Геометрическая прогрессия

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$b_1, b_2, b_3, b_4, \ldots, b_n$ – последовательность,

где $b_{n+1} = b_n \cdot q$.

Задать прогрессию – указать b_1 и q.

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ – формула n-го члена прогрессии

Знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

Сумма n-первых членов геометрической прогрессии:

Задача:
Однажды незнакомец постучал к богатому купцу и предложил такую сделку: «Я буду ежедневно в течении 30 дней приносить тебе по 100000 рублей. Ф ты в первый день за 100000 рублей дашь 1 копейку, во второй день за 100000 рублей дашь 2 копейки и так каждый день будешь увеличивать предыдущее число в два раза. Если тебе выгодна сделка, то с завтрашнего дня и начнём».
Купец обрадовался такой удаче. Он подсчитал, что за 30 дней он получит от незнакомца 3000000 рублей. В следующий день они пошли к нотариусу и заключили сделку.

Кто выиграл в этой сделке?

Сумма n-первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(b_n \cdot q - b_1)}{q-1} \qquad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$$

Решение задачи:

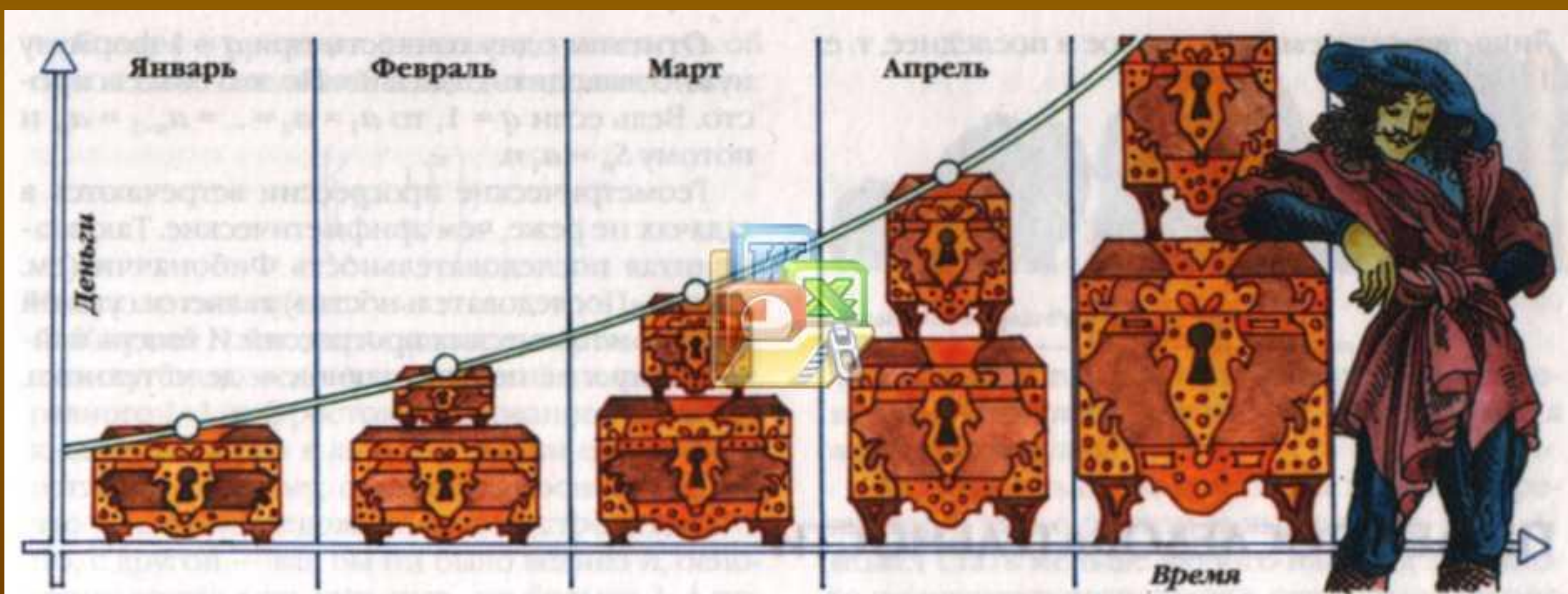
b1 = 1, q =2, n =30

$$S_{30} = \frac{1 \cdot (2^{30} - 1)}{2-1} = 1073741823$$

1073741823 > 3000000, значит купец проиграл!

