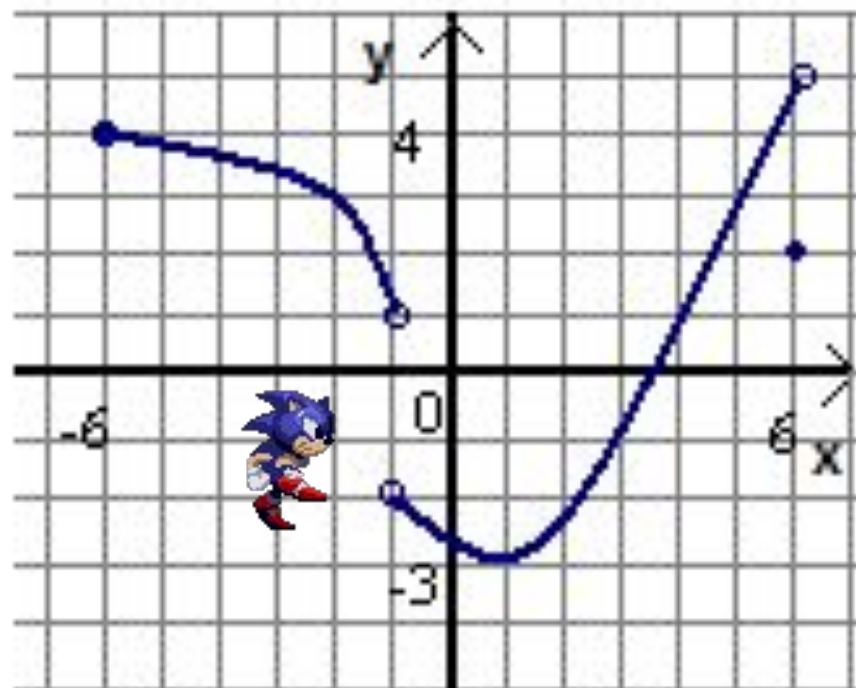


# Функция

Определение, способы задания, свойства, сведённые в общую схему исследования.



# Цели урока

- Обобщить теоретические знания по теме.
- Рассмотреть решения задач, связанных с этой темой, базового и повышенного уровня.
- Организовать работу учащихся соответственно уровню уже сформированных у них знаний.

# План урока

I этап – организационный (1 мин.)

II этап – повторение теоретического материала по теме (20 мин.)

III этап – разноуровневая самостоятельная работа (15 мин.)

IV этап – подведение итогов урока, комментарии по домашнему заданию (4 мин.)

# I этап - организационный

Тема урока: «*Определение, способы задания, свойства, сведённые в общую схему исследования*».

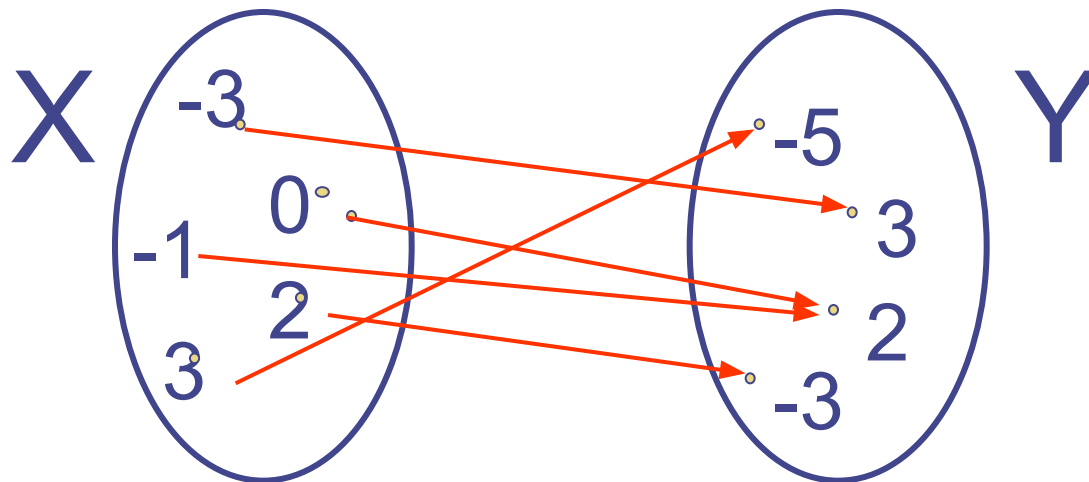
Цели урока:

- Обобщить теоретические знания по теме.
- Рассмотреть решения задач, связанных с этой темой, базового и повышенного уровня.

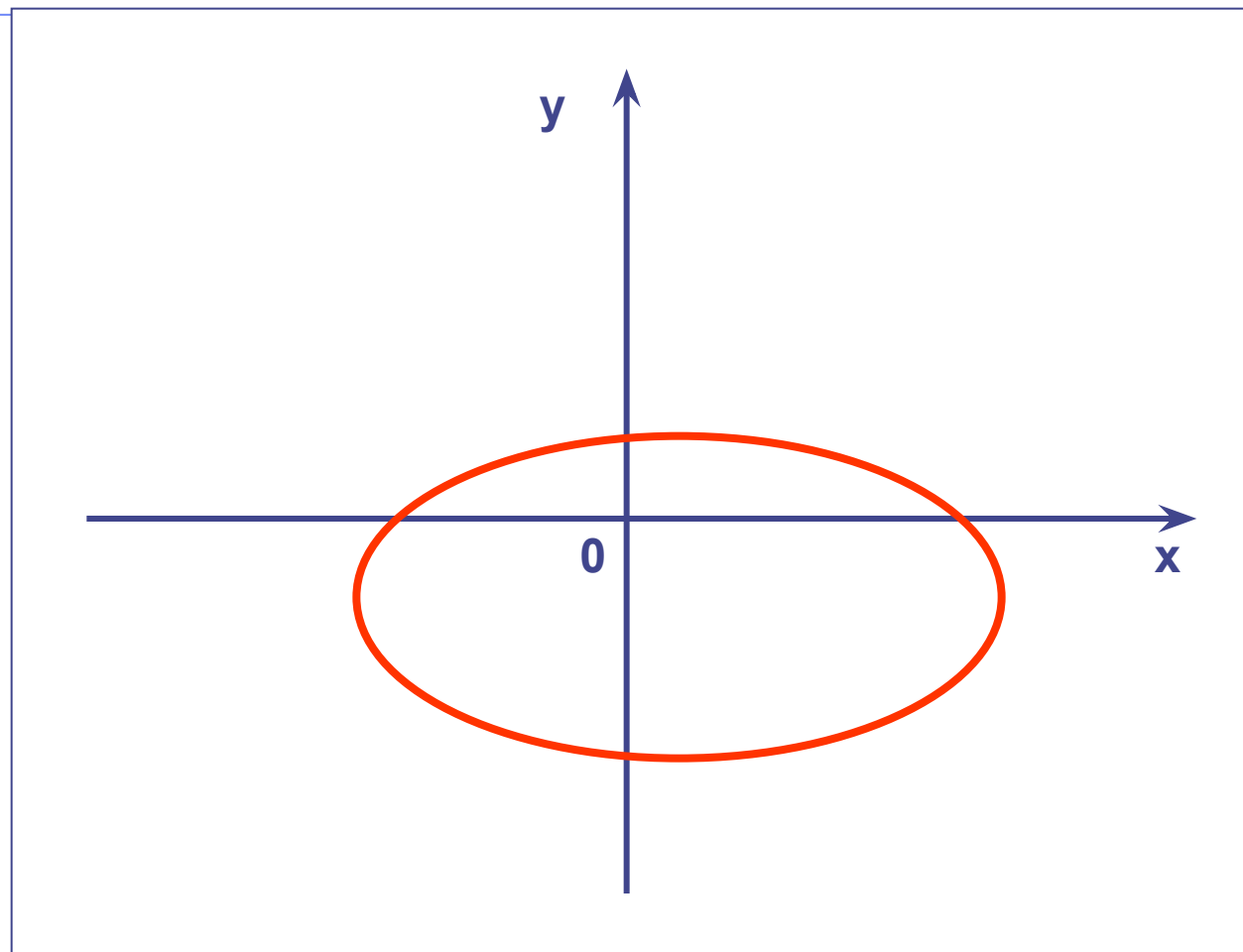
## II этап – повторение.

### Определение функции:

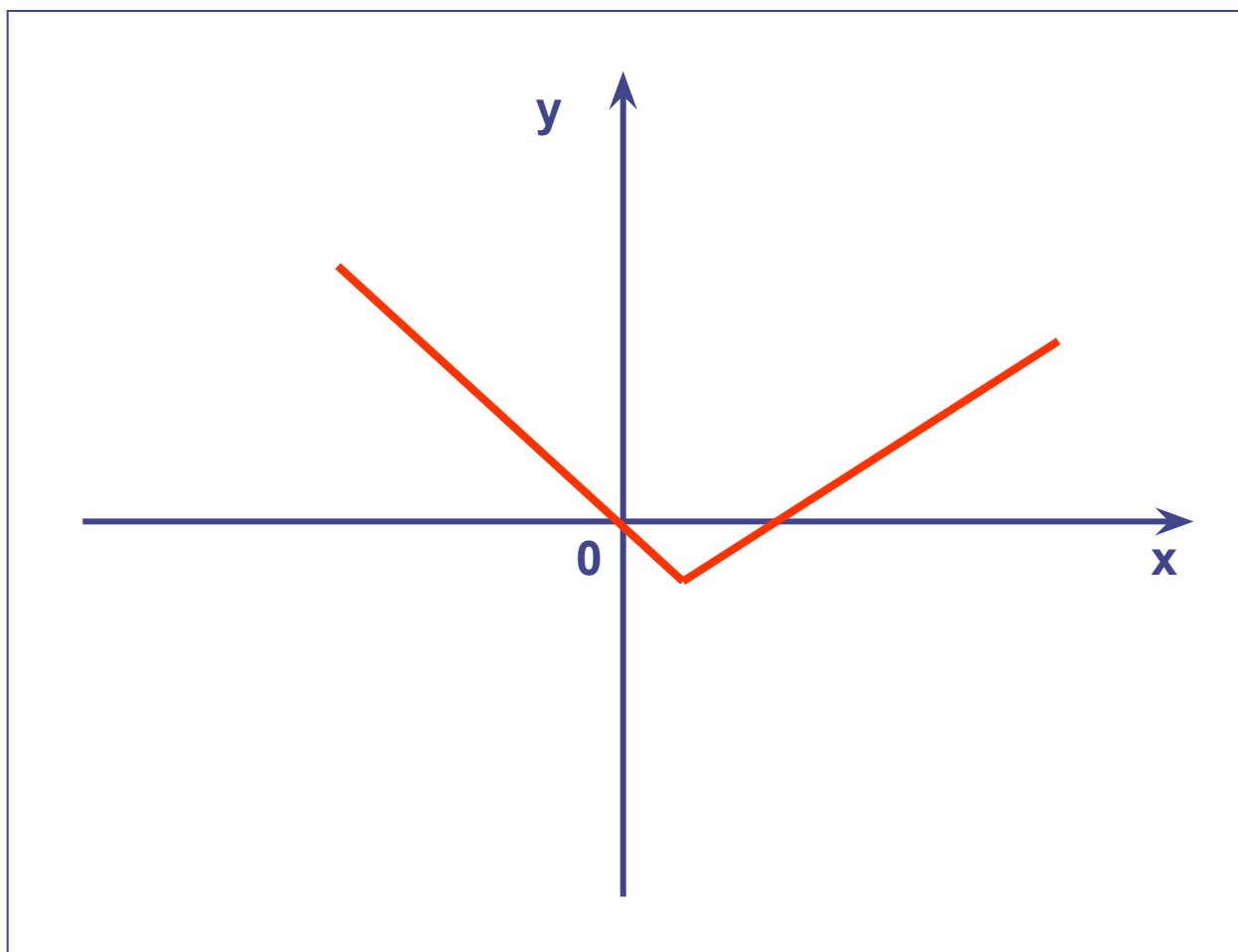
Функцией называется зависимость переменной  $y$  от переменной  $x$ , при которой каждому значению  $x$  соответствует единственное значение переменной  $y$ .



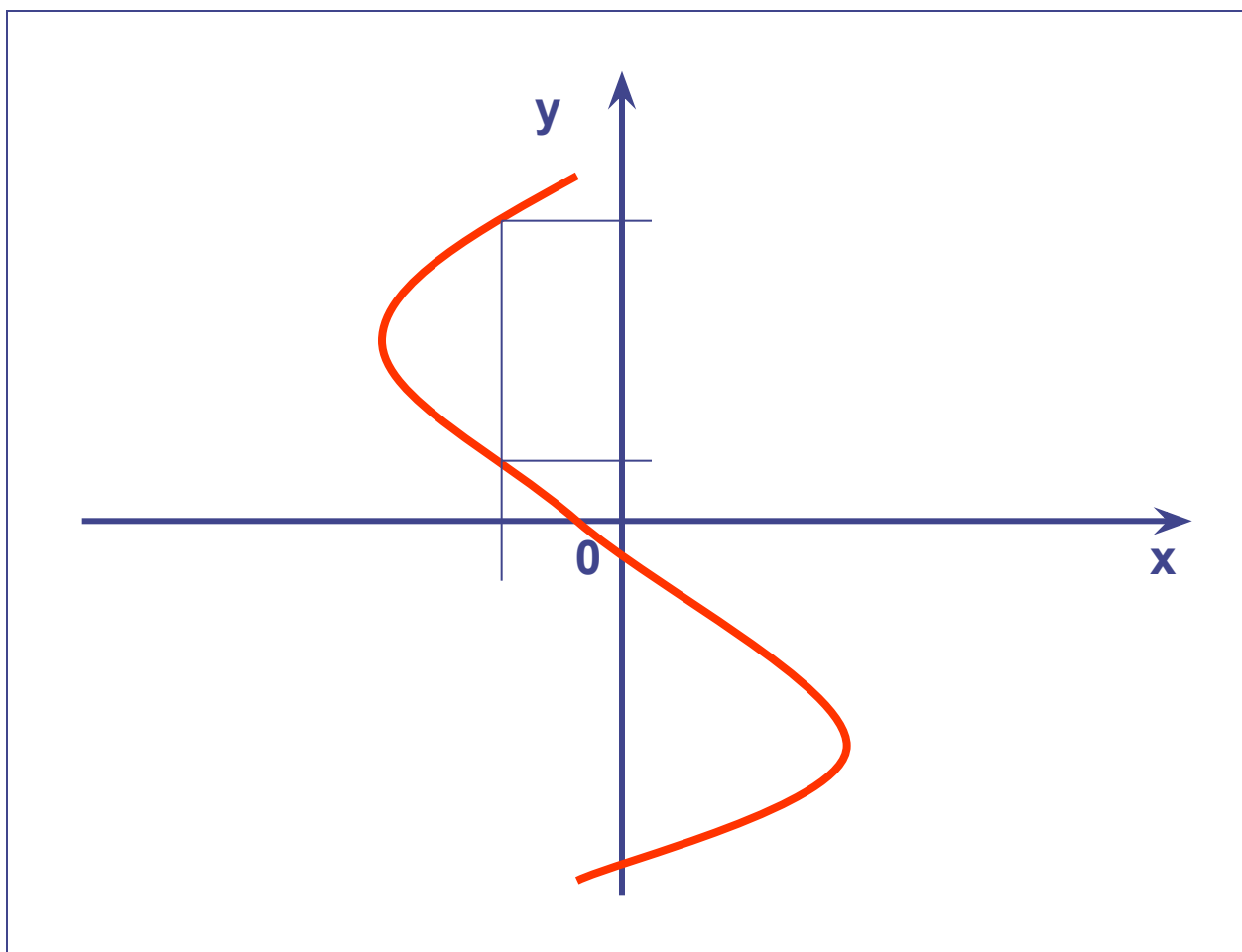
# Является ли функцией?



