



# Функция. Свойства функции.

БАЙДАРОВОЙ АЛУА 11 «В»

# Содержание

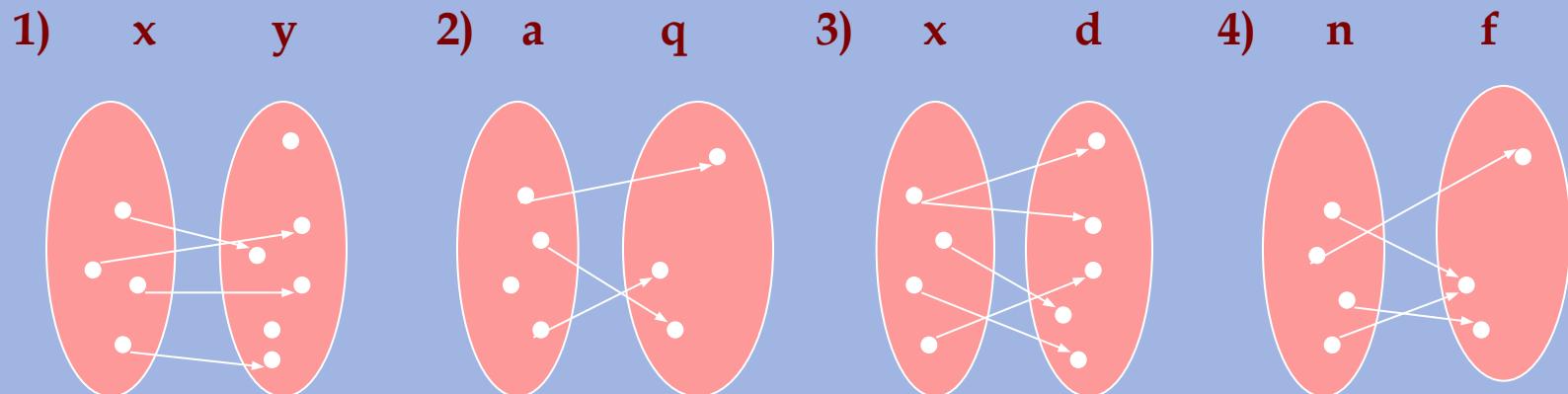
- 1      Определение функции.
- 2      Способы задания функции.
- 3      График функции.
- 4      Алгоритм описания свойств функции.
- 5      Свойства функции.

**Числовой функцией** называется соответствие (зависимость), при котором каждому значению одной переменной сопоставляется по некоторому правилу единственное значение другой переменной.

Обозначают латинскими (иногда греческими) буквами : f, q, h, y, p и т.д.

### Задание 1.

Определите, какая из данных зависимостей является функциональной



- 1. Функция**, т.к. каждому значению переменной **x** ставится в соответствие единственное значение переменной **y**
- 2. Не функция**, т.к. не каждому значению переменной **a** ставится в соответствие единственное значение переменной **q**
- 3. Не функция**, т.к. одному из значений переменной **x** ставится в соответствие не единственное значение переменной **d**
- 4. Функция**, т.к. каждому значению переменной **n** ставится в соответствие единственное значение переменной **f**

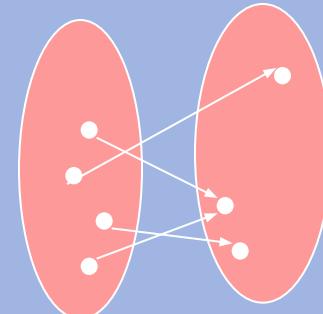
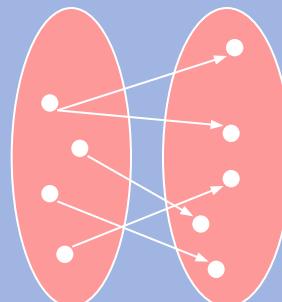
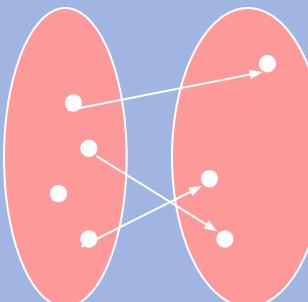
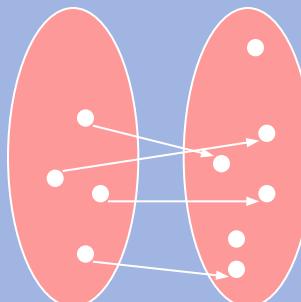
1)

