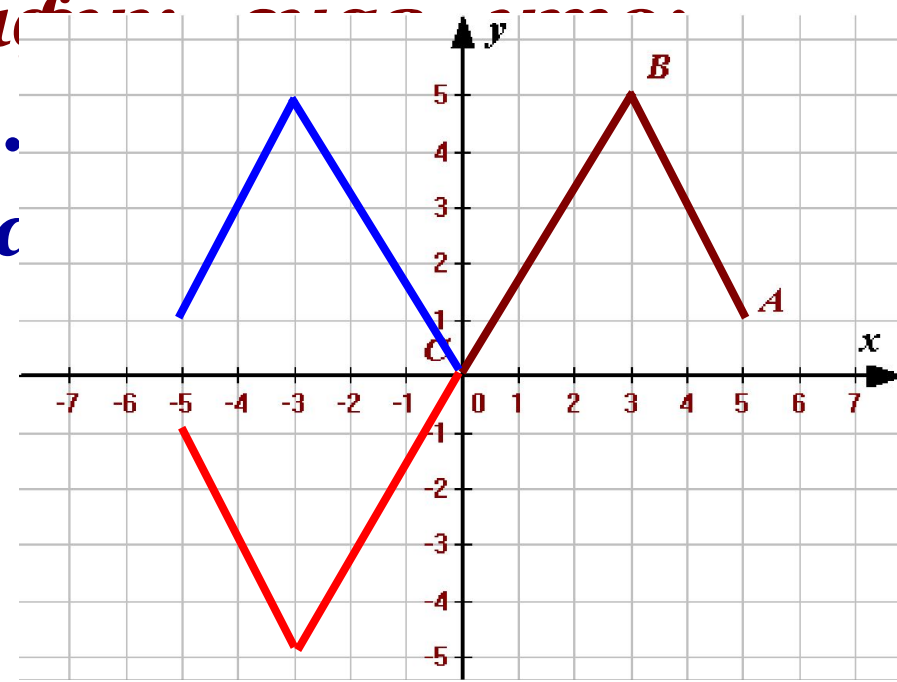
Выполните в тетрадях

- Ломаная ABC , где $A(5; 1)$, $B(3; 5)$, $C(0; 0)$ – часть графика некоторой функции $f(x)$. Область определения этой функции – промежуток $[-5; 5]$.

Постройте ее график

I – $f(x)$ – четная.

II – $f(x)$ – нечетная.



Нули функции

– это те значения переменной, при которых значения функции равны нулю $f(x)=0$.

Нули функции так же называют **корнями функции**.

Функция может иметь несколько нулей.