# Является ли функцией?



# Является ли функцией?





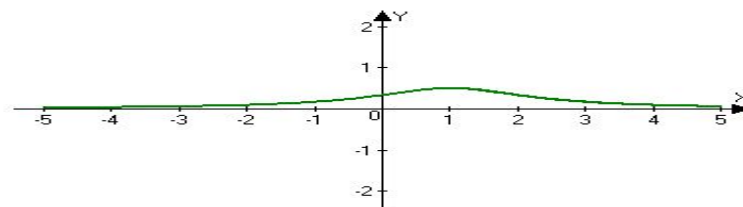
# Способы задания функции

- Описательный:  
«Каждому двузначному числу поставлен в соответствие его квадрат»

- Табличный

x	-3	-1	0	1	2	3
y	3	2	-2	3	-3	-5

- Графический



- Аналитический

$$y = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$$

# Общая схема исследования функции

- Область определения функции  $D(f)$
- Точки пересечения графика с осями координат
- Чётность, нечётность
- Монотонность
- Экстремумы
- Периодичность
- Знакопостоянство
- Область значений  $E(f)$
- Построение графика

# Область определения функции

- Множество значений независимой переменной, при которых функция имеет смысл.

1. Функция – многочлен
2. Функция задана в виде дроби
3. Функция задана в виде корня чётной степени
4. Функция содержит логарифмическое выражение
5. Композиция функций

# Найдите $D(f)$

1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$

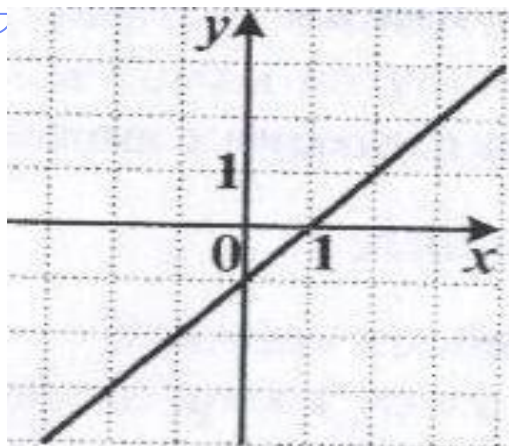


Рис. 1

2.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$

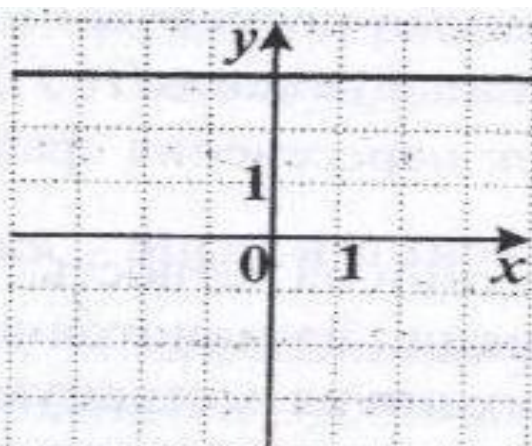


Рис. 2

3.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$

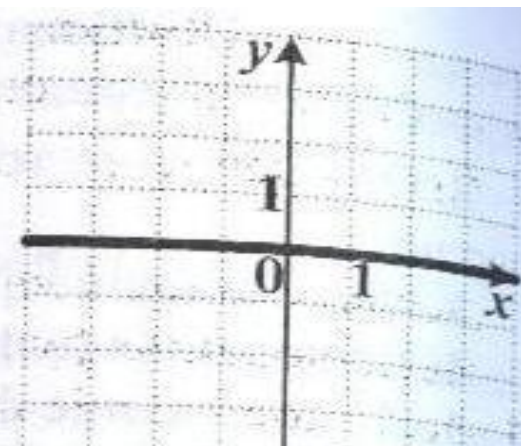


Рис. 3

4.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$

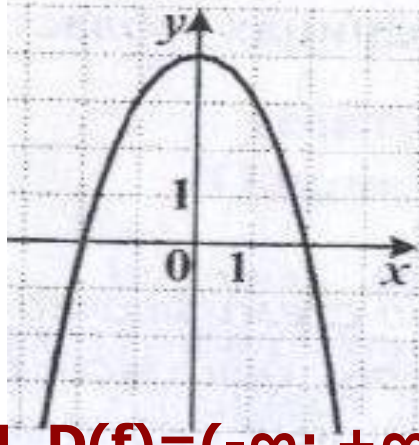


Рис. 4

5.  $D(f) = (-\infty; -4) \cup (-4; -2) \cup (-2; +\infty)$

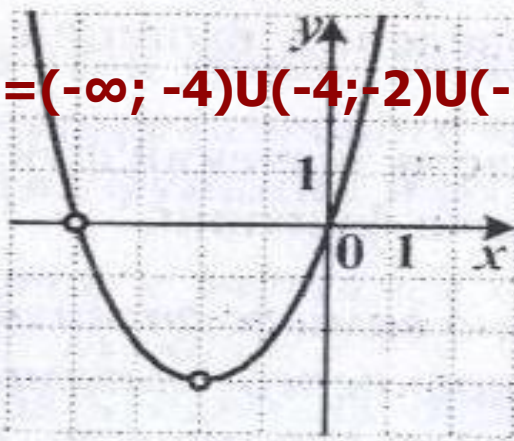


Рис. 5

6.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$

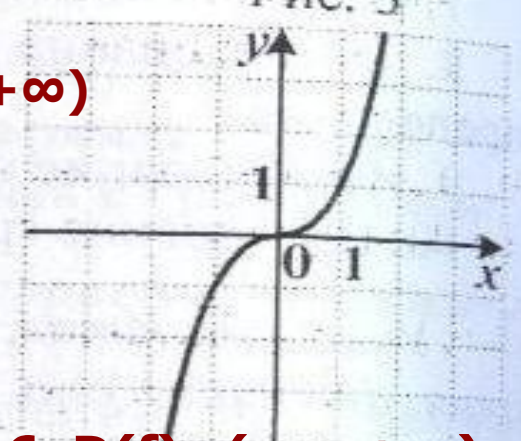


Рис. 6

# Найдите $D(f)$

7.  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

8.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$

9.  $D(f) = (0; +\infty)$

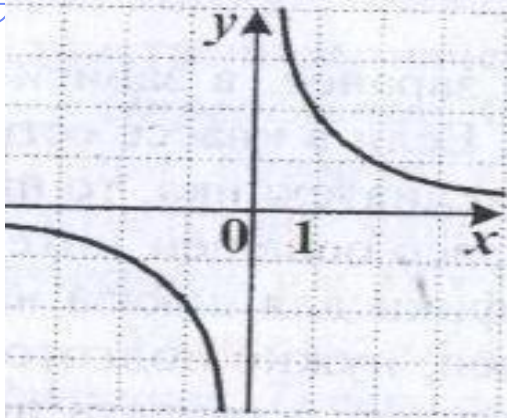


Рис. 7

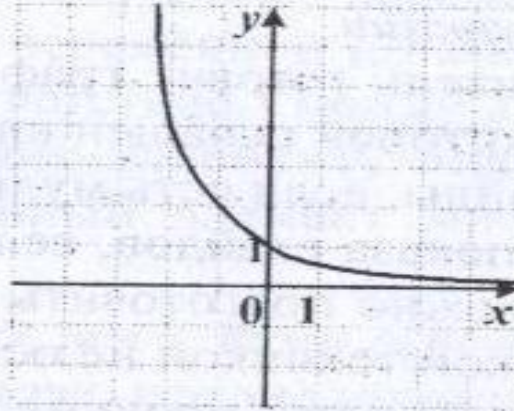


Рис. 8

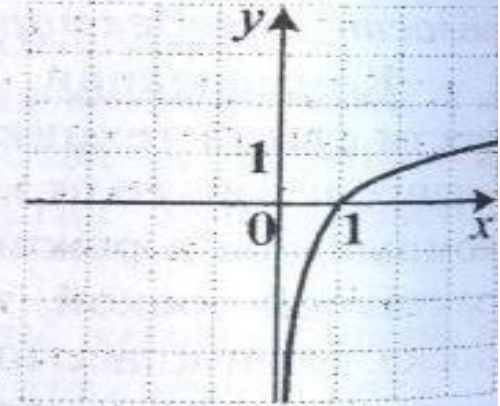


Рис. 9

10.  $D(f) = (-8; 2]$

11. НЕ ФУНКЦИЯ

12.  $D(f) = (-6; 0) \cup (0; 4]$

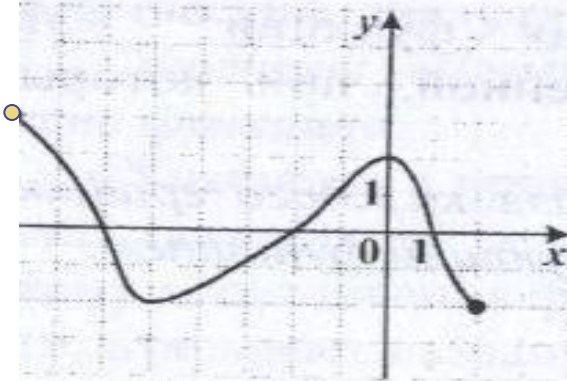


Рис. 10

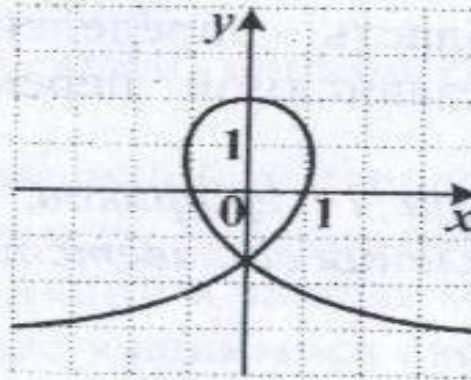


Рис. 11

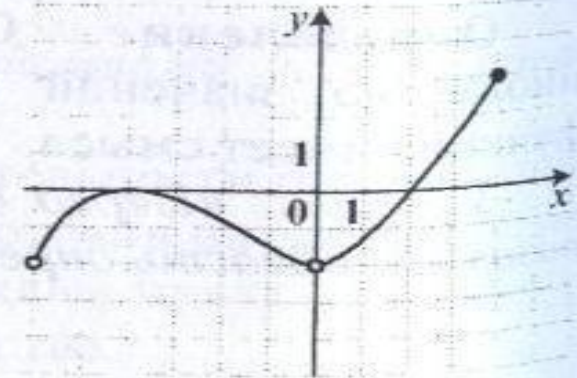


Рис. 12



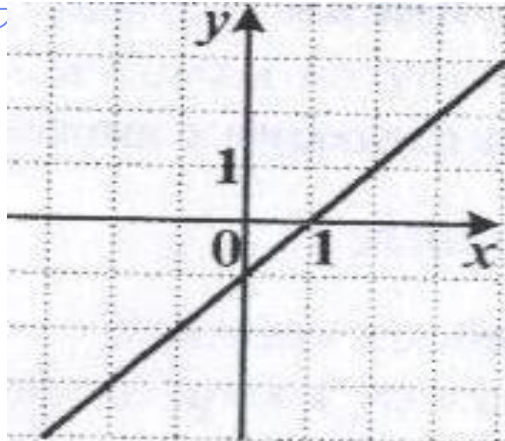
# Чётность функции

Если область определения функции симметрична относительно нуля

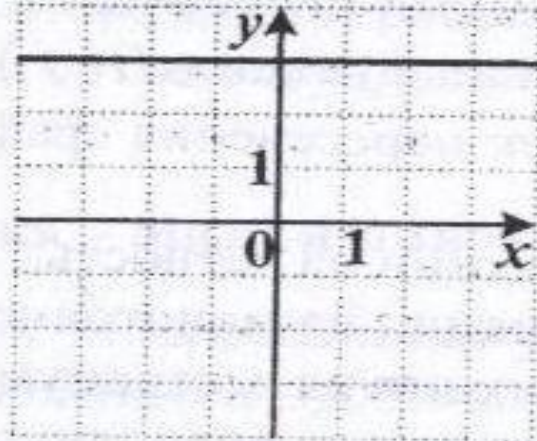
- и для любого  $x$  из области определения выполняется равенство  $f(-x) = f(x)$ , то функция **чётная**;
- и для любого  $x$  из области определения выполняется равенство  $f(-x) = -f(x)$ , то функция **нечётная**;