Сумма n-первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(b_n \cdot q - b_1)}{q-1} \qquad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$$

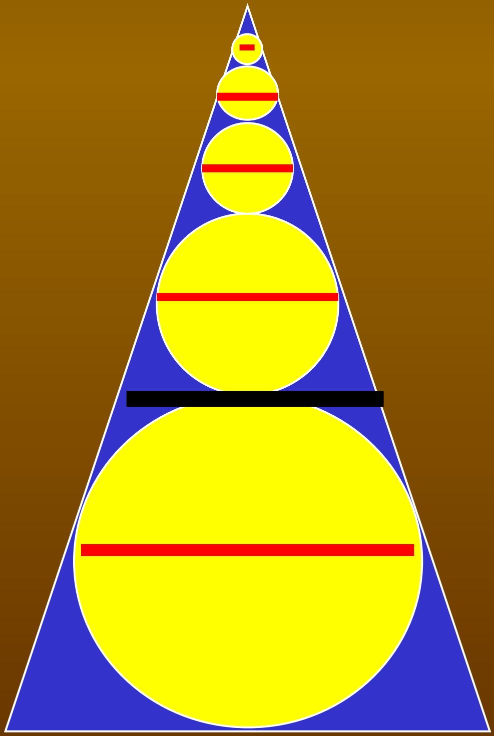


Если проценты с вклада не снимать каждый месяц, то капитал растёт в геометричаской прогрессии

Сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии:

Задача: В равнобедренный треугольник вписан круг. В пространство под ним второй круг, касающийся первого и боковых сторон треугольника. В пространство над вторым – третий. Так весь угол при вершине треугольника заполняется последовательностью окружностей всё меньшего радиуса. Их число не ограничено.

Если провести горизонталь между первыми двумя кругами, она отсечёт от треугольника ему подобный. По законам подобия – диаметр второго кружка так относится к диаметру первого, как диаметр третьего к диаметру второго и так далее. Это постоянное отношение меньше единицы. Диаметры кругов образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию.

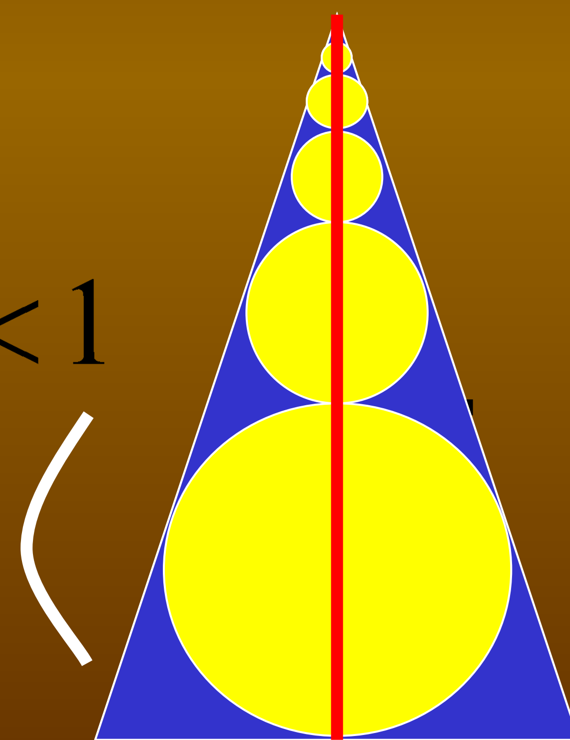


Можно ли найти сумму данных диаметров?

Повернём все круги так, чтобы их диаметры стали вертикальными. Бесконечная сумма оказалась равна вполне конечной величине – высоте треугольника.

Формула суммы бесконечной убывающей геометрической прогрессии:

$$S = \frac{b_1}{1-q}, \text{если } |q| < 1$$



Свойство геометрической прогрессии:

$$b_n = \sqrt{b_{n+1} \cdot b_{n-1}}$$

Работу выполнил
Учащийся 9 В класса
МОУ «СОШ № 17 имени Кирилла
и Мефодия»
Казаков Илья