x      y

2) a      q

3) x      d

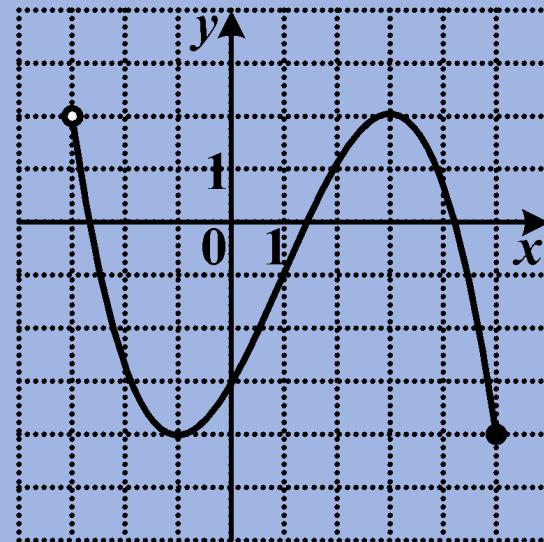
4) n      f



# Способы задания функций

- Аналитический (с помощью формулы)  
 $y(x) = 2x^2 - \sqrt{2}x - 5$
- Графический
- Табличный

x	-39	8	-2
y	3	0	-7



- Описательный (словесное описание)  
Сила равна скорости изменения импульса

# График функции

Графиком функции  $f$  называют множество всех точек  $(x; y)$  координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты равны соответствующим значениям функции.

## Задание 2.

Определите, какой из данных графиков является графиком функции

Рис.1

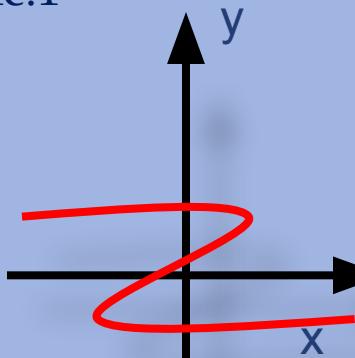


Рис.2

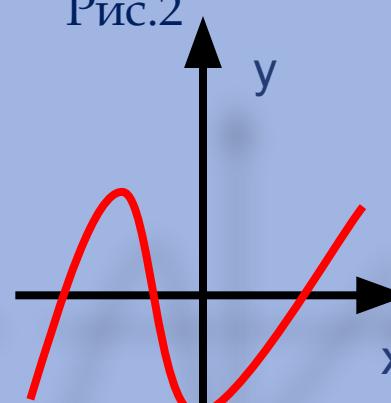


Рис.3

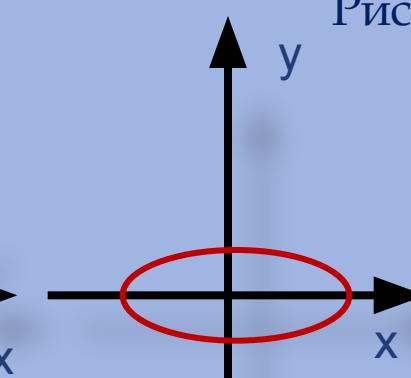
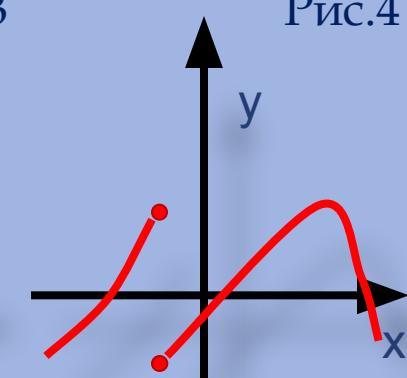


Рис.4



НЕ ЯВЛЯЮТСЯ графиками функций рис.1, рис. 3, рис. 4

## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

### Алгоритм описания свойств функции

1. Область определения
2. Область значений
3. Нули функции
4. Четность
5. Промежутки знакопостоянства
6. Непрерывность
7. Монотонность
8. Наибольшее и наименьшее значения
9. Ограниченнность
10. Выпуклость

# 1.Область определения

*Область определения функции* – все значения, которые принимает независимая переменная.