# Исследуйте на чётность

1. Ни чётная,  
ни нечётная



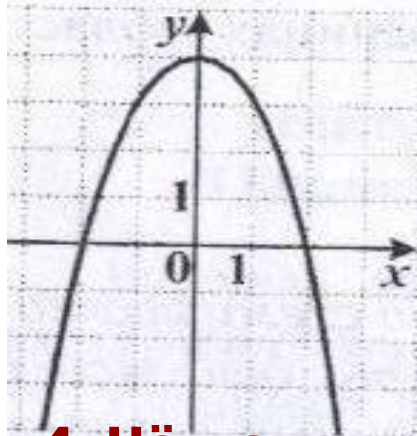
2. Чётная



3. Чётная  
и нечётная



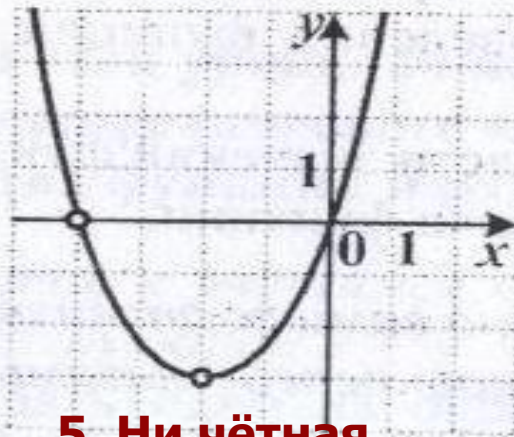
Рис. 1



4. Чётная

Рис. 4

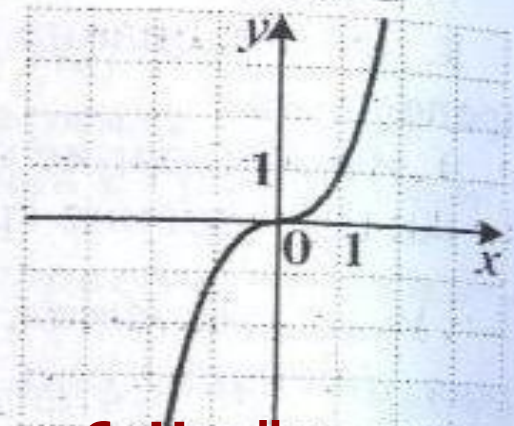
Рис. 2



5. Ни чётная,  
ни нечётная

Рис. 5

Рис. 3



6. Нечётная

Рис. 6

# МОНОТОННОСТЬ

- Если большему значению аргумента соответствует большее значение функции, то функция называется монотонно возрастающей

$$x_1 > x_2 \text{ и } f(x_1) > f(x_2)$$

- Если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции, то функция называется монотонно убывающей

$$x_1 > x_2 \text{ и } f(x_1) < f(x_2)$$



# Исследуйте на монотонность

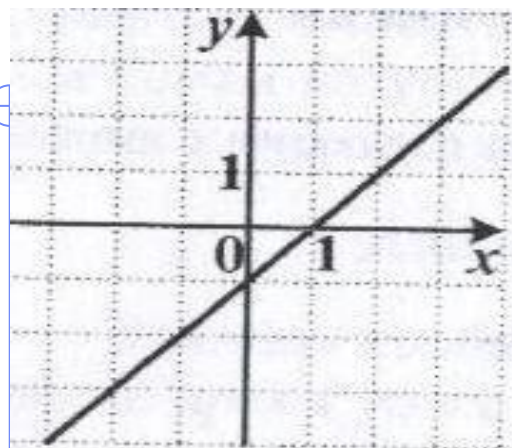


Рис. 1

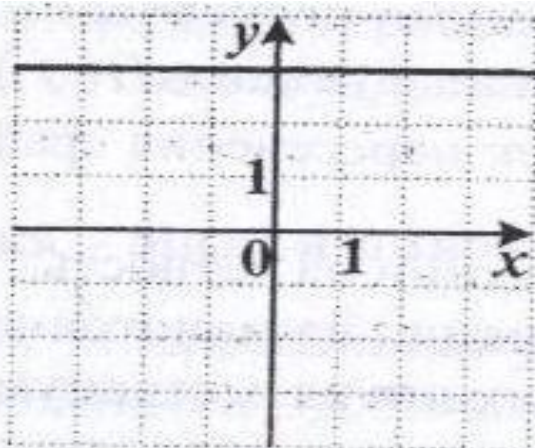


Рис. 2



Рис. 3

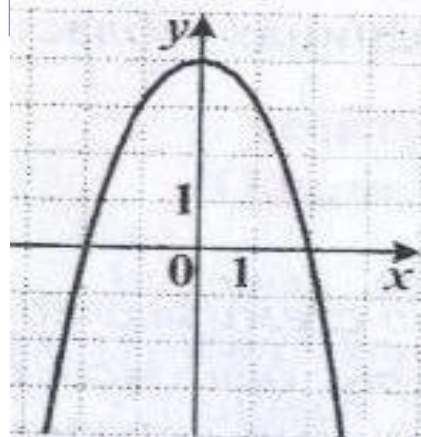


Рис. 4

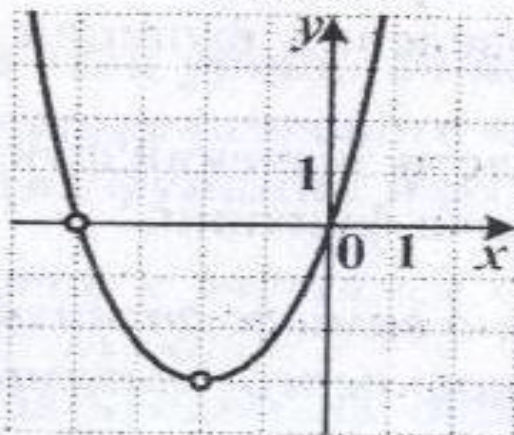


Рис. 5

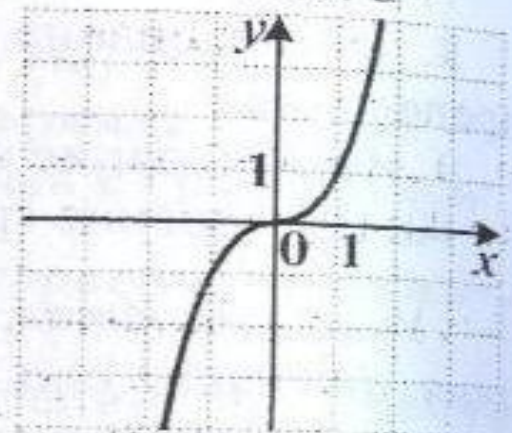
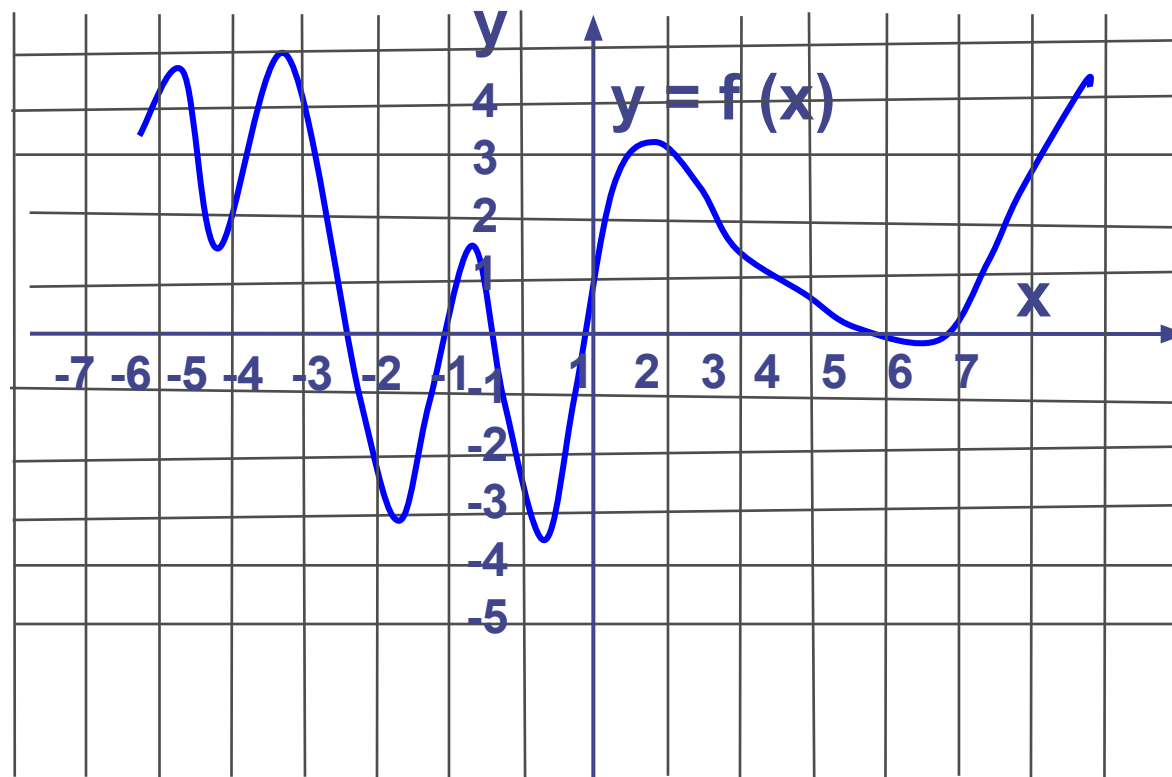


Рис. 6

# Точки экстремума функции

- Если в некоторой точке  $x_0$  значение функции больше значений функции в окрестности этой точки, то  $x_0$  - точка максимума ( $x_{\max} = x_0$ ), а  $f(x_0)$  – максимум функции ( $y_{\max} = f(x_0)$ ) – «гребни функции»
- Если в некоторой точке  $x_0$  значение функции меньше значений функции в окрестности этой точки, то  $x_0$  - точка минимума ( $x_{\min} = x_0$ ), а  $f(x_0)$  – минимум функции ( $y_{\min} = f(x_0)$ ) – «впадины функции»

# Экстремумы

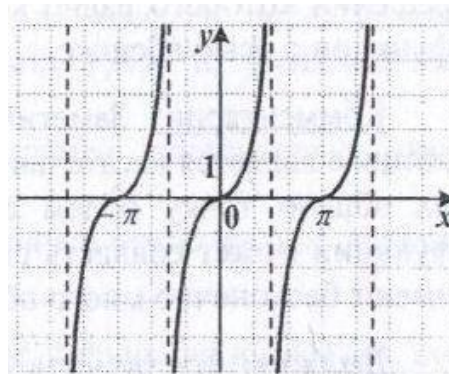
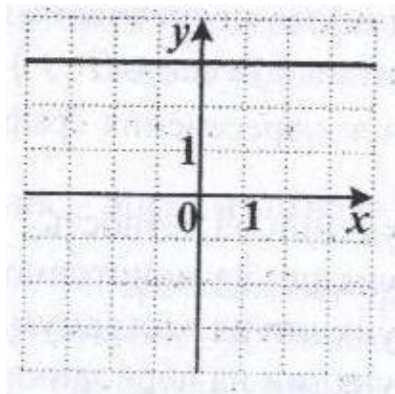


# Периодичность функции

Если существует такое число  $t \neq 0$ , что:

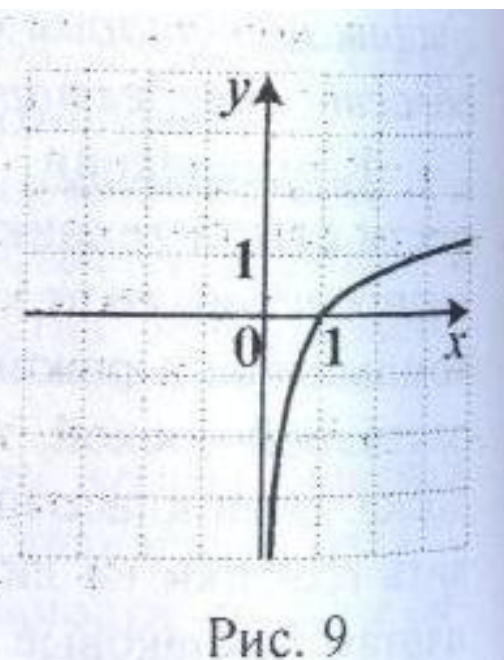
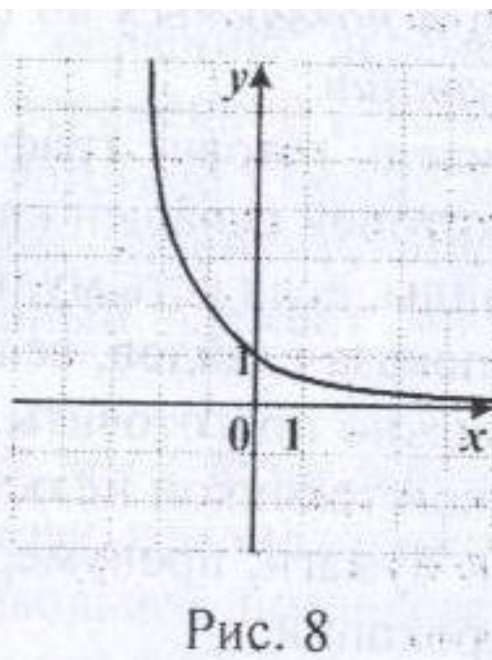
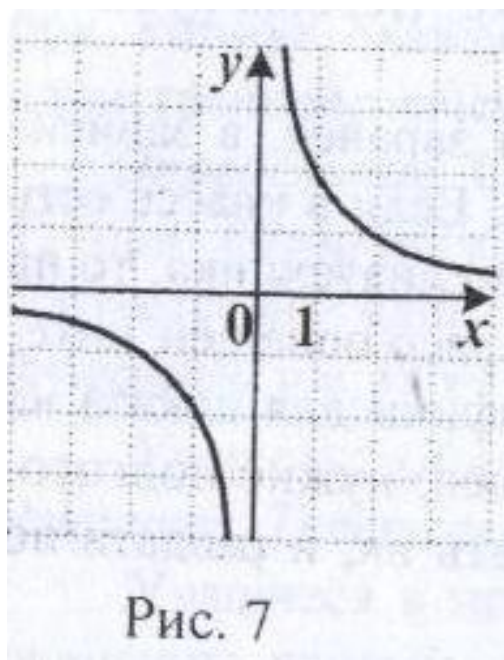
- для любого  $x$  из области определения функции  $y=f(x)$  числа  $x+t$  и  $x-t$  принадлежат области определения
- и  $f(x+t) = f(x-t) = f(x)$ ,

то функция называется периодической,  
 $t$  - период функции.



# Знакопостоянство функции

Множество  $X$ , на котором функция не меняет свой знак, называется промежутком знакопостоянства функции





Функция  $y = f(x)$  задана на промежутке  $[-6; 8]$ .  
Укажите число промежутков знакопостоянства.

1

5

Верно!

2

3

Не верно!

3

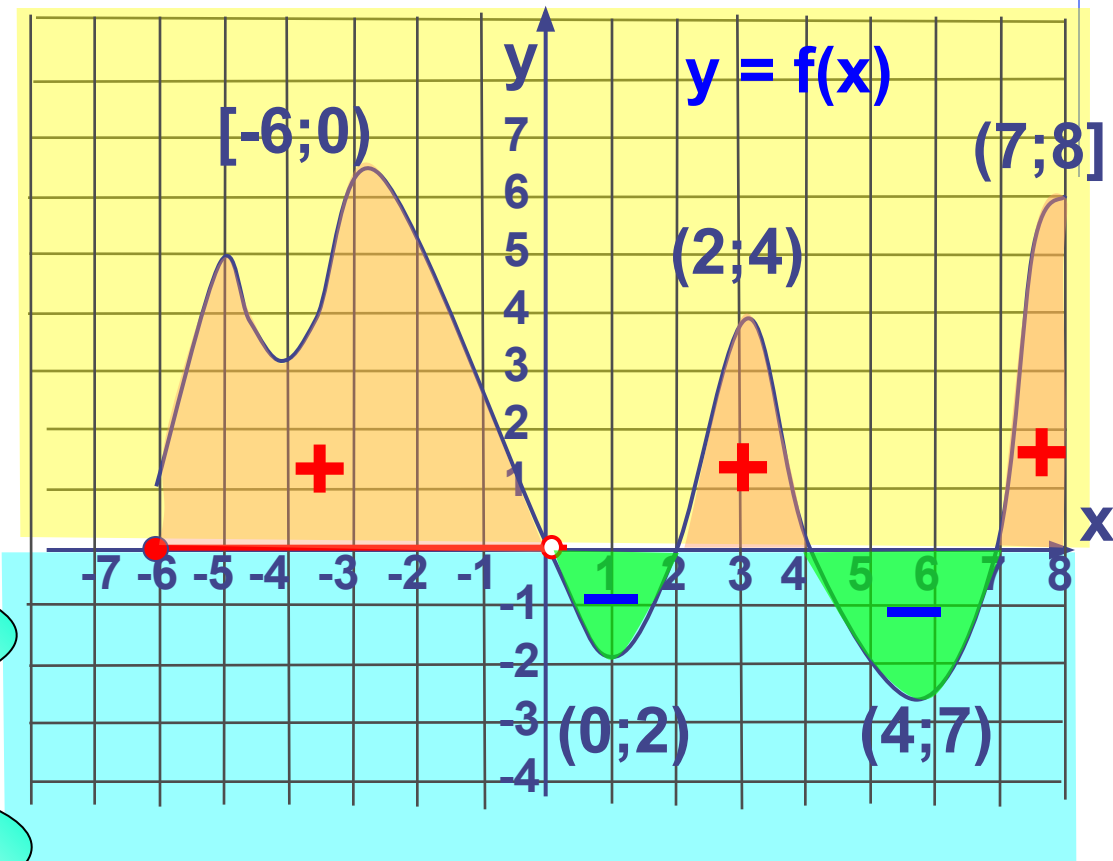
7

Не верно!