$$y=x(x+1)(x-3)$$

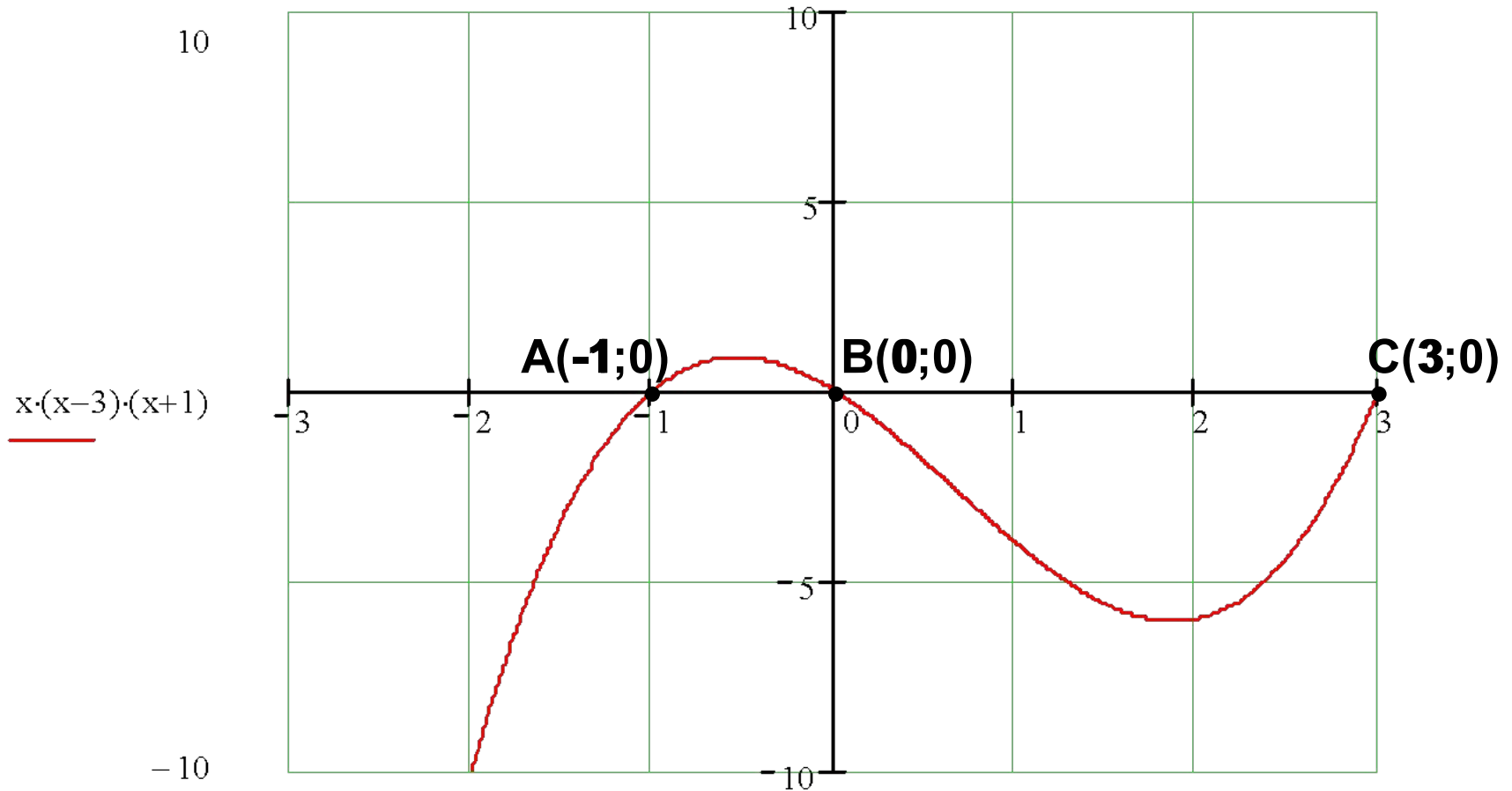
$$x(x+1)(x-3)=0$$

$$x=0, x=-1, x=3.$$

Графически нуль функции

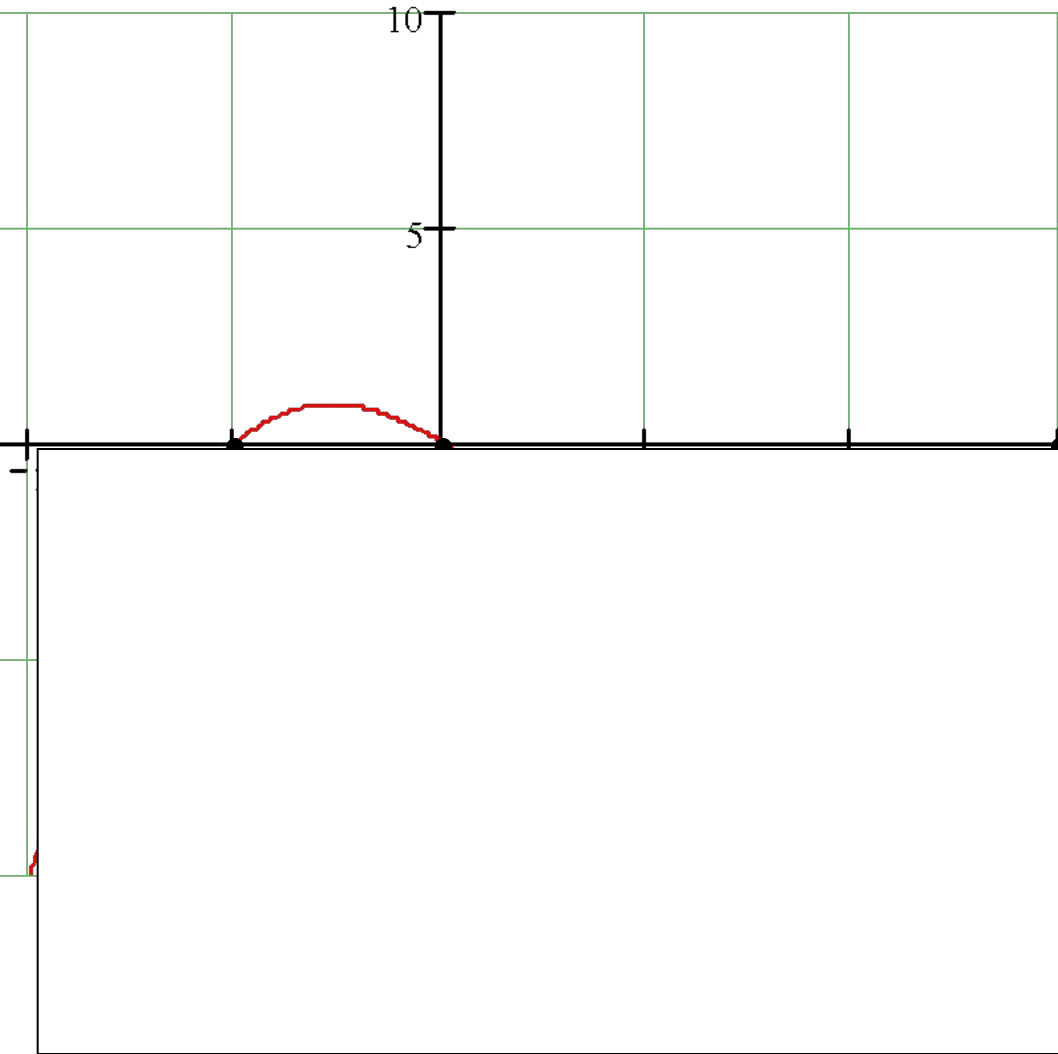
– это абсцисса точки пересечения графика функции с осью абсцисс.

На рис. представлен график функции $y=x(x+1)(x-3)$ $x \in [-2; 2]$ с нулями: $x=-1$, $x=3$ и $x=0$.



Промежутки знакопостоянства функции –

это промежутки, на которых функция сохраняет (не меняет) знак.

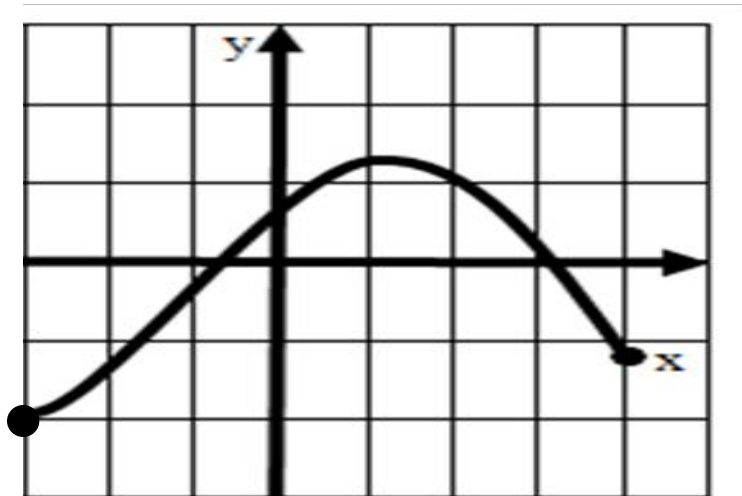


$$y = x(x+1)(x-3) \quad D(f): x \in [-2; 2]$$

$$y > 0 \quad \text{при} \quad x \in (-1; 0)$$

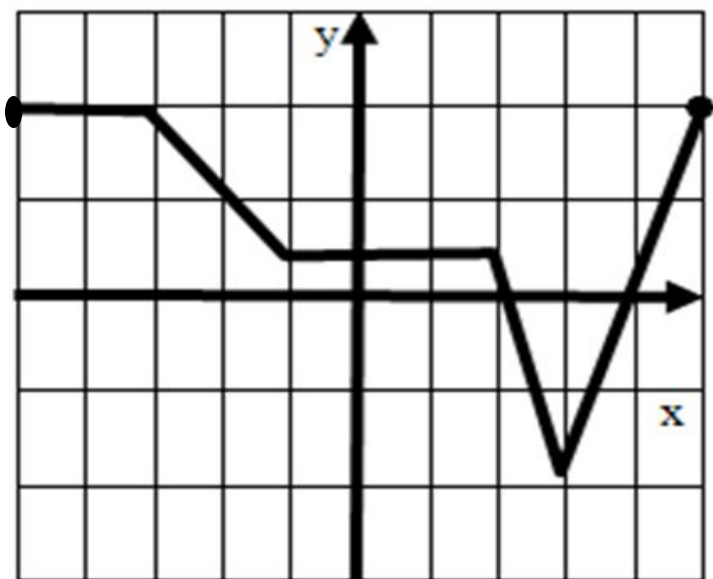
$$y < 0 \quad \text{при} \quad x \in (-2; -1) \cup (0; 2)$$