Обозначается : D (f).

**Пример.** Функция задана формулой  $y = \frac{6}{x^2 - 9}$

Данная формула имеет смысл при всех значениях  $x \neq -3, x \neq 3$ ,  
поэтому  $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; +\infty)$

## 2. Область значений

*Область (множество) значений функции* – все значения, которые принимает зависимая переменная.

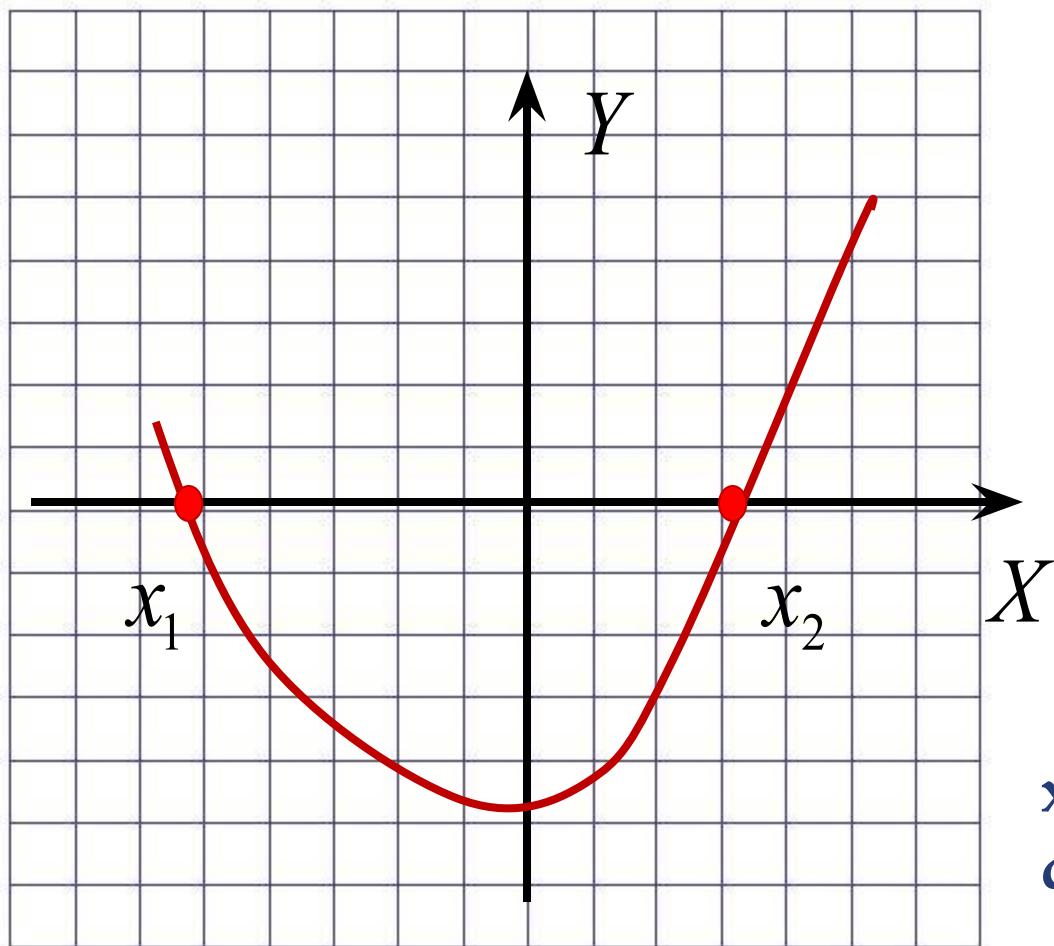
Обозначается : Е (f)