4

9

Не верно!



Проверка

# Область значений

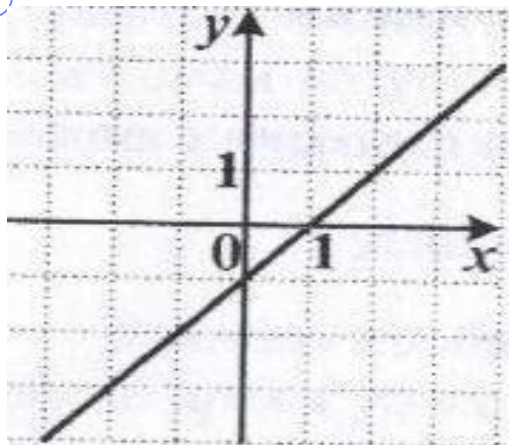


Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3

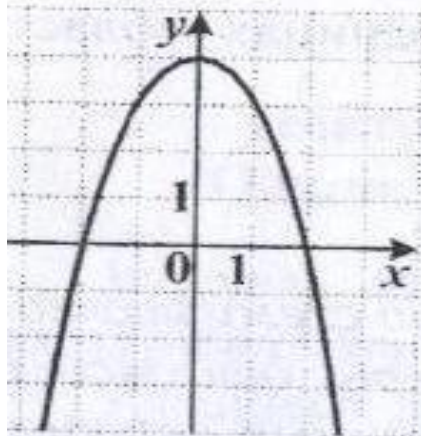


Рис. 4

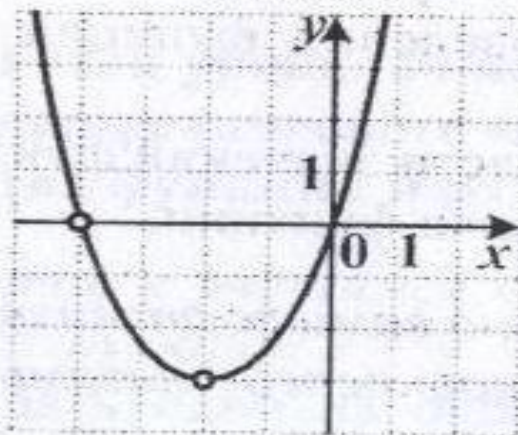


Рис. 5

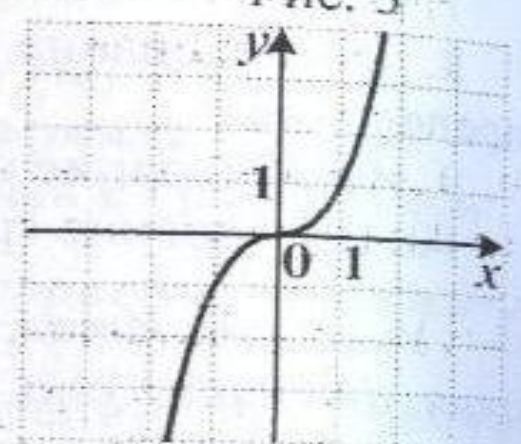


Рис. 6

# *Разминка*



Функция  $y = f(x)$  задана графиком. Укажите область определения этой функции.

1 [-2; 6]

2 [-5; 7]

3 [-2; 4]

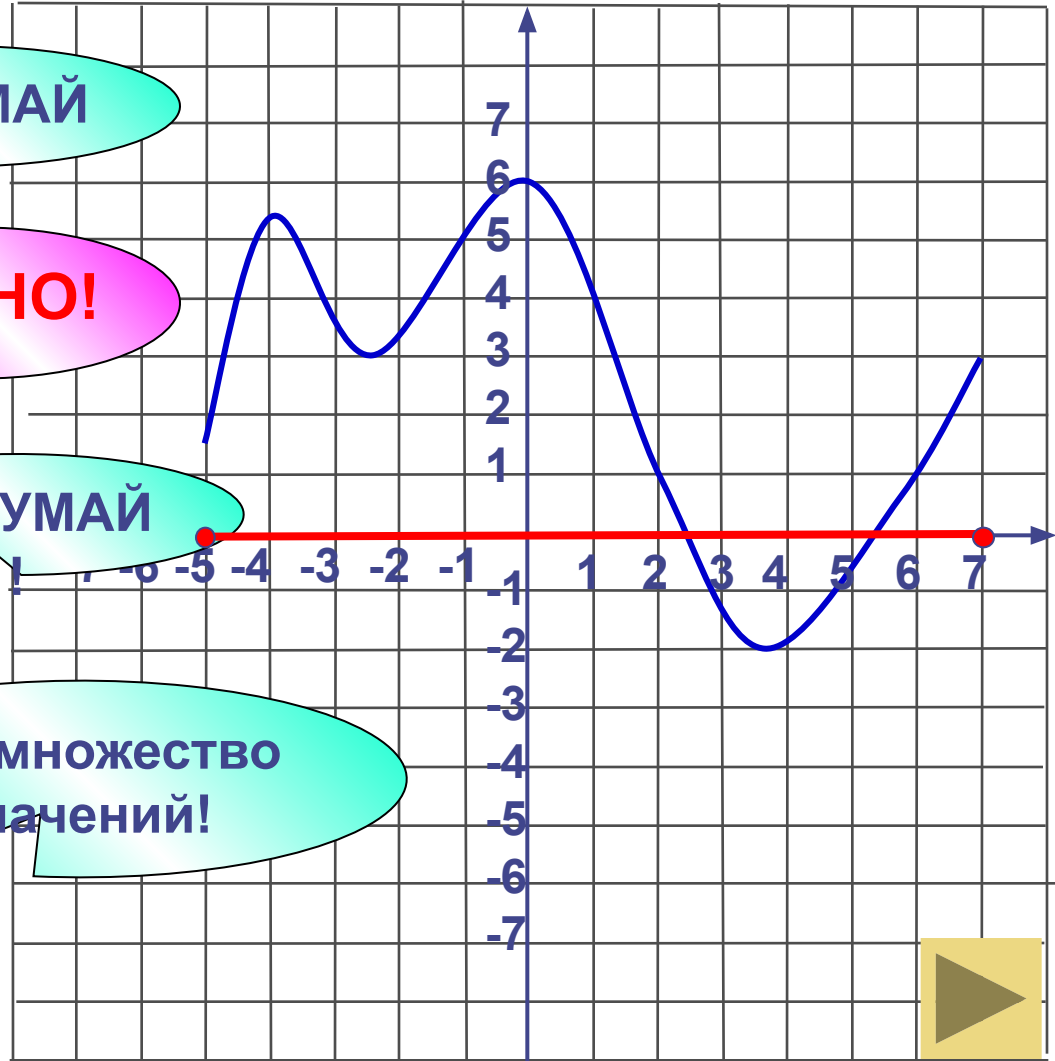
4 [- 2; 6]

ПОДУМАЙ

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ

Это множество значений!



Проверка

Функция  $y = f(x)$  задана графиком.  
Укажите множество значений этой функции.

Верно!

1  $[0; 5]$

2  $[0; 2) \cup (2; 5]$

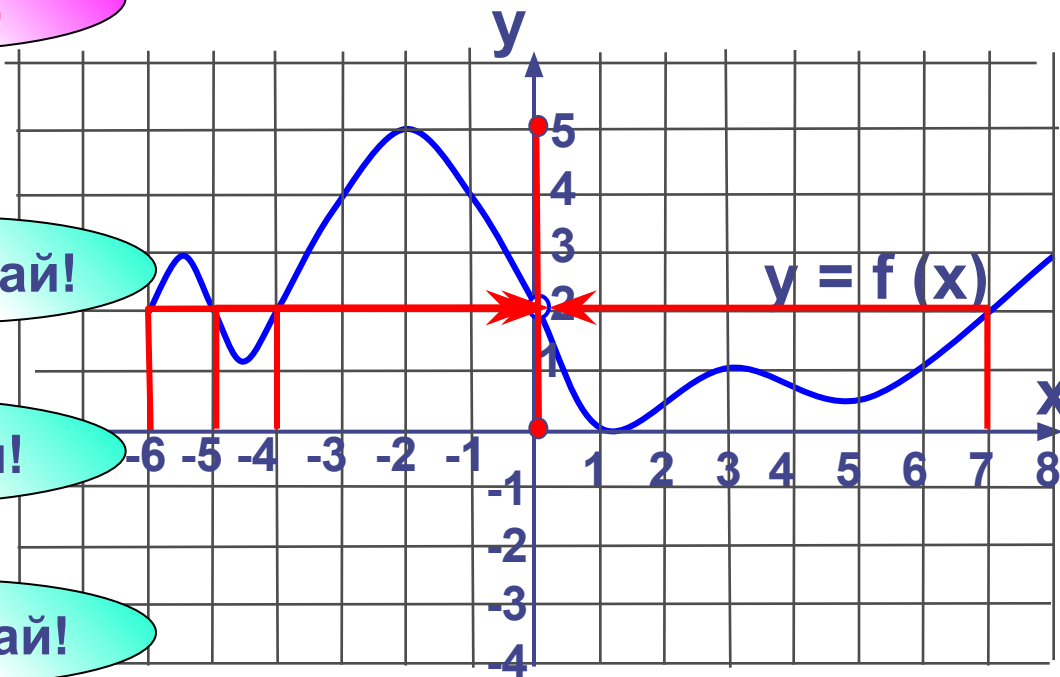
3  $[-6; 0)$

4  $[-6; 8]$

Подумай!

Подумай!

Подумай!



Проверка (2)



Функция  $y = f(x)$  определена графиком. Укажите промежуток, на котором она принимает только положительные значения.

1

(1; 3)

ПОДУМАЙ

2

(-1; 3)

ВЕРНО!

3

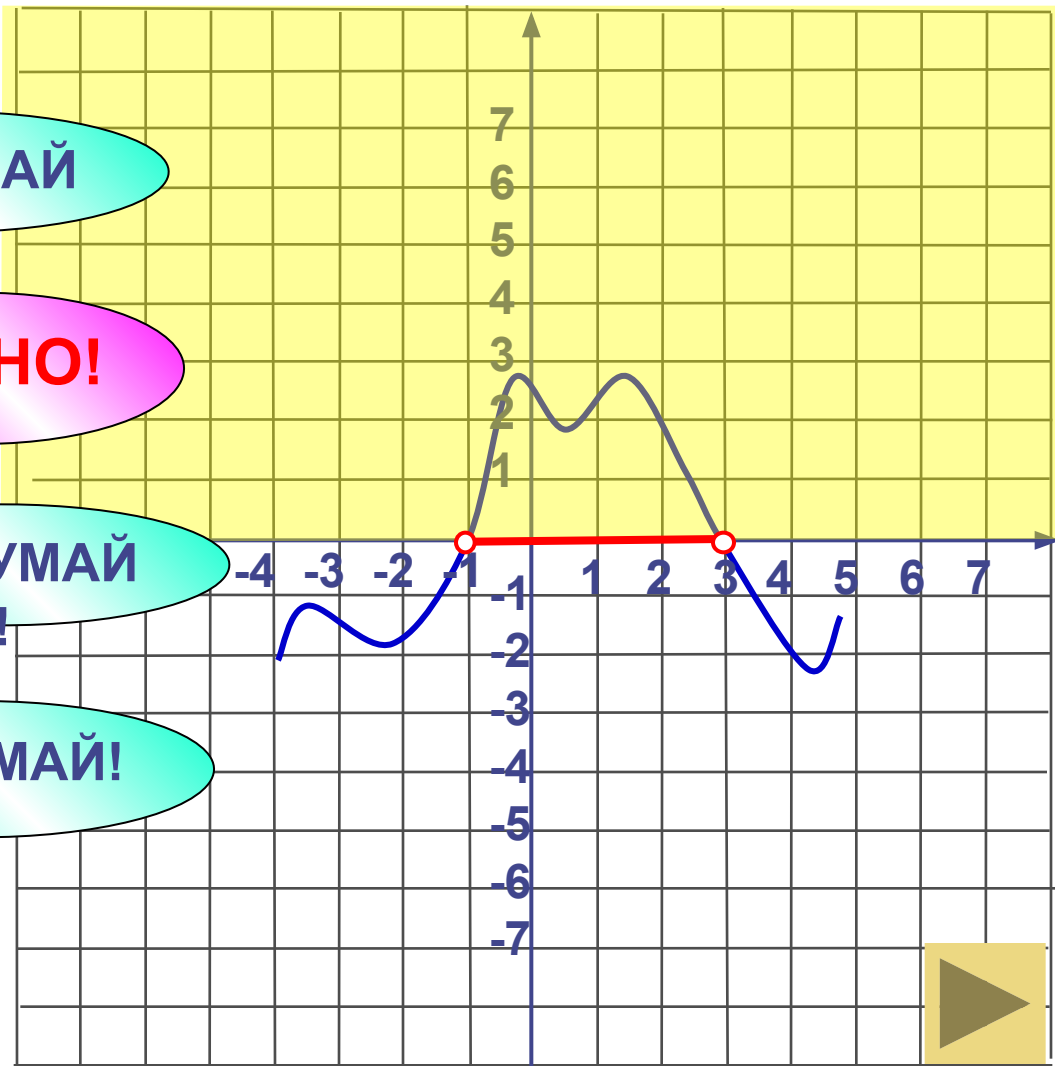
(-2; -1)

ПОДУМАЙ

4

[-1; 3]

ПОДУМАЙ!



Проверка

Функция  $y = f(x)$  задана графиком.  
Найдите наибольшее значение функции.

1 1

ПОДУМАЙ!