Укажите промежутки знакопостоянства



$y > 0$ при $x \in (-1; 3)$

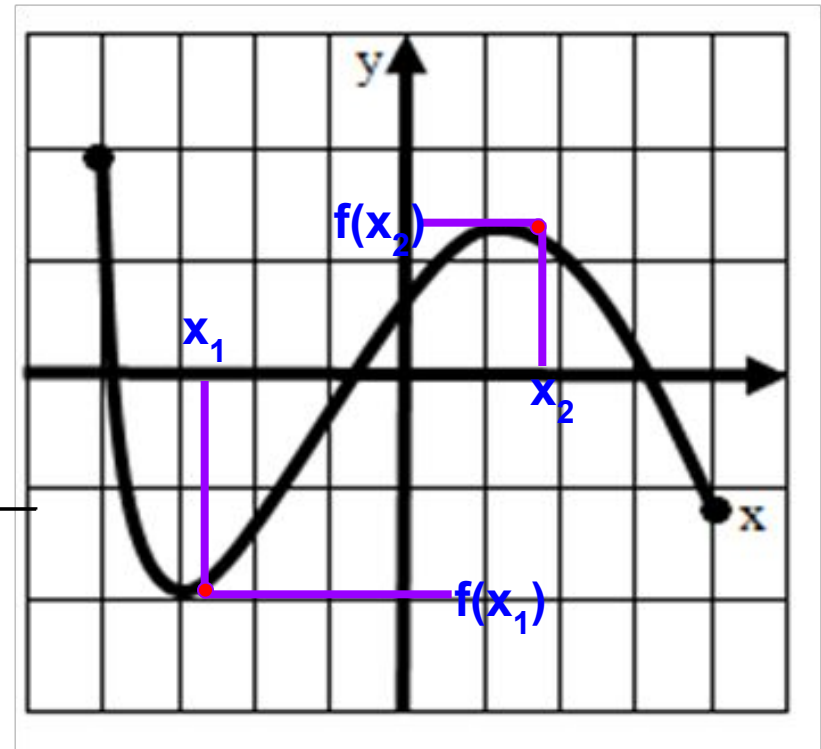
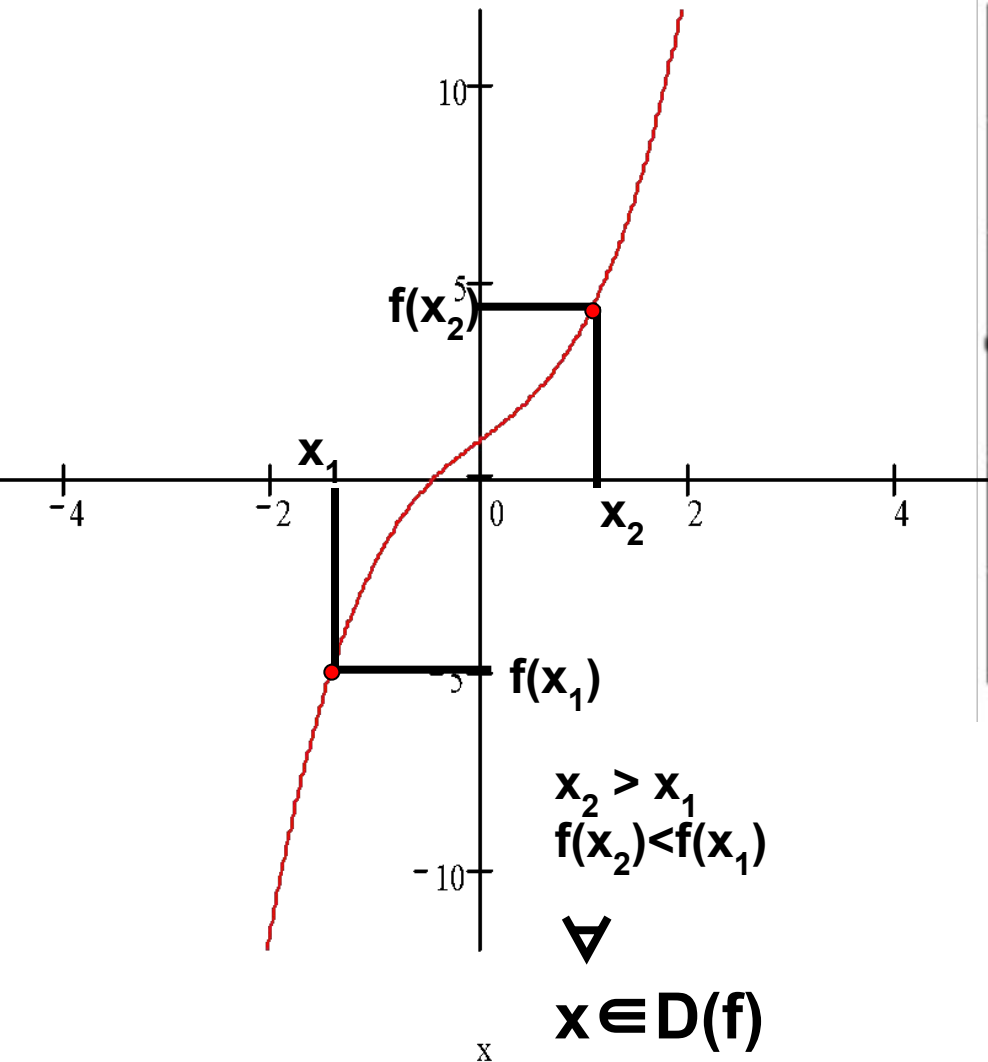
$y < 0$ при $x \in (-3; -1) \cup (3; 2)$



$y > 0$ при $x \in (-4; 2) \cup (4; 5)$

$y < 0$ при $x \in (2; 3)$

- Функция $f(x)$ называется **возрастающей** на промежутке X , если
- большему значению аргумента соответствует большее значение функции.
 - для любых двух значений аргумента x_1 и x_2 из этого промежутка, таких что $x_2 > x_1$ следует $f(x_2) > f(x_1)$.