Пример. Функция задана формулой  $y=x^2 + 9$

Данная функция является квадратичной , график – парабола, вершина  $(0; 9)$   
поэтому  $E(y) = [9; +\infty)$

### 3. Нули

Нули функции  $y = f(x)$  называется такое значение аргумента  $x_0$ , при котором функция обращается в нуль:  $f(x_0) = 0$ . Нули функции - абсциссы точек пересечения с Ох

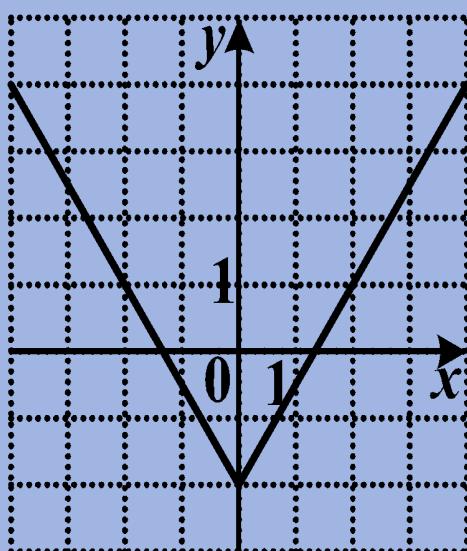


$x_1, x_2$  - нули  
функции

# 4.

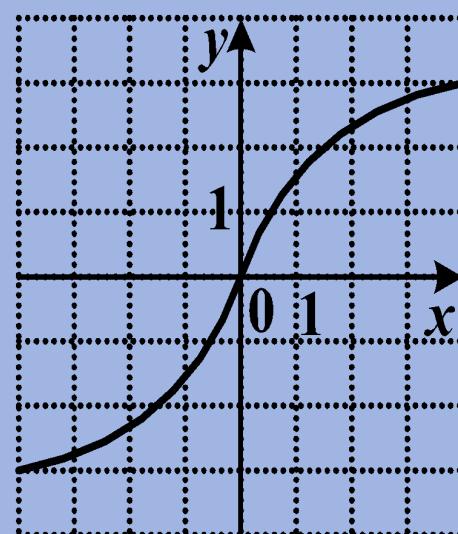
## Четная функция

Функция  $y = f(x)$  называется четной, если для любого  $x$  из области определения выполняется равенство  $f(-x) = f(x)$ . График четной функции симметричен относительно *оси ординат*.



## Нечетная функция

Функция  $y = f(x)$  называется нечетной, если для любого  $x$  из области определения выполняется равенство  $f(-x) = -f(x)$ . График нечетной функции симметричен относительно *начала координат*.

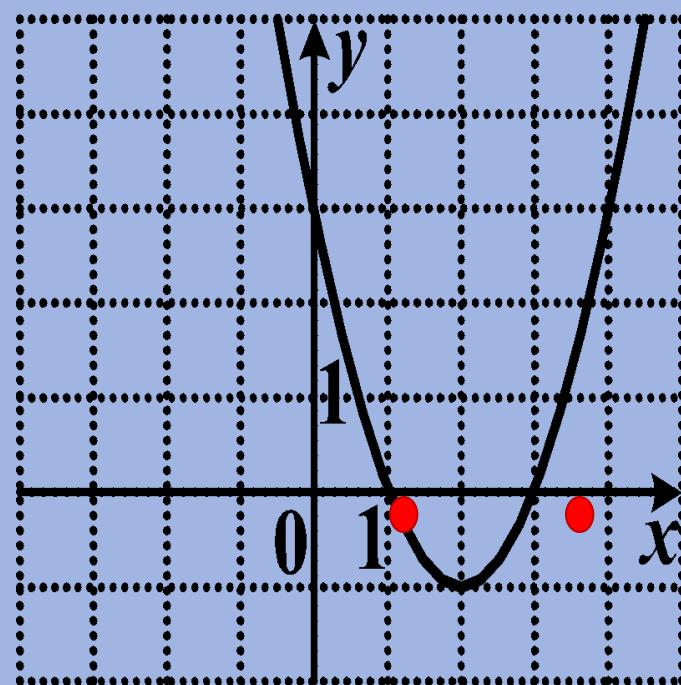


## 5. Промежутки знакопостоянства

Промежутки, на которых непрерывная функция сохраняет свой знак и не обращается в нуль, называются **промежутками знакопостоянства**.