2 3

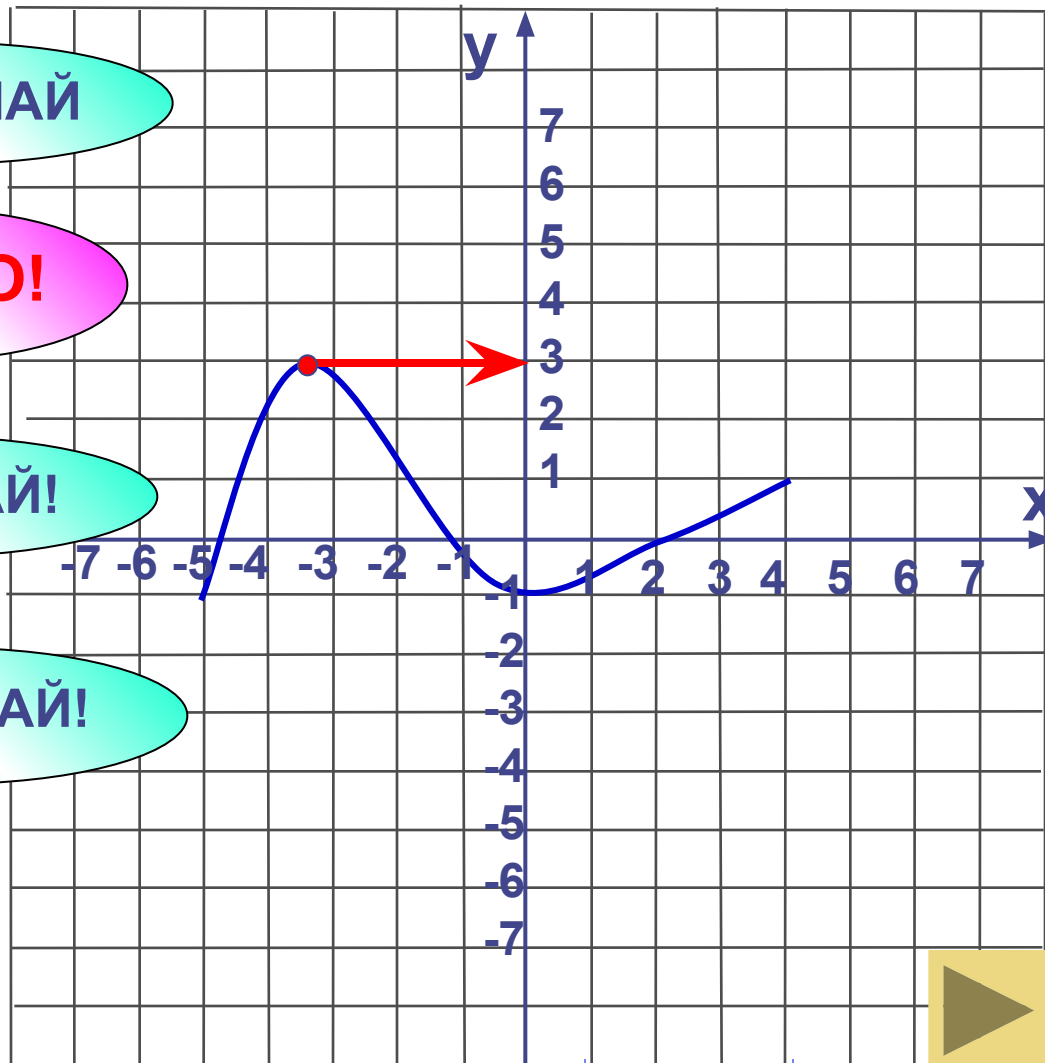
ВЕРНО!

3 5

ПОДУМАЙ!

4 -1

ПОДУМАЙ!



Проверка

Функции  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$  заданы графически на интервале  $(-4; 8)$ . Укажите те значения аргумента, при которых выполнено неравенство  $f(x) < g(x)$

1  $(-4; 4)$

ПОДУМАЙ!

2  $(1; 4)$

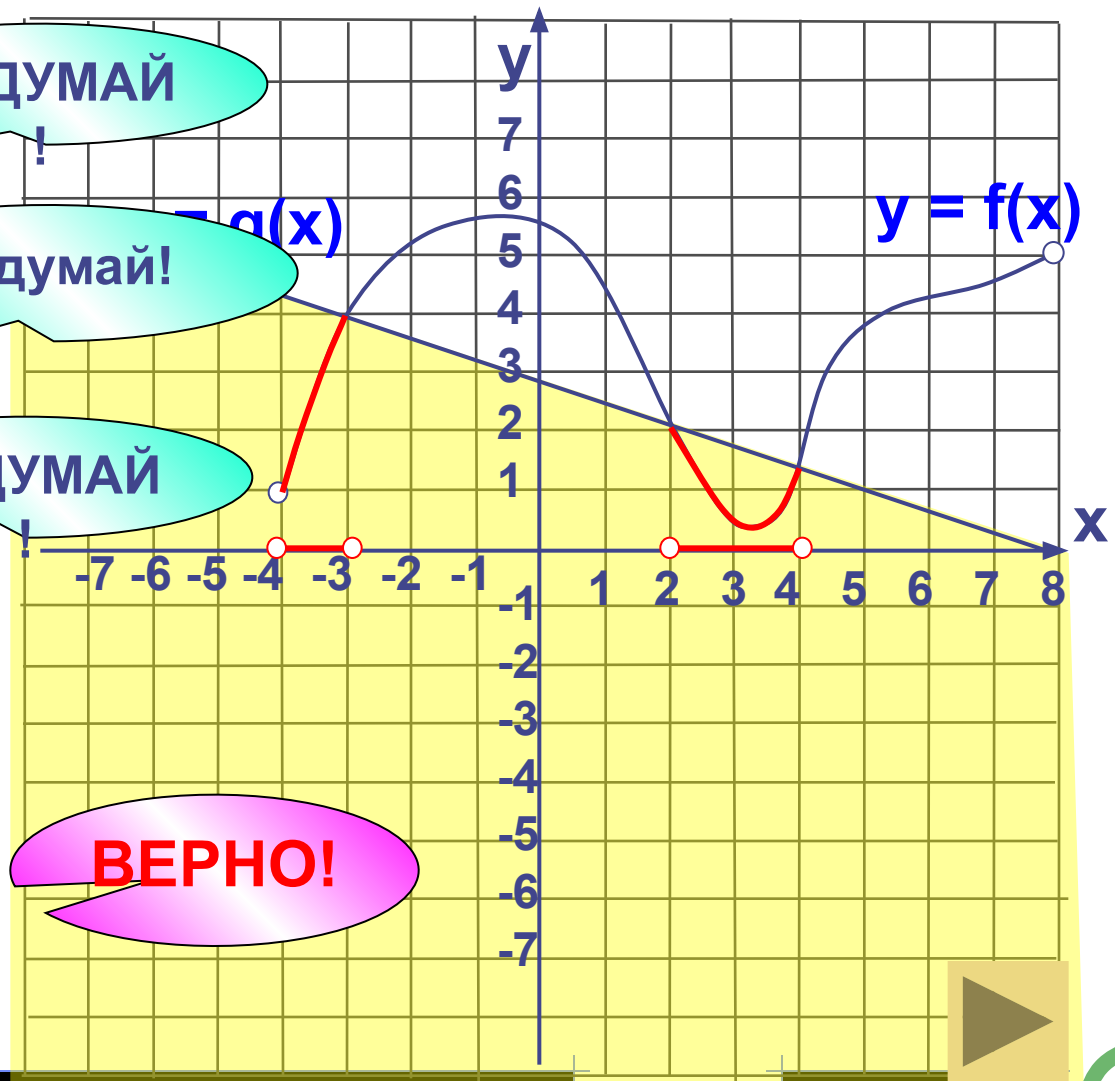
Подумай!

3  $(-4; 3) \cup (4; 8)$

ПОДУМАЙ!

4  $(-4; -3) \cup (2; 4)$

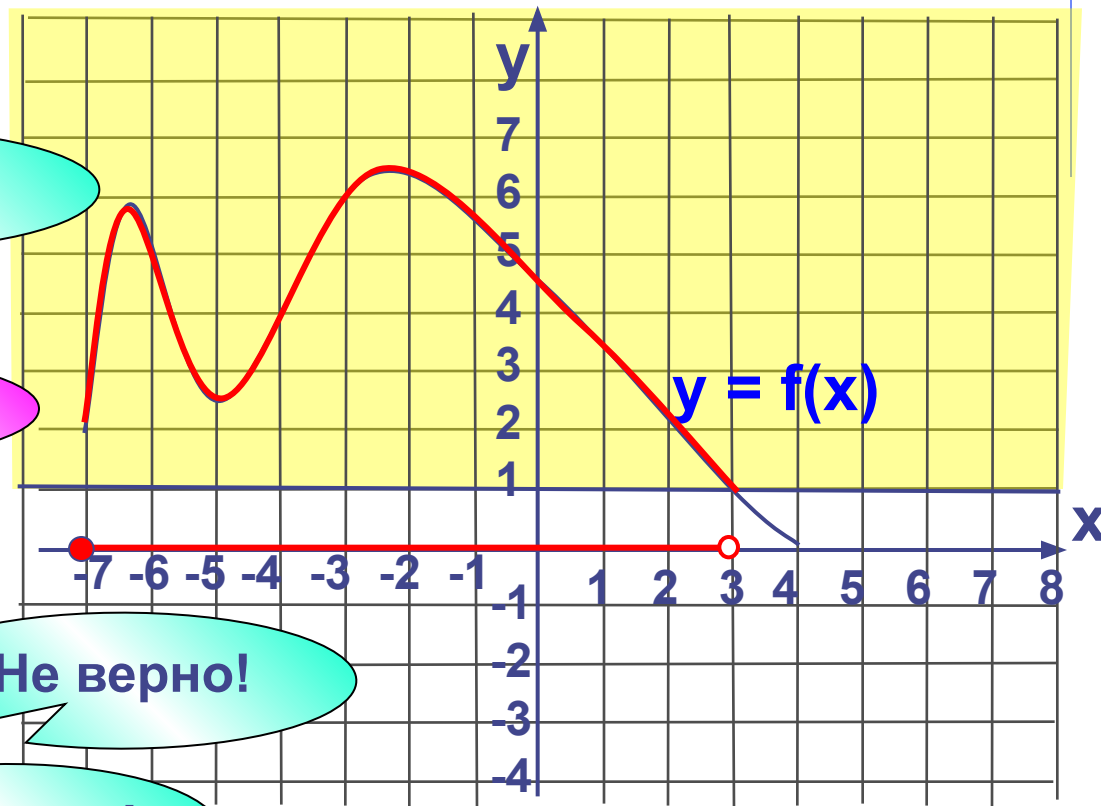
ВЕРНО!



Проверка



Функция  $y = f(x)$  задана графически на промежутке  $[-7; 4]$ . Укажите те значения аргумента, при которых выполнено неравенство  $f(x) > 1$



1  $[-7; 0)$

Не верно!

2  $[-7; 3)$

Верно!

3  $(-4; 3) \cup (4; 8)$

Не верно!

4  $(-7; 4)$

Не верно!

Проверка

Функция  $y = f(x)$  определена графиком.  
Решите неравенство  $f(x) < 0$

1 (-5; -1)

Не верно!

2 (0; 5)

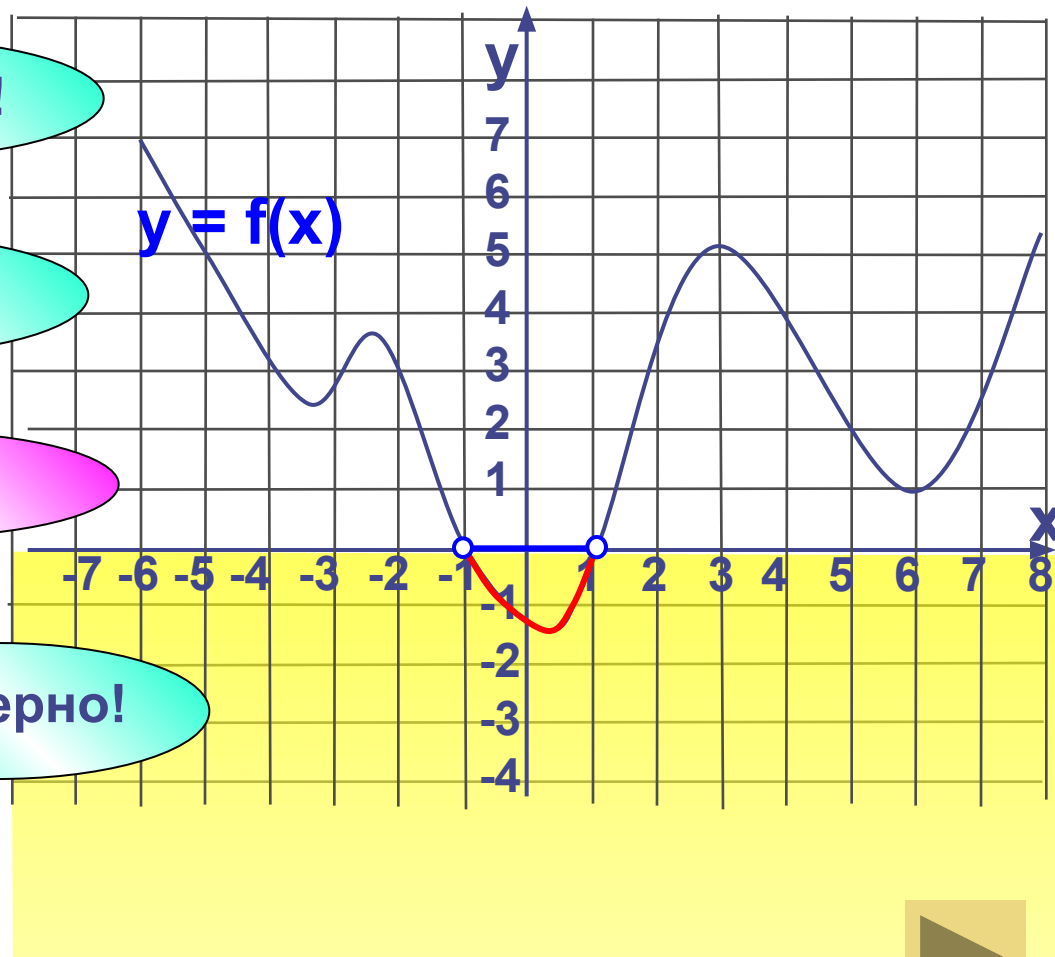
Не верно!

3 (-1; 1)

Верно!

4 (-2; -1)

Не верно!



Проверка

Функция  $y = f(x)$  задана графиком.  
Укажите функцию, график которой изображен на рисунке.

1  $y = -1 - x$ ;  $x = 1$ , то  $y = -2$

ВЕРНО!