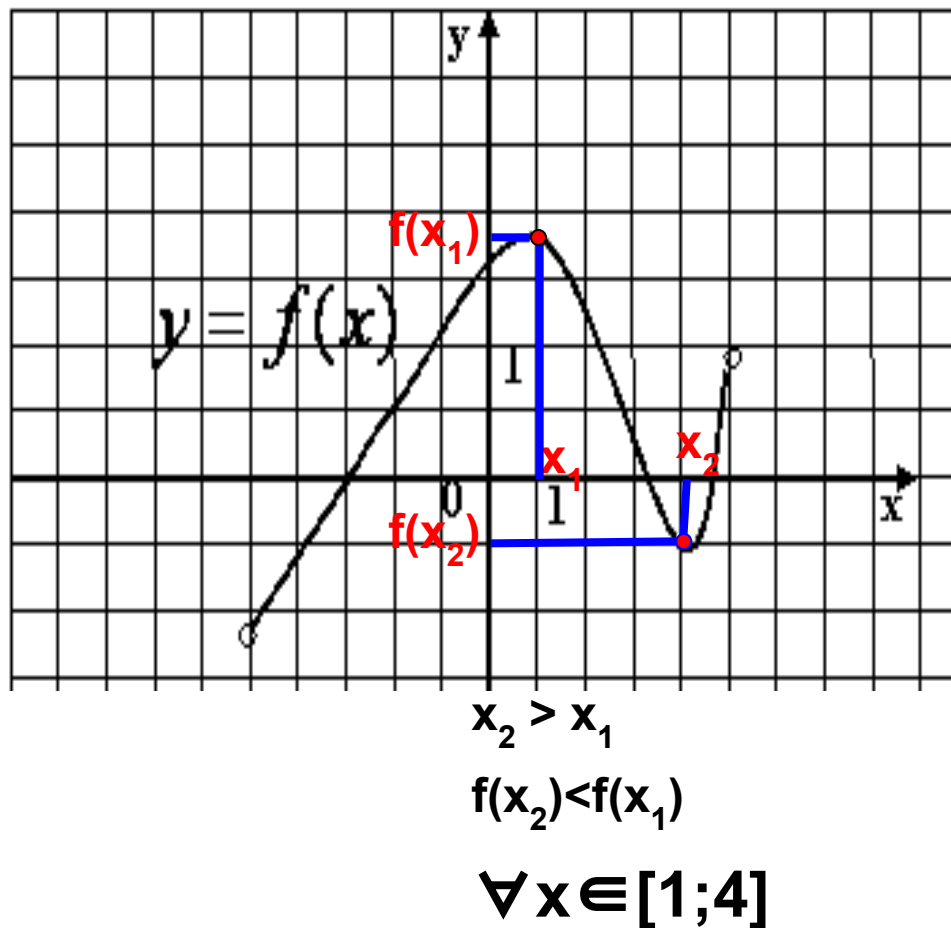
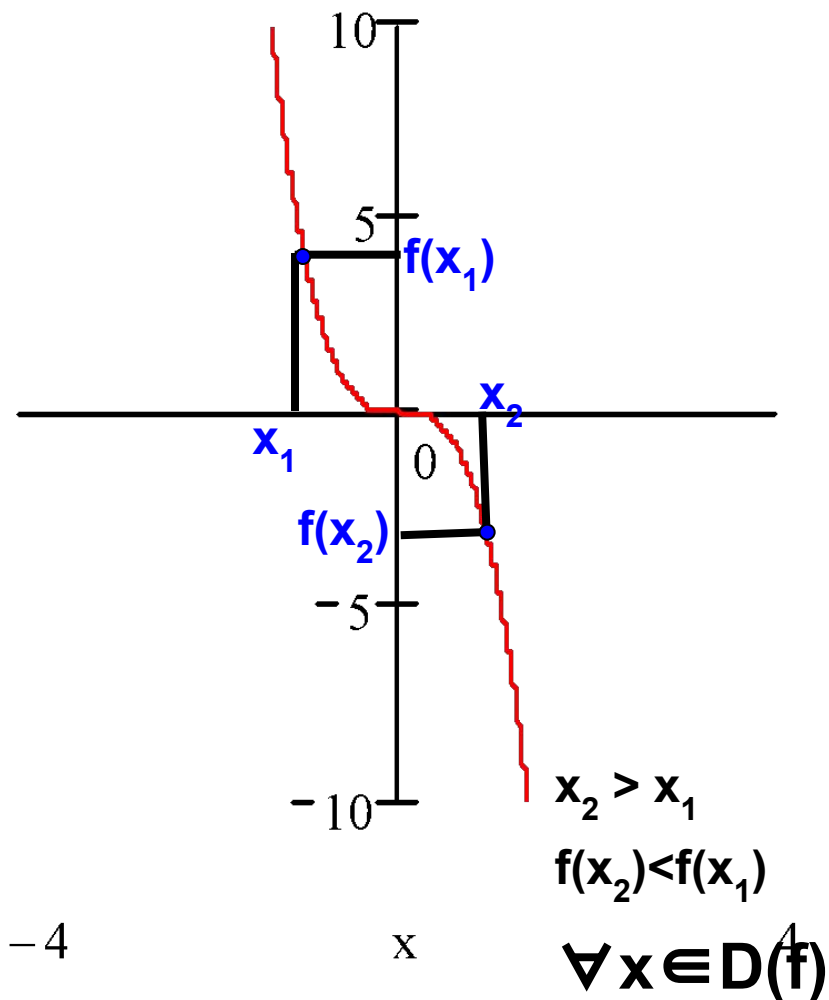


$$x_2 > x_1 \quad f(x_2) > f(x_1)$$

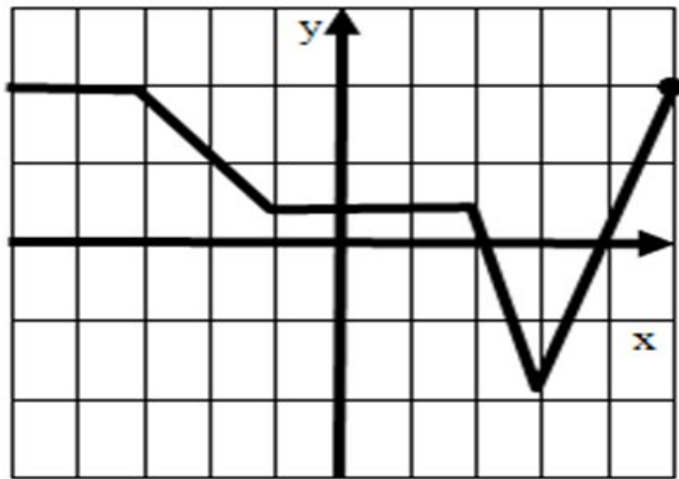
$$\forall x \in [-3; 1,8]$$

Функция $f(x)$ называется **убывающей** на промежутке X , если

- большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.
- для любых двух значений аргумента x_1 и x_2 из этого промежутка, таких что $x_2 > x_1$ следует $f(x_2) < f(x_1)$.