$y > 0$  (график расположен выше оси  $OX$ ) при  $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ ,

$y < 0$  (график расположен ниже  $OX$ ) при  $x \in (1; 3)$



## 6. Непрерывность

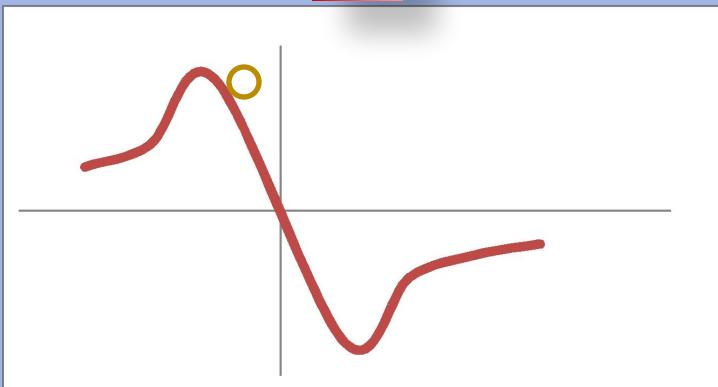
Функция называется **непрерывной** на промежутке, если она определена на этом промежутке и непрерывна в каждой точке этого промежутка.

Непрерывность функции на промежутке  $X$  означает, что график функции на всей области определения сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.