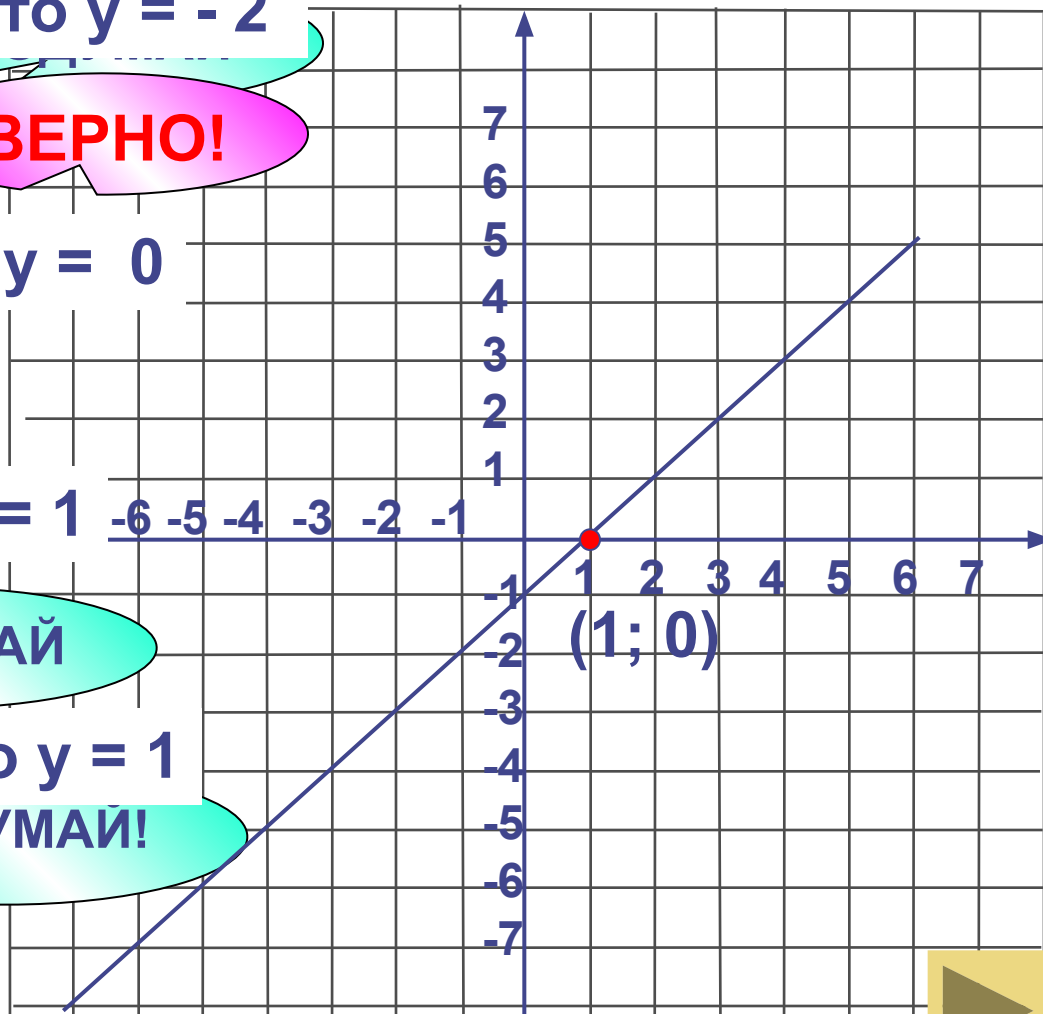
2  $y = x - 1$ ;  $x = 1$ , то  $y = 0$

3  $y = x$ ;  $x = 1$ , то  $y = 1$

ПОДУМАЙ

4  $y = 2x - 1$ ;  $x = 1$ , то  $y = 1$

ПОДУМАЙ!



Проверка (4)





Функция  $y = f(x)$  задана графиком.

Укажите функцию, график которой изображен на рисунке.

1  $y = 2^{-x}; \quad x = 1, \text{ то } y = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

ПОДУМАЙ!

ВЕРНО!

2  $y = 2^{x-1} - 1;$

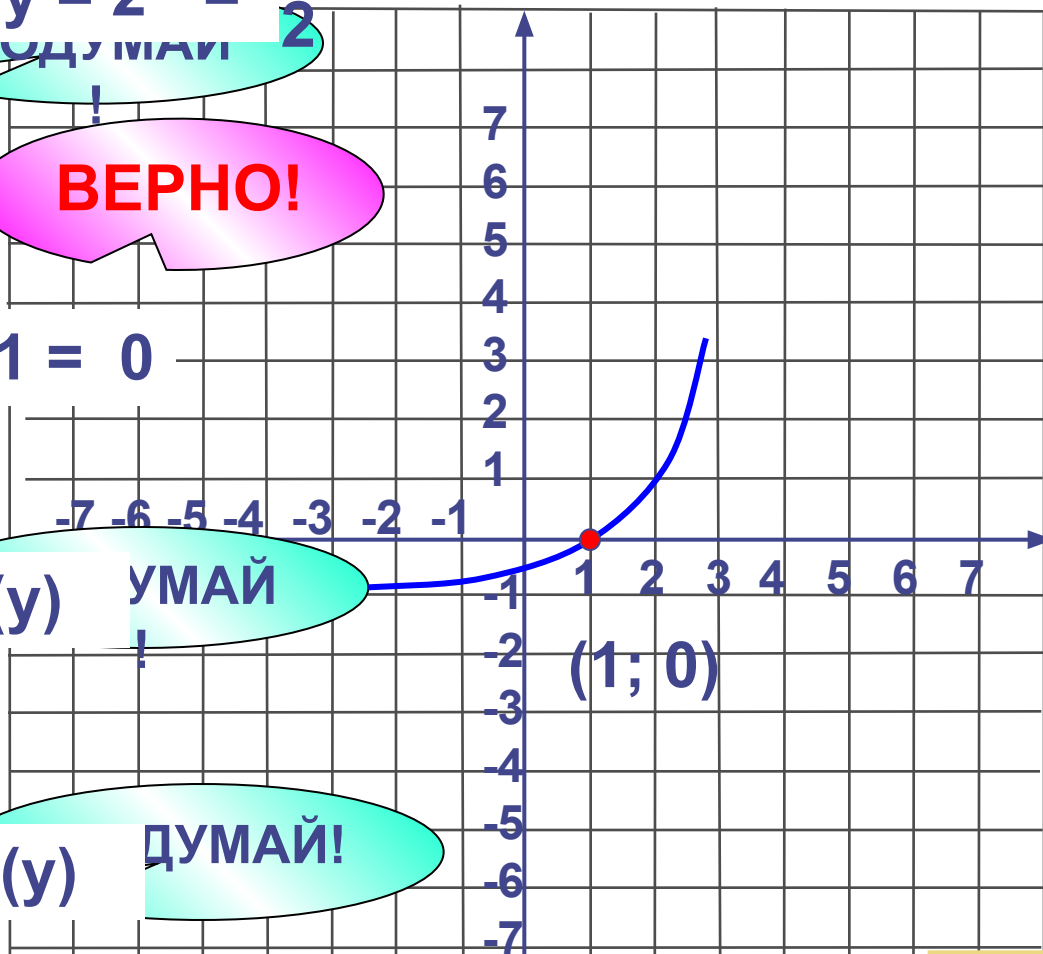
$x = 1, \text{ то } y = 2^{1-1} - 1 = 0$

3  $y = \log_2(x - 1);$

$x = 1 \notin D(y)$  УМАЙ!

4  $y = \log_{0,5}(x - 1).$

$x = 1 \notin D(y)$  ДУМАЙ!

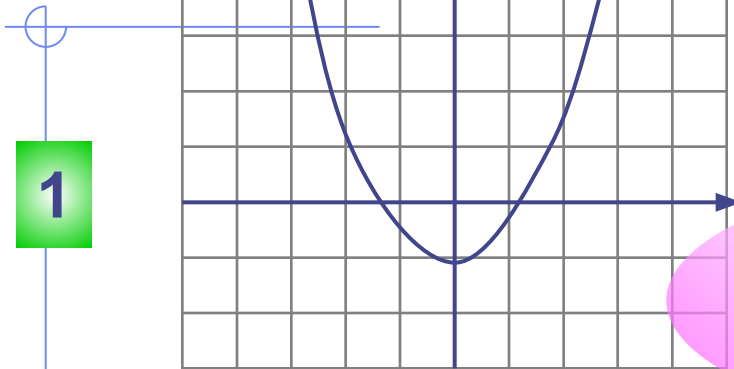


Проверка (4)

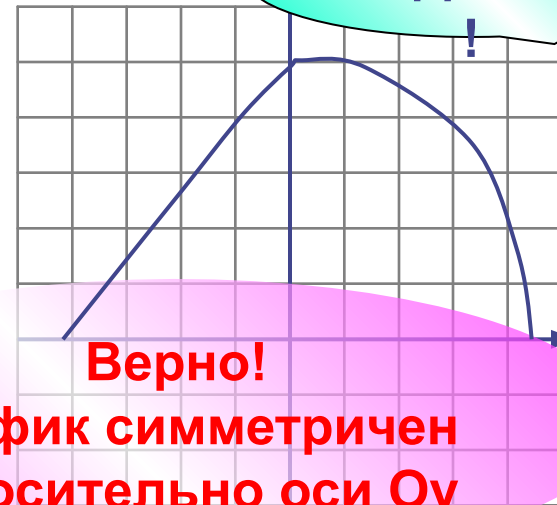


Укажите график четной функции.

ПОДУМАЙ!

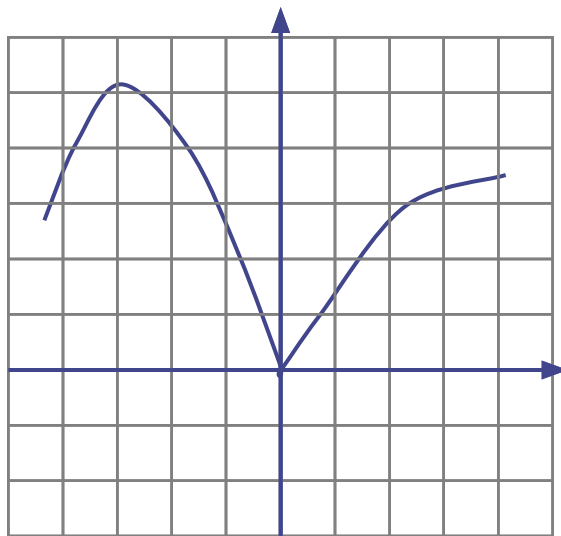


ПОДУМАЙ!

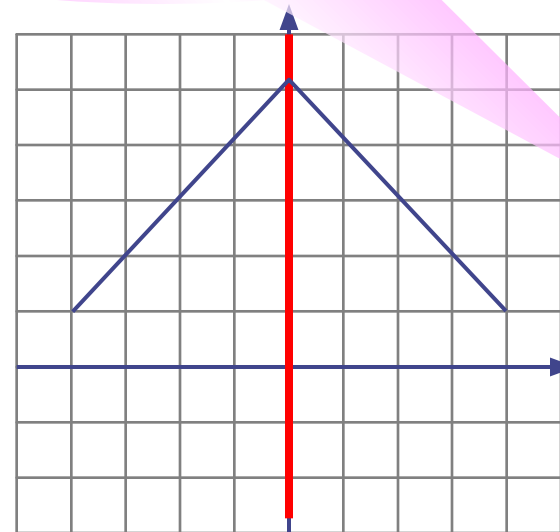


Верно!  
График симметричен  
относительно оси  $Oy$

3



4



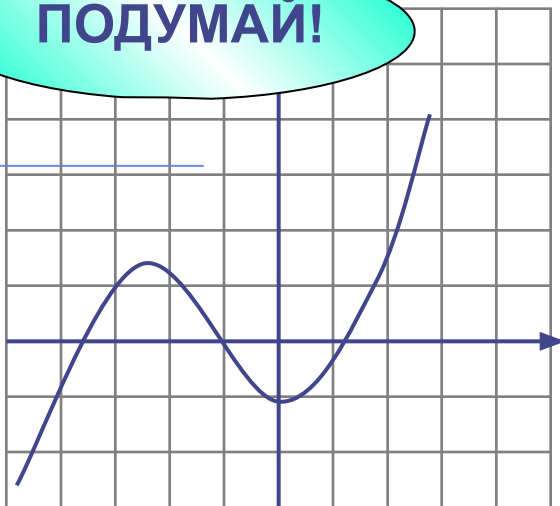
ПОДУМАЙ!



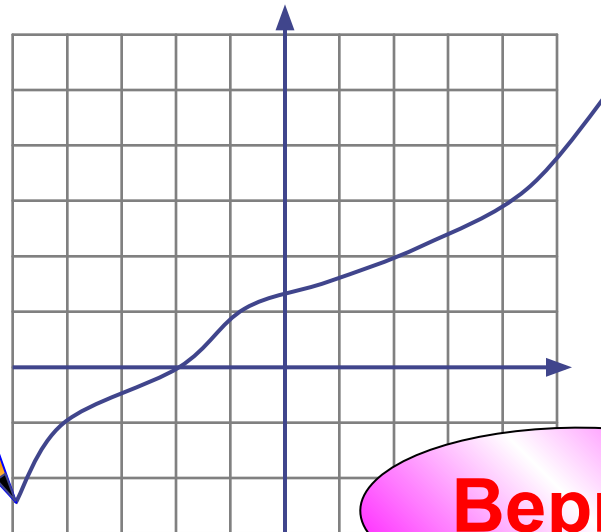
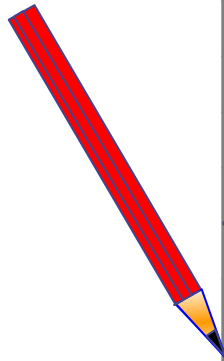
Укажите график возрастающей функции.

ПОДУМАЙ!

1

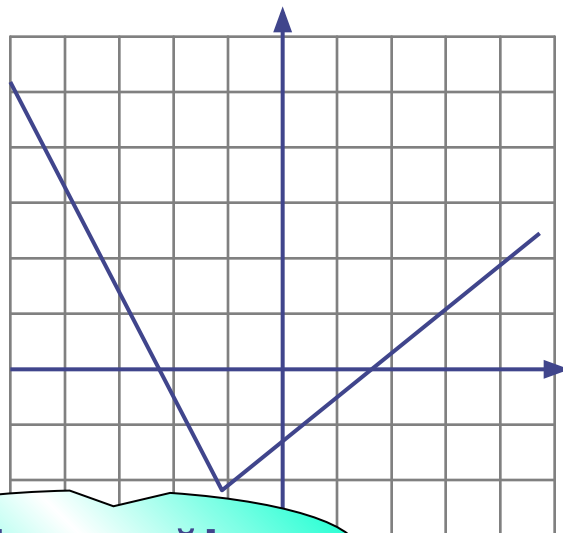


3



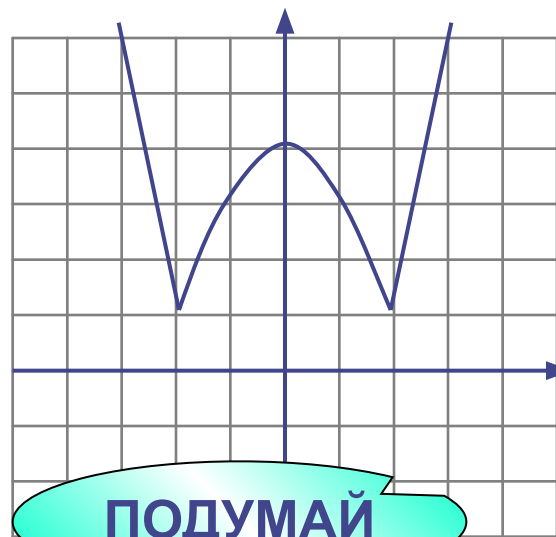
Верно!

2



Подумай!