Задание 4. По графику функции определите промежутки монотонности функций

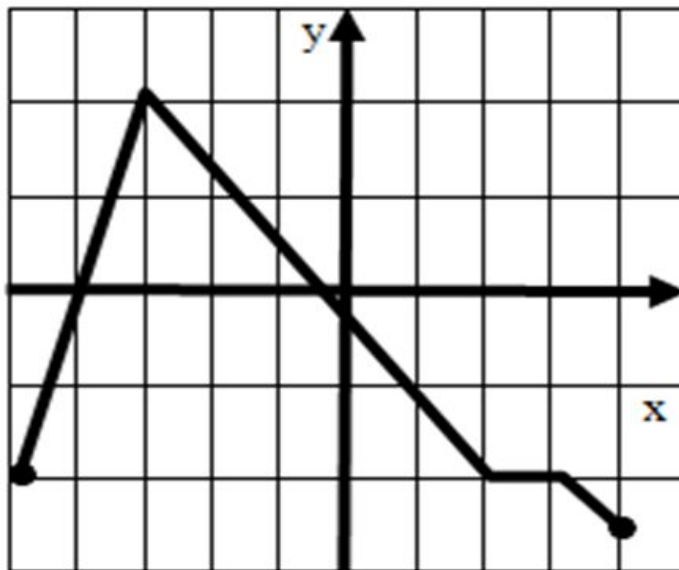


Функция возрастает

$$x \in [3; 5]$$

Функция убывает

$$x \in [-3; -1] \text{ и } x \in [2; 3]$$



Функция возрастает

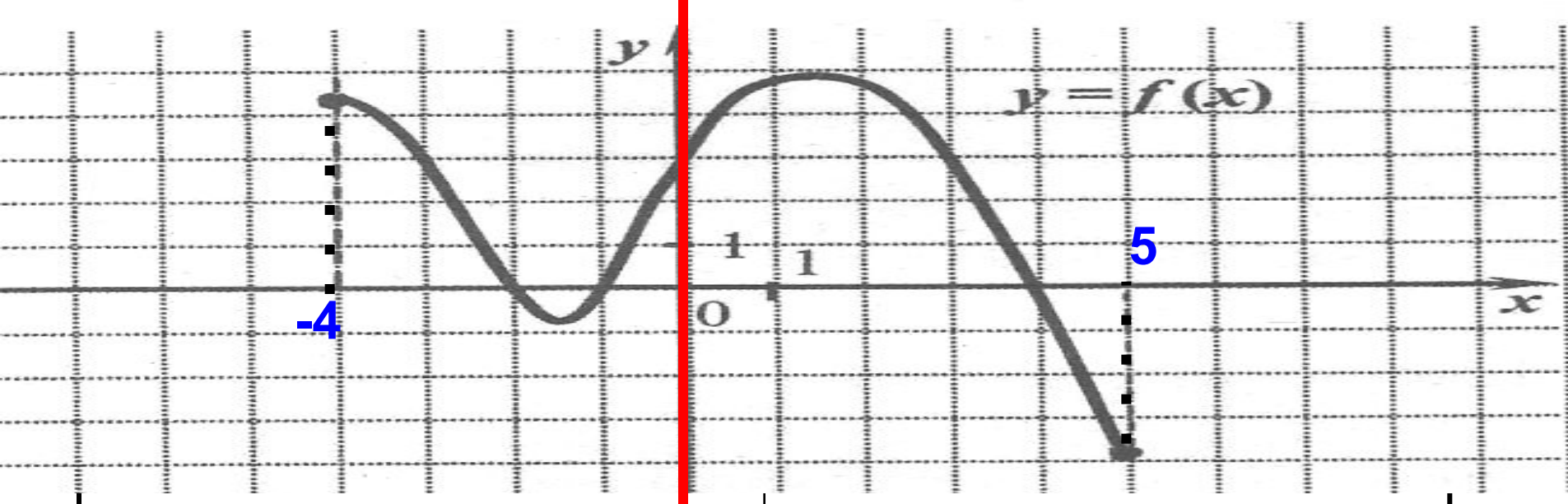
$$x \in [-5; -3]$$

Функция убывает

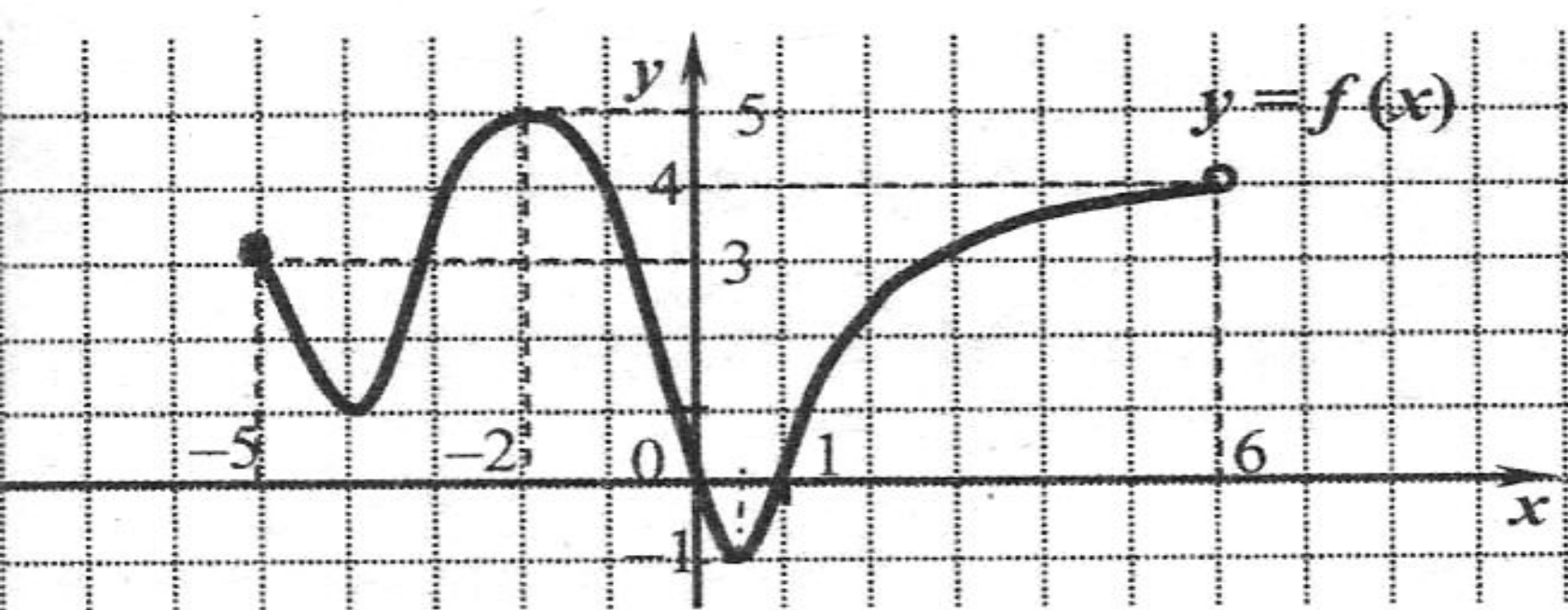
$$x \in [-3; 2] \text{ и } x \in [3; 4]$$

