



ГОТОВИМСЯ  
К ЭКЗАМЕНАМ



# Задачи по геометрии на вычисления - 1 (из 2 части ОГЭ)

*Разработано учителем математики  
МОУ «СОШ» п. Аджером  
Корткеросского района Республики  
Коми*

# Содержание

- Решение задач по теме «Углы»
  - Дидактический материал
- Решение задач по теме «Треугольники»
  - Дидактический материал