**Задание.** Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции .

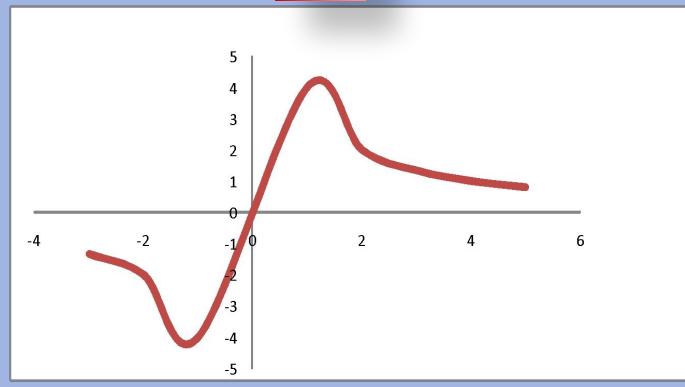
1

подумай



2

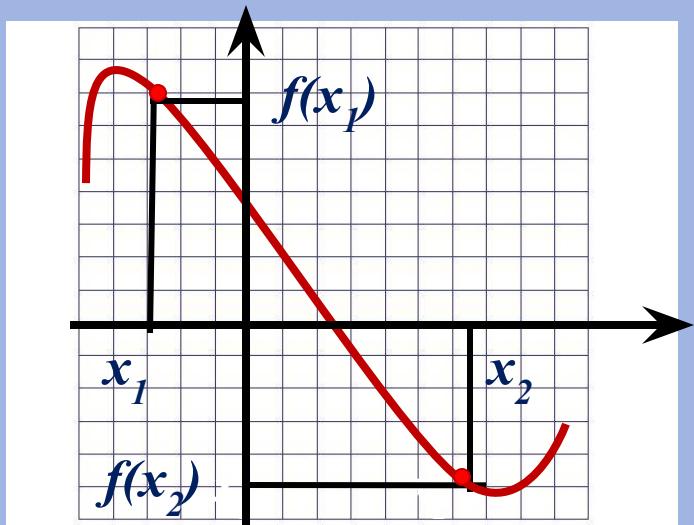
правильно



## 7. Монотонность

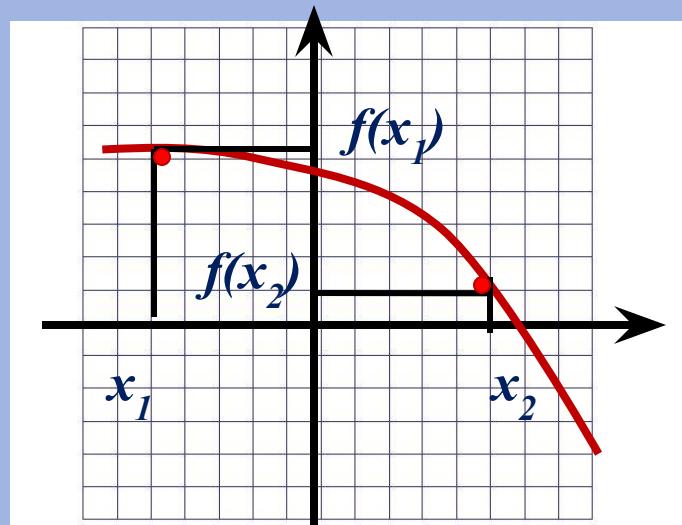
Функцию  $y = f(x)$  называют **возрастающей** на множестве  $X$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  из области определения, таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство

$$f(x_1) < f(x_2).$$



Функцию  $y = f(x)$  называют **убывающей** на множестве  $X$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  из области определения, таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$