Схема элементарного исследования функции

1. Указывается область определения ($D(y)=...$) и область значения ($E(y)=...$)
2. Указывается функция является чётной, нечетной или ни чётной ни нечётной
3. Указывается периодичность функции
4. Определяются нули функции (графически – точки пересечения с осью X)
5. Указываются промежутки знакопостоянства функции
6. Указываются промежутки возрастания и убывания функции

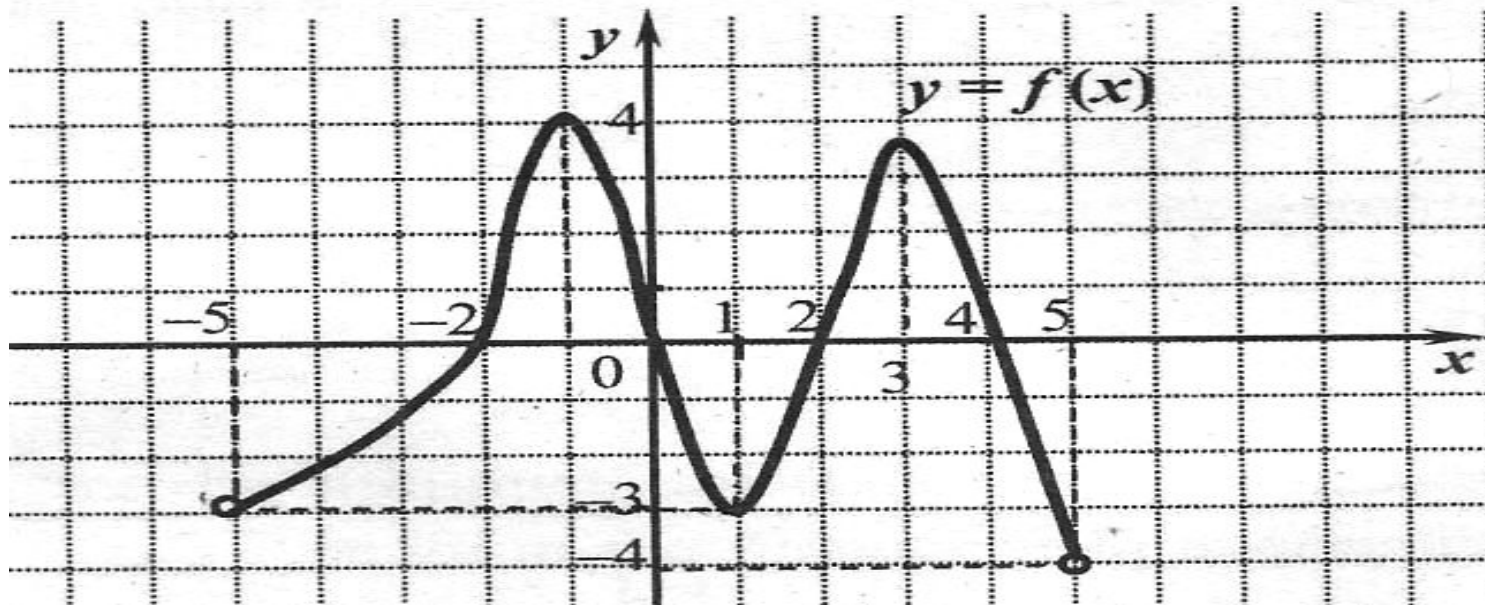


1. Указывается область определения ($D(y)=\dots$) и область значения ($E(y)=\dots$)
2. Указывается функция является чётной, нечётной или ни чётной ни нечётной
3. Указывается периодичность функции
4. Определяются нули функции (графически – точки пересечения с осью X)
5. Указываются промежутки знакопостоянства функции
6. Указываются промежутки возрастания и убывания функции



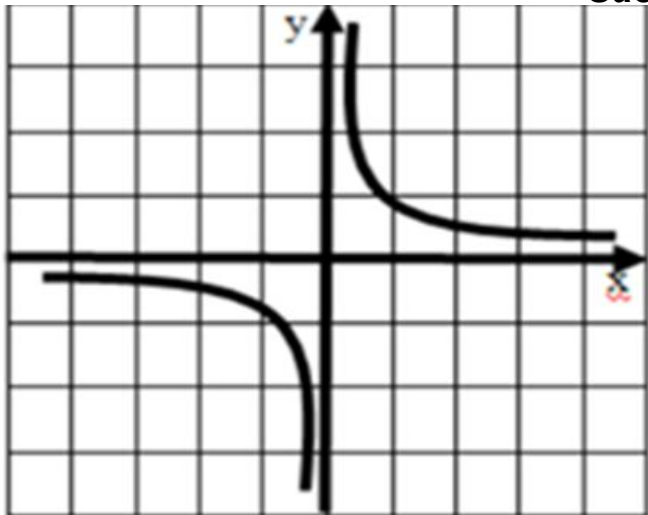
$(y)=\dots)$ и область значения ($E(y)=\dots)$

2. Указывается функция является чётной, нечётной или ни чётной ни нечётной
3. Указывается периодичность функции
4. Определяются нули функции (графически – точки пересечения с осью X)
5. Указываются промежутки знакопостоянства функции
6. Указываются промежутки возрастания и убывания функции