4

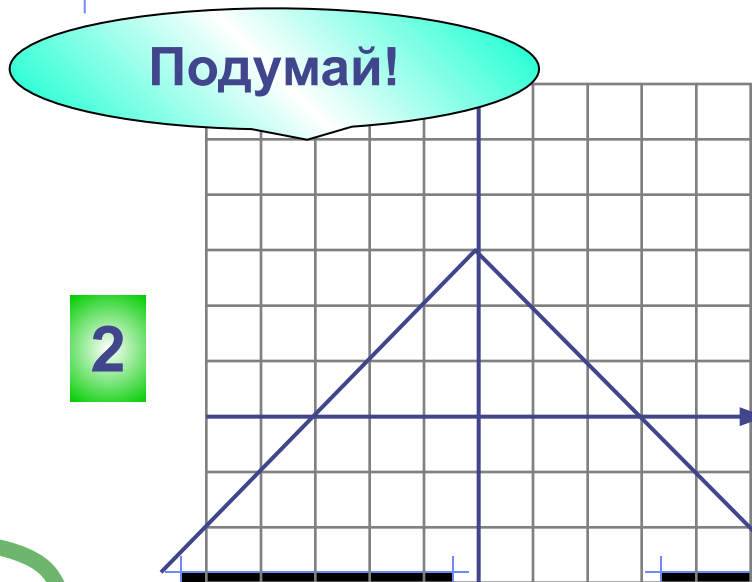
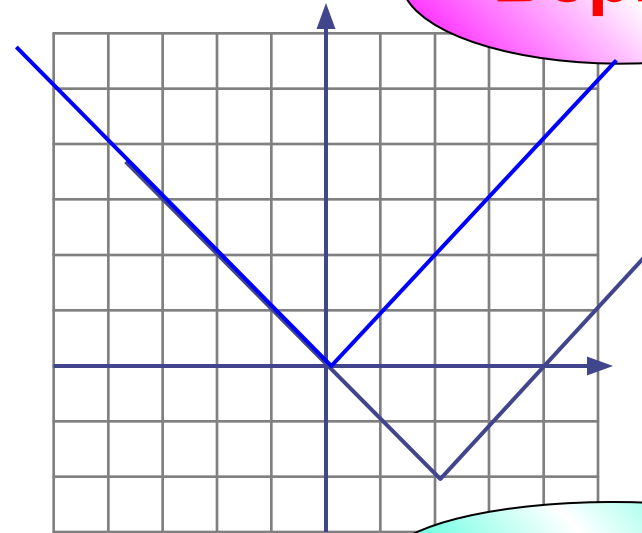
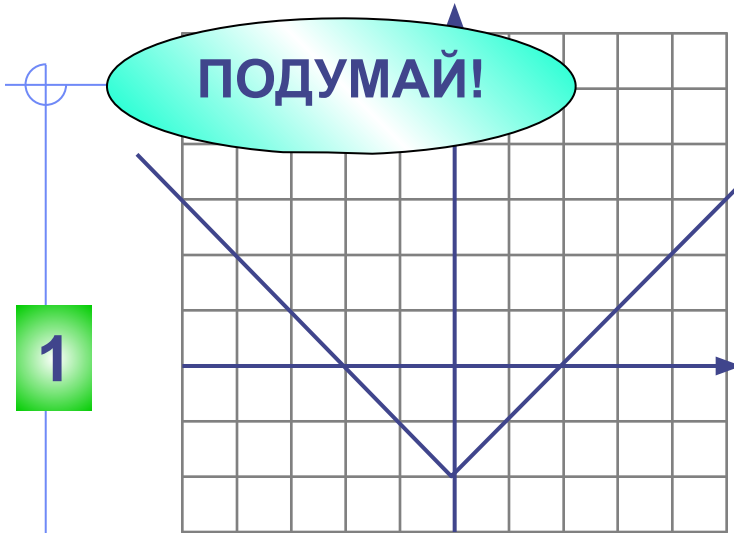


ПОДУМАЙ



Укажите график функции, заданной формулой

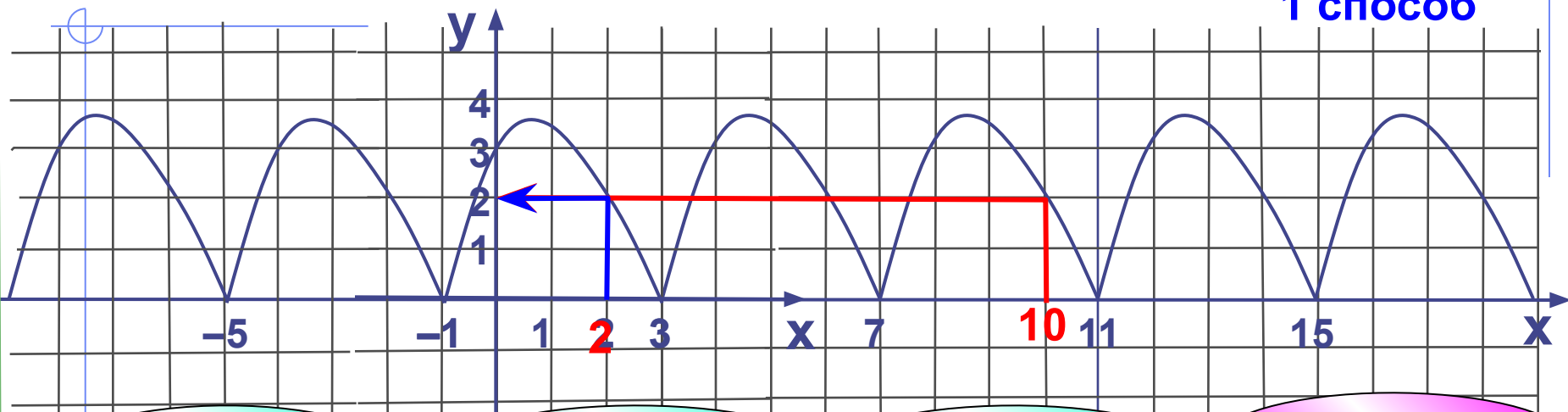
$$y = |x - 2| - 2$$



Функция  $y = f(x)$ , имеющая период  $T = 4$  задана графиком на промежутке  $[-1; 3]$ .

Найдите значение этой функции при  $x = 10$ .

1 способ



Не верно!

1 4

Не верно!

2 1

Не верно!

3 3

Верно!

4 2

2 способ

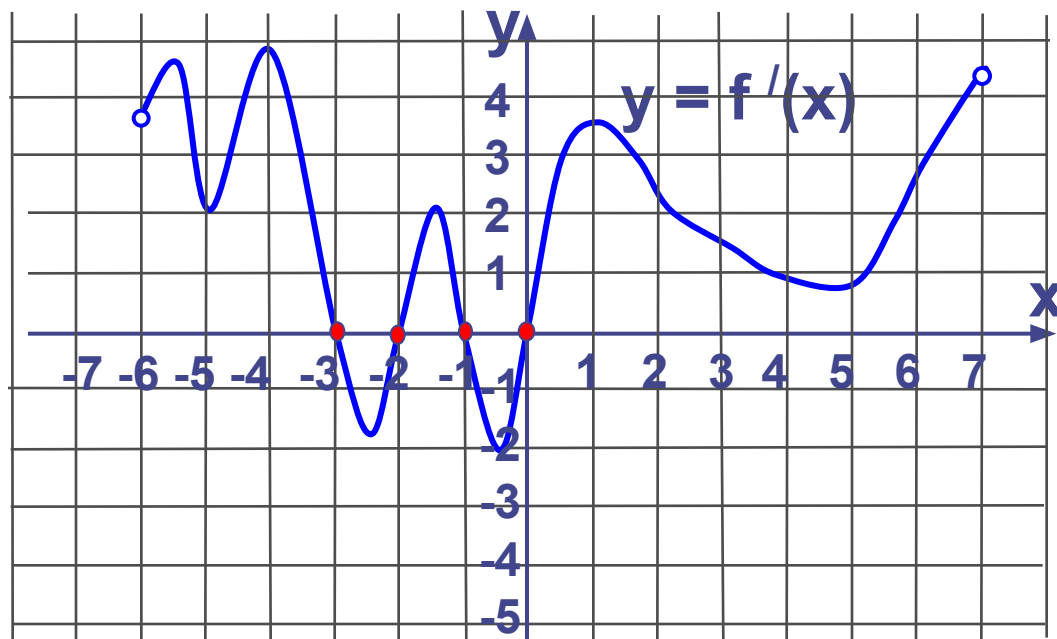
$$f(x+T) = f(x) = f(x-T)$$

$$f(10) = f(6) = f(2) = \dots$$

Проверка (2)



На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-6; 7)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек минимума.



**Верно!**

1

2

Не верно!

2

3

Не верно!

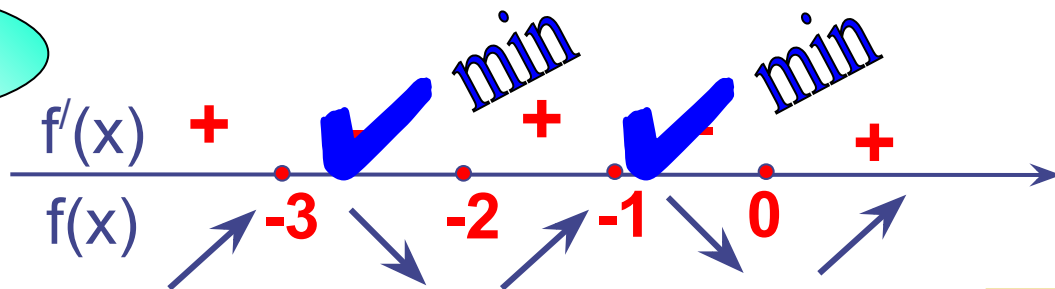
3

8

Не верно!

4

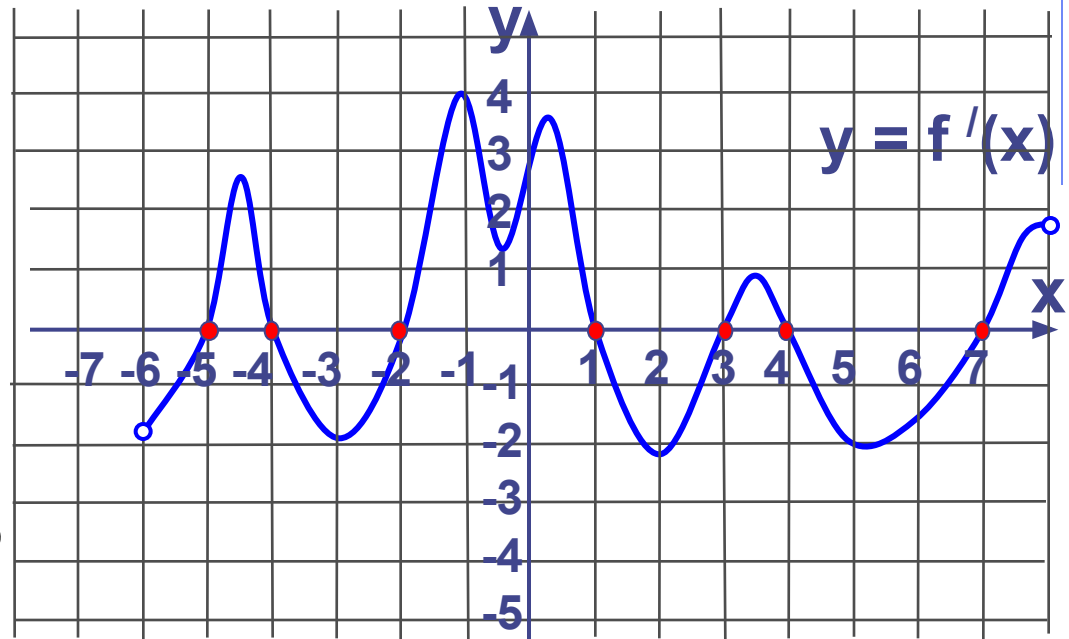
4



**Проверка (2)**



На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-6; 8)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек максимума.



1

7

Не верно!

2

3

Верно!

3

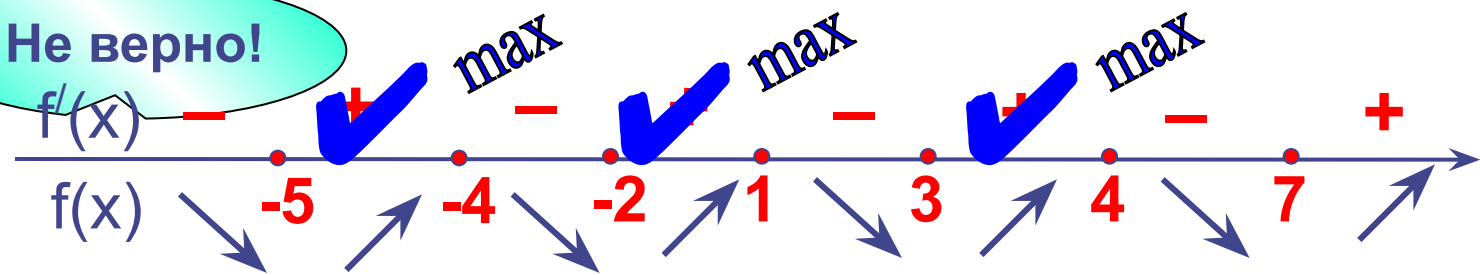
8

Не верно!

4

4

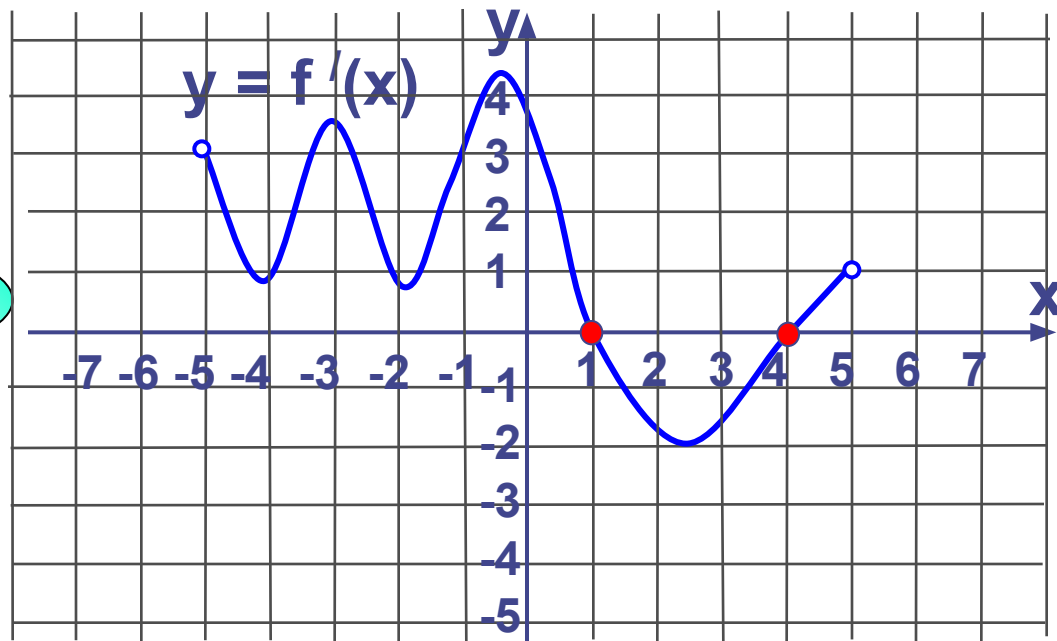
Не верно!



Проверка (2)



На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-5; 5)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на монотонность и укажите число ее промежутков убывания.



1

3

Не верно!

2

2

Не верно!