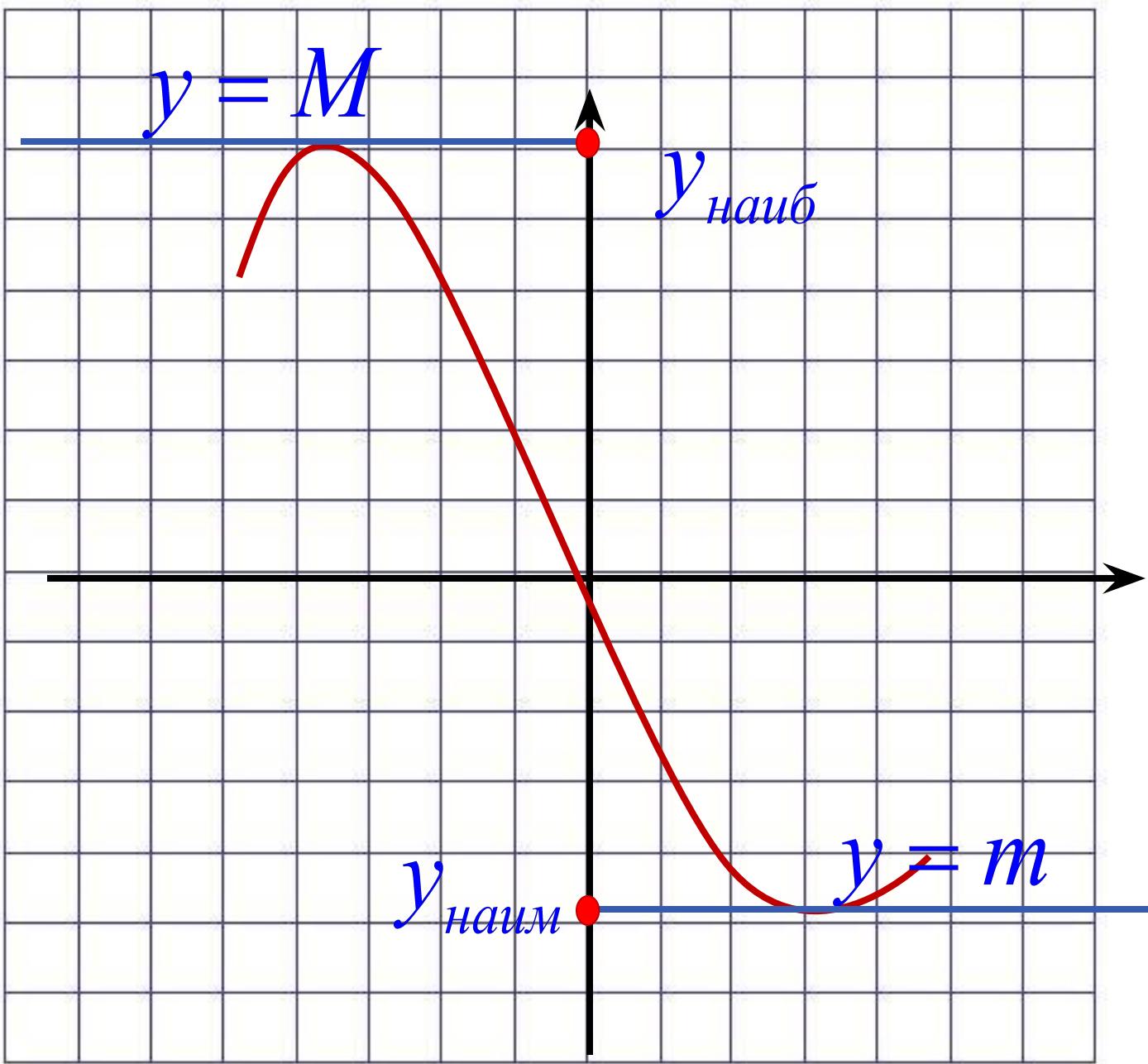
## 8. Наибольшее и наименьшее значения

Число  $m$  называют наименьшим значением функции  $y = f(x)$  на множестве  $X$ , если:

- 1) в области определения существует такая точка  $x_0$ , что  $f(x_0) = m$ .
- 2) для всех  $x$  из *области определения* выполняется неравенство  $f(x) \geq f(x_0)$ .

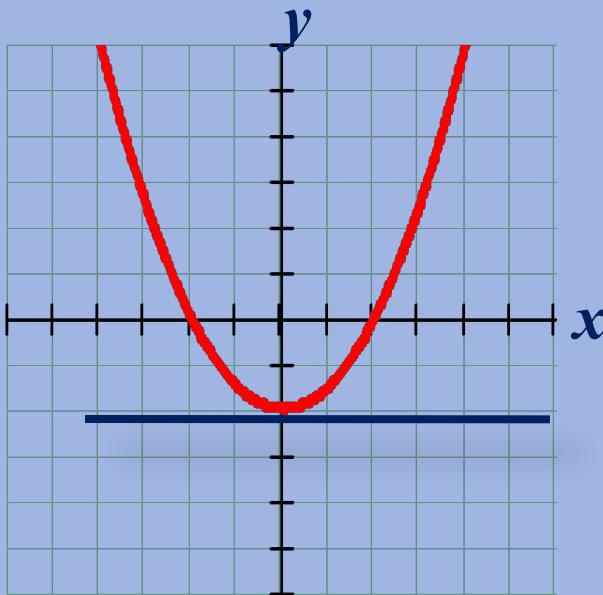
Число  $M$  называют наибольшим значением функции  $y = f(x)$  на множестве  $X$ , если:

- 1) в области определения существует такая точка  $x_0$ , что  $f(x_0) = M$ .
- 2) для всех  $x$  из *области определения* выполняется неравенство  $f(x) \leq f(x_0)$ .

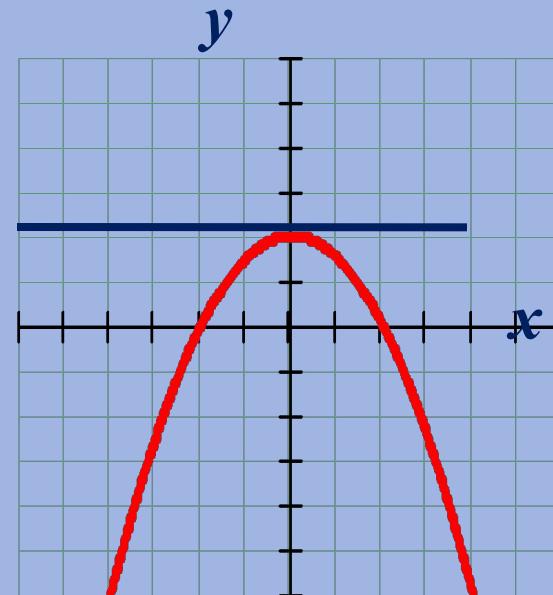


## 9. Ограниченнность

Функцию  $y = f(x)$  называют *ограниченной снизу* на множестве  $X$ , если все значения функции на множестве  $X$  *больше некоторого числа*.