1. Указывается область определения ($D(y)=\dots$) и область значения ($E(y)=\dots$)
2. Указывается функция является чётной, нечетной или ни чётной ни нечётной
3. Указывается периодичность функции
4. Определяются нули функции (графически – точки пересечения с осью X)
5. Указываются промежутки знакопостоянства функции
6. Указываются промежутки возрастания и убывания функции

Задание 1. Установите соответствие

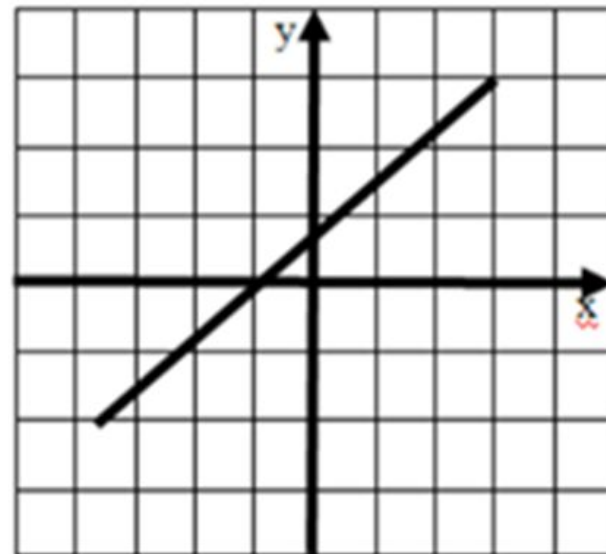


1

$$y = \frac{k}{x}$$

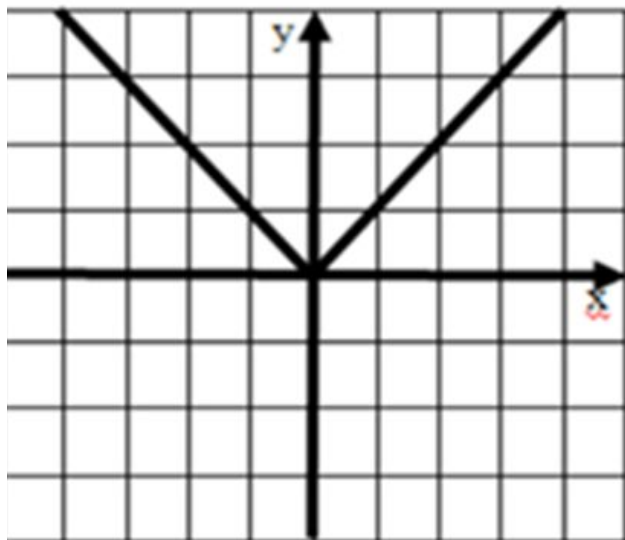
$$y = a|x|$$

$$y = \sqrt{x}$$

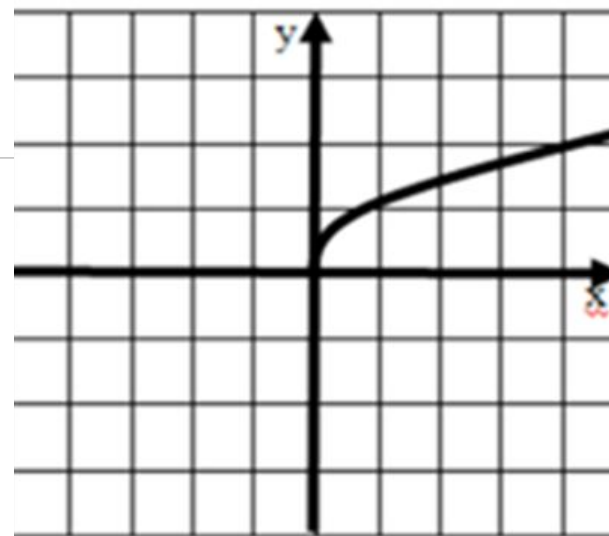


3

$$y = kx + b$$



2



4

Задание 2.

Используя графики функций на рисунках 1 - 9, укажите области определения этих функций