3

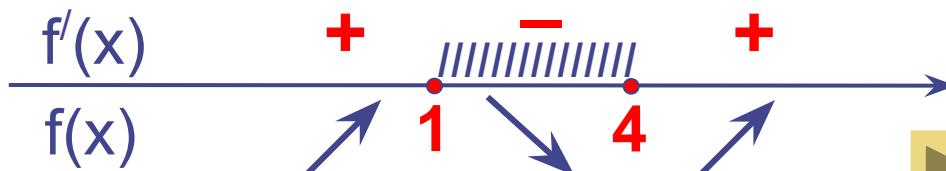
1

Верно!

4

4

Не верно!

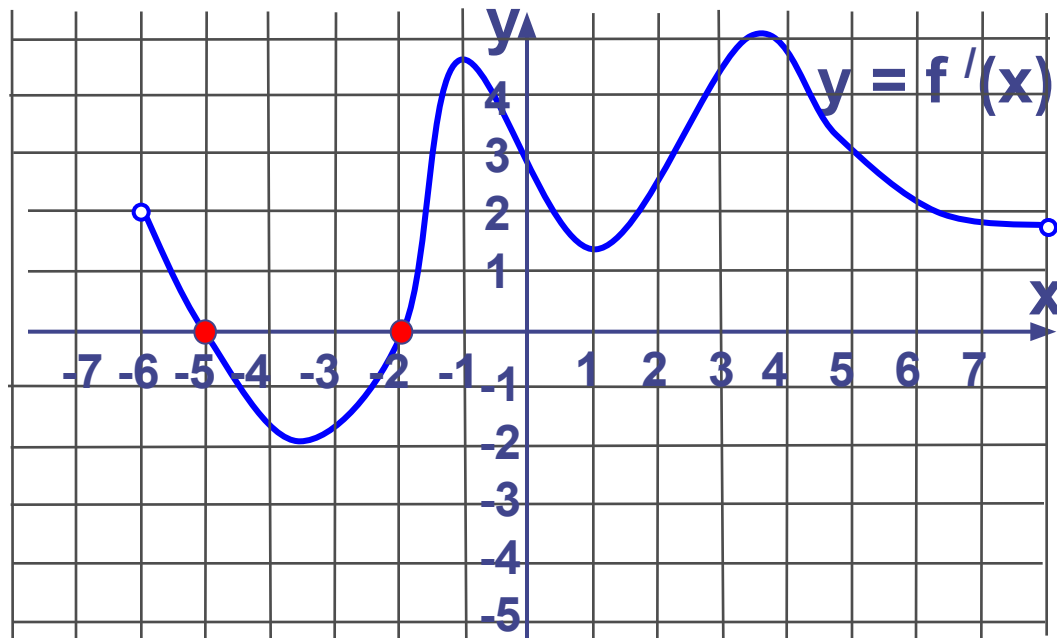


Проверка (2)





На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-6; 8)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек экстремума.



1

5

Не верно!

2

2

Верно!

3

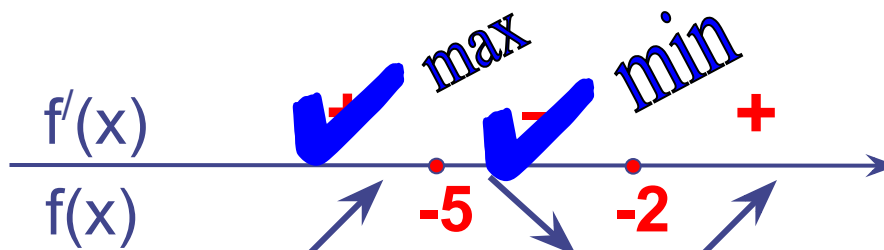
1

Не верно!

4

4

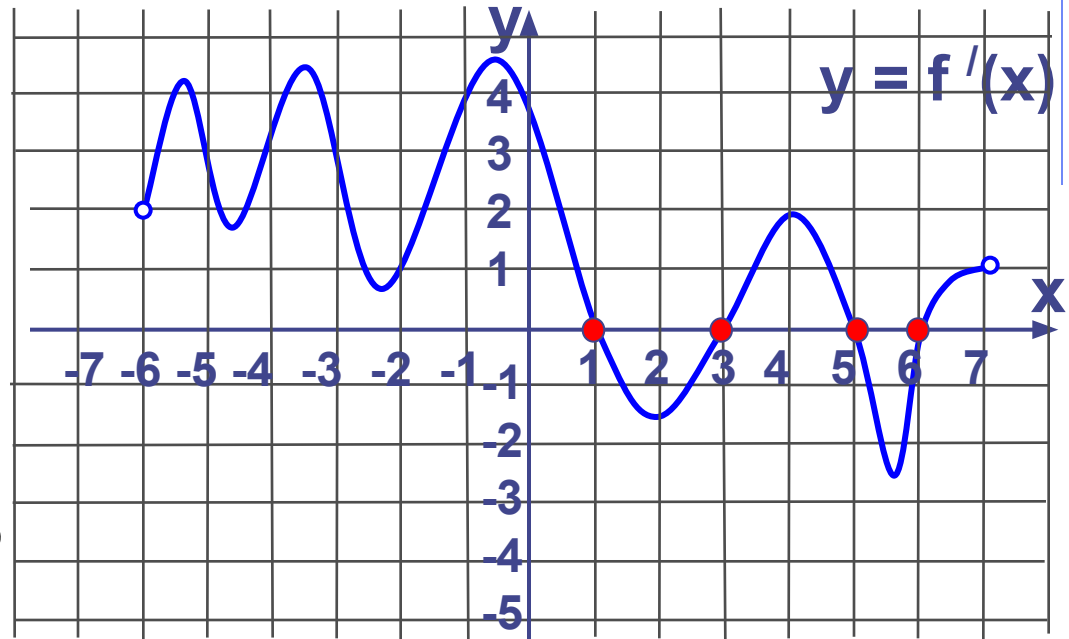
Не верно!



Проверка (2)



На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-6; 7)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек экстремума.



1

8

Не верно!

2

4

Верно!

3

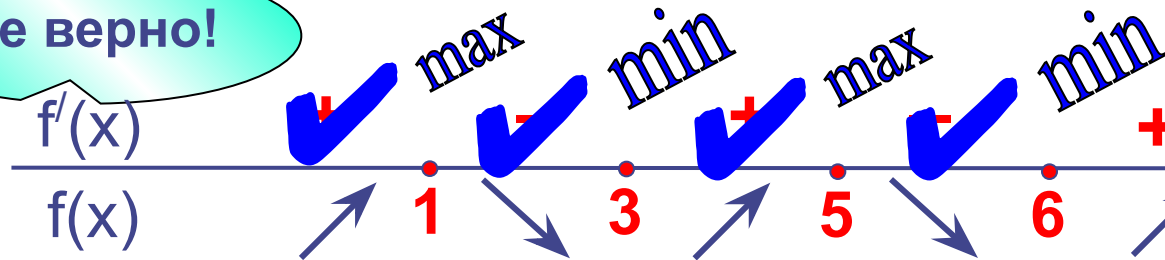
2

Не верно!

4

1

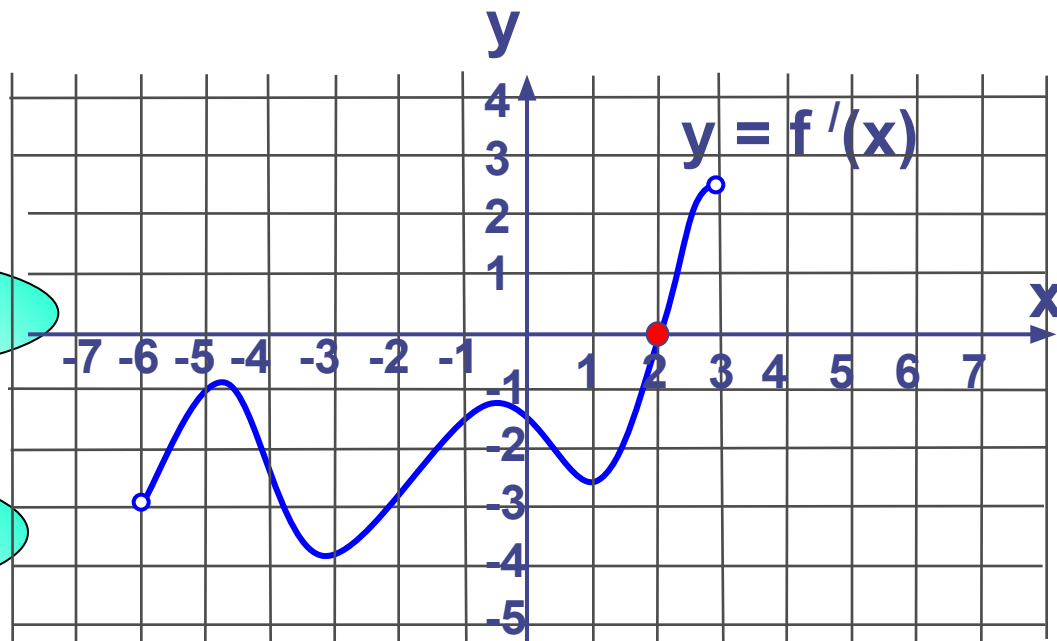
Не верно!



Проверка (2)



Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке на промежутке  $(-6; 3)$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите длину промежутка убывания этой функции.



1

8

Верно!

2

6

Не верно!

3

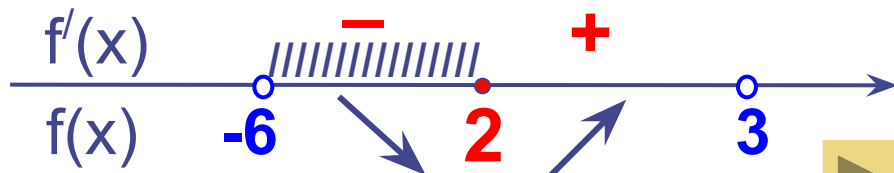
4

Не верно!

4

9

Не верно!



Проверка (2)

Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 3)$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку  $a$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение.

1

2

Не верно!

2

-2

Не верно!

3

-4

Не верно!

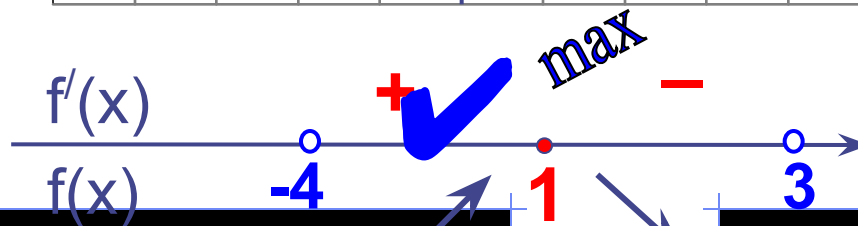
4

1

Верно!



Проверка (2)



Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-5; 4)$ .  
 На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку  $a$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение.

1 **Верно!**

2

2 **Не верно!**

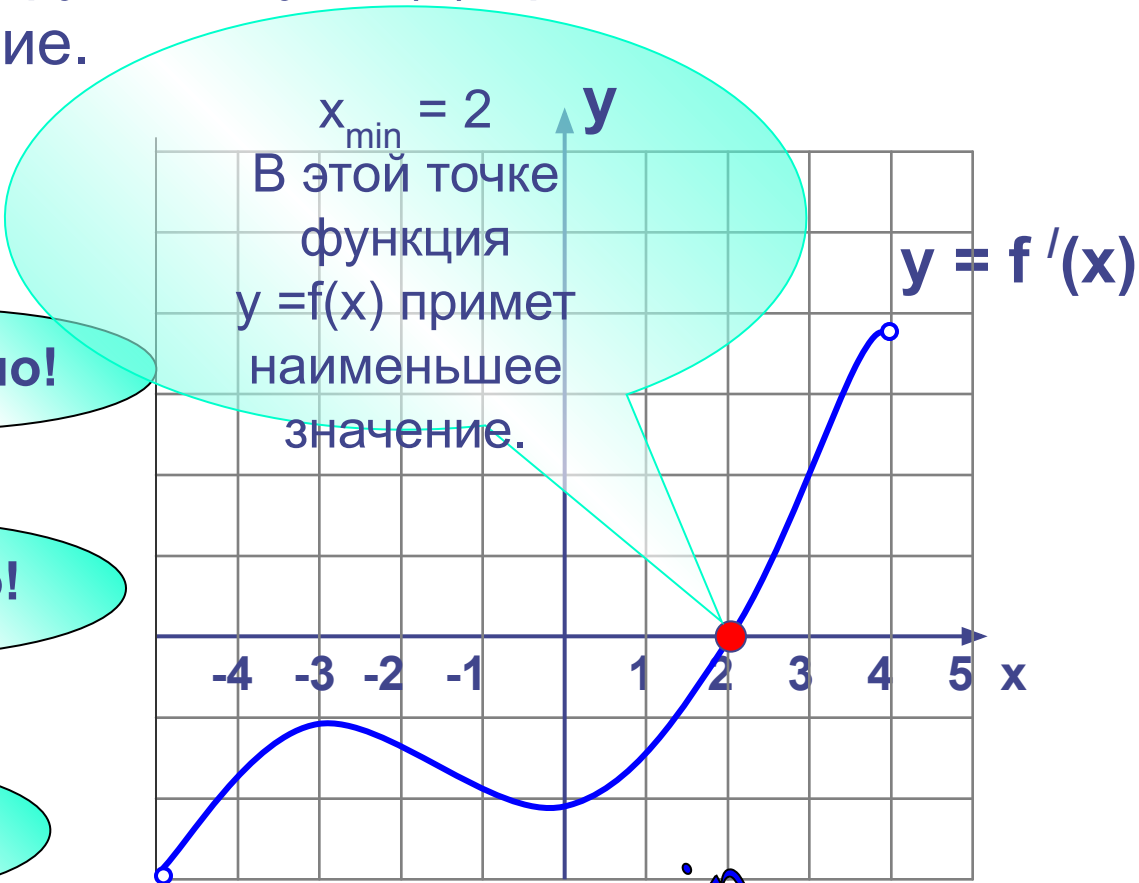
0

3 **Не верно!**

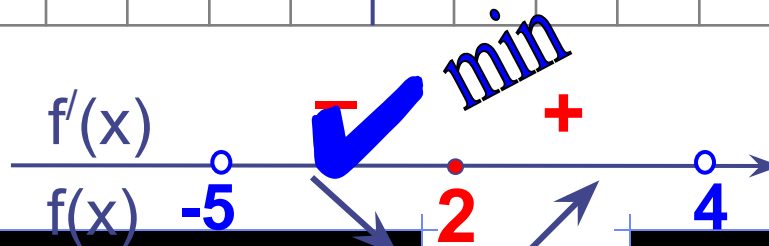
-5

4 **Не верно!**

-3



**Проверка (2)**



# III этап. Разноуровневая работа

1 группа – карточки жёлтые.

2 группа – карточки розовые.

3 группа – разбираем решение задания:

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых в области определения функции не содержится ни одного двузначного числа

$$y = \sqrt{\log_a x - \log_a (ax + 1)}$$

# IV этап. Домашнее задание

- Тест по теме «Функция и её свойства»