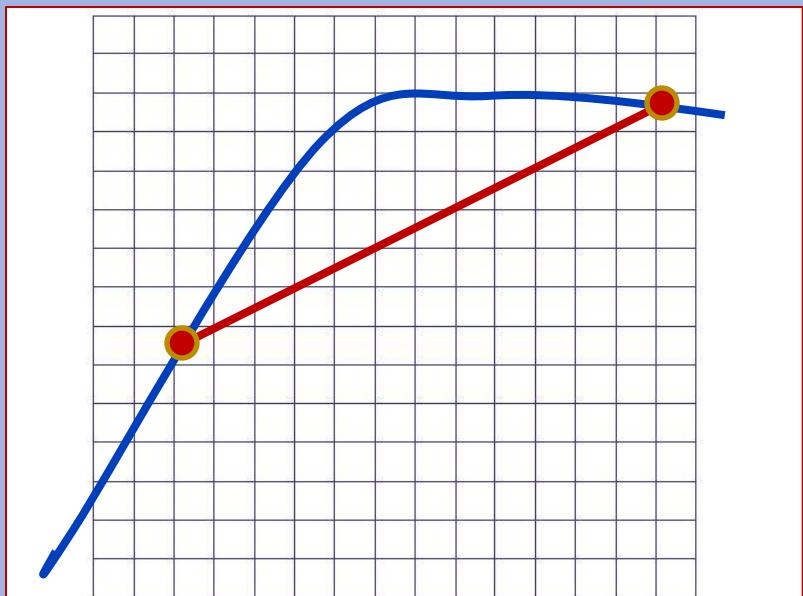
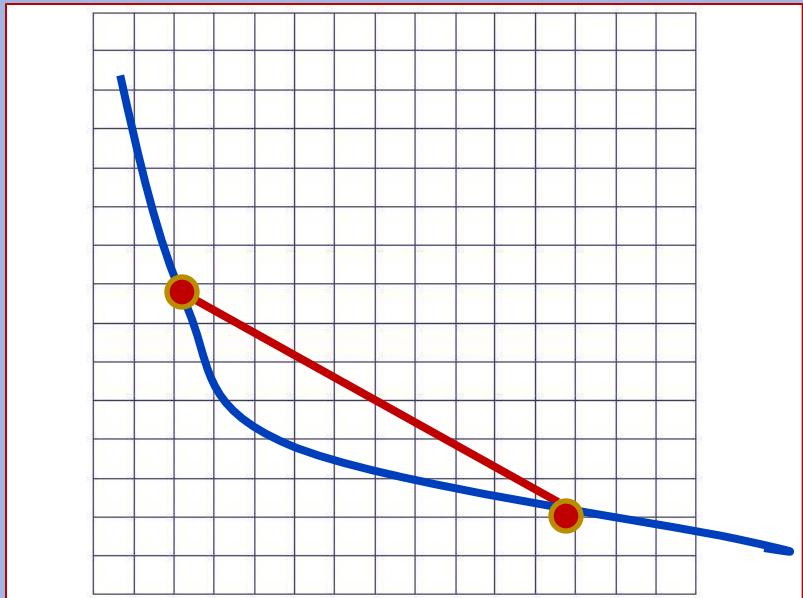


Функцию  $y = f(x)$  называют *ограниченной сверху* на множестве  $X$ , если все значения функции на множестве  $X$  *меньше некоторого числа*.



# 10. Выпуклость

Функция выпукла вниз на промежутке  $X$  если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ниже проведенного отрезка.



Функция выпукла вверх на промежутке  $X$ , если соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит выше проведенного отрезка .