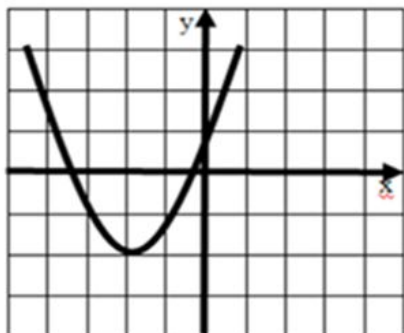


рис. 1) $(-\infty; +\infty)$

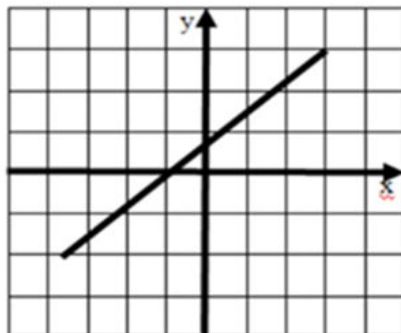


рис. 2) $(-\infty; +\infty)$

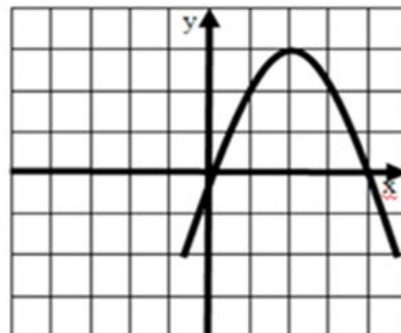


рис. 3) $(-\infty; +\infty)$

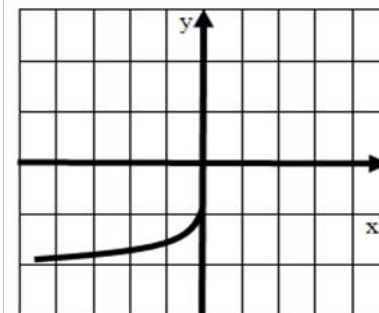


рис. 4) $(-\infty; 0]$

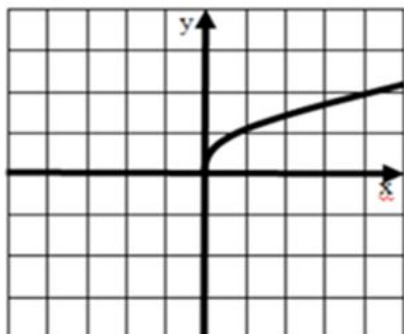


рис. 5) $[0; +\infty)$

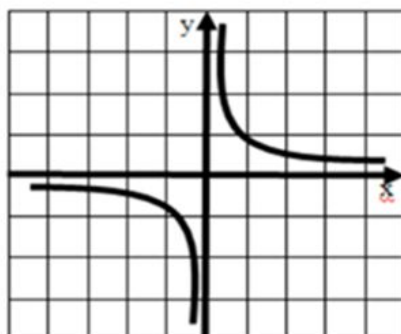


рис. 6) $(-\infty; +\infty)$

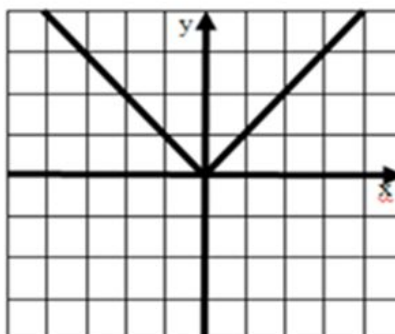


рис. 7) $(-\infty; +\infty)$

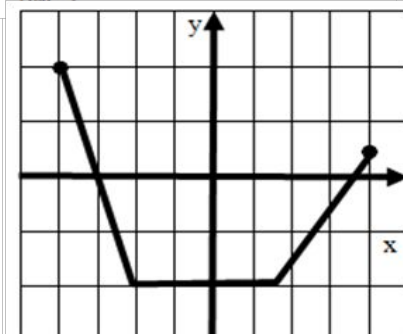


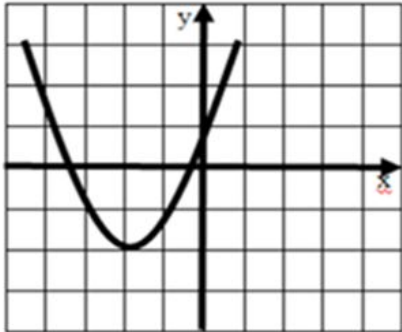
рис. 8) $[-4; 4]$

| Вариант | 1 вариант | | | | 2 вариант | | | |
|-----------|-----------|---|---|---|-----------|---|---|---|
| № рисунка | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| D(y) | | | | | | | | |

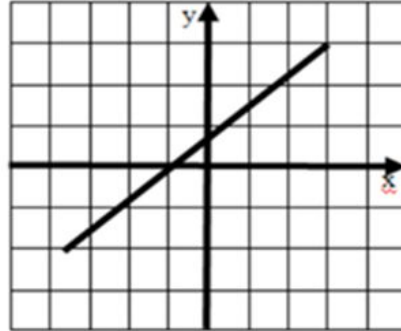
- 1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-\infty; -1]$ 3) $(-\infty; 0]$ 4) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ 5) $[-2; 2]$ 6) $[0; +\infty)$
- 7) $[-4; 4]$ 8) $[-2; +\infty)$ 9) $(-\infty; 3)$

Задание 3.

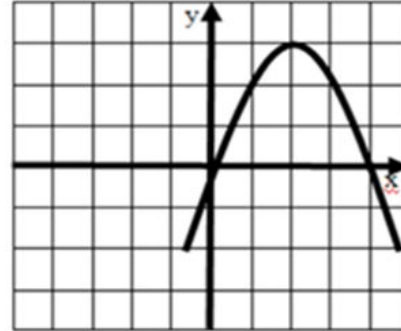
Используя графики функций на рисунках 1 - 9, укажите область значений этих функций



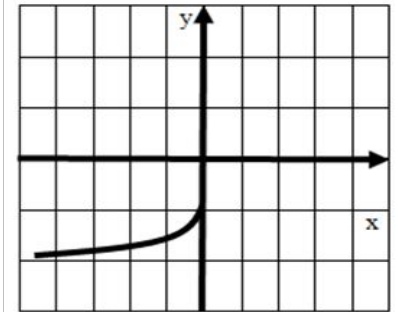
8) $[-2; +\infty)$



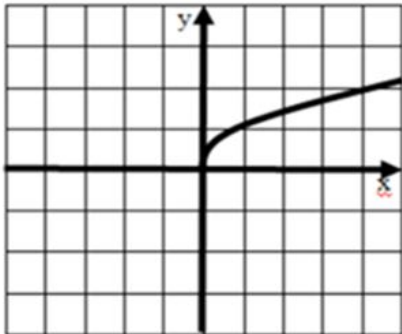
1) $(-\infty; +\infty)$



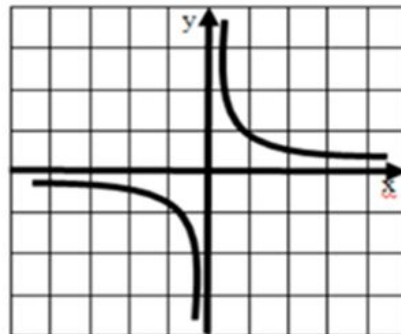
9) $(-\infty; 3)$



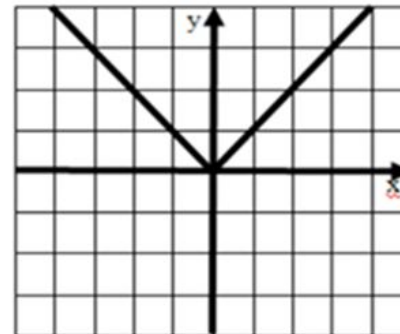
2) $(-\infty; -1]$



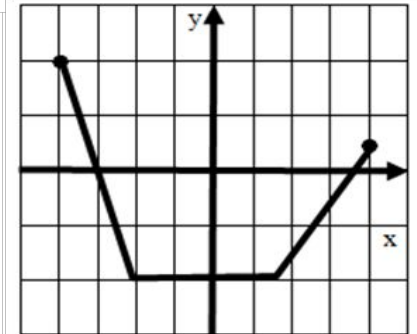
6) $[0; +\infty)$



4) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$



6) $[0; +\infty)$



5) $[-2; 2]$

| Вариант | 1 вариант | | | | 2 вариант | | | |
|-----------|-----------|---|---|---|-----------|---|---|---|
| № рисунка | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| D(y) | | | | | | | | |

- 1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-\infty; -1]$ 3) $(-\infty; 0]$ 4) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ 5) $[-2; 2]$ 6) $[0; +\infty)$
 7) $[-4; 4]$ 8) $[-2; +\infty)$ 9) $(-\infty; 3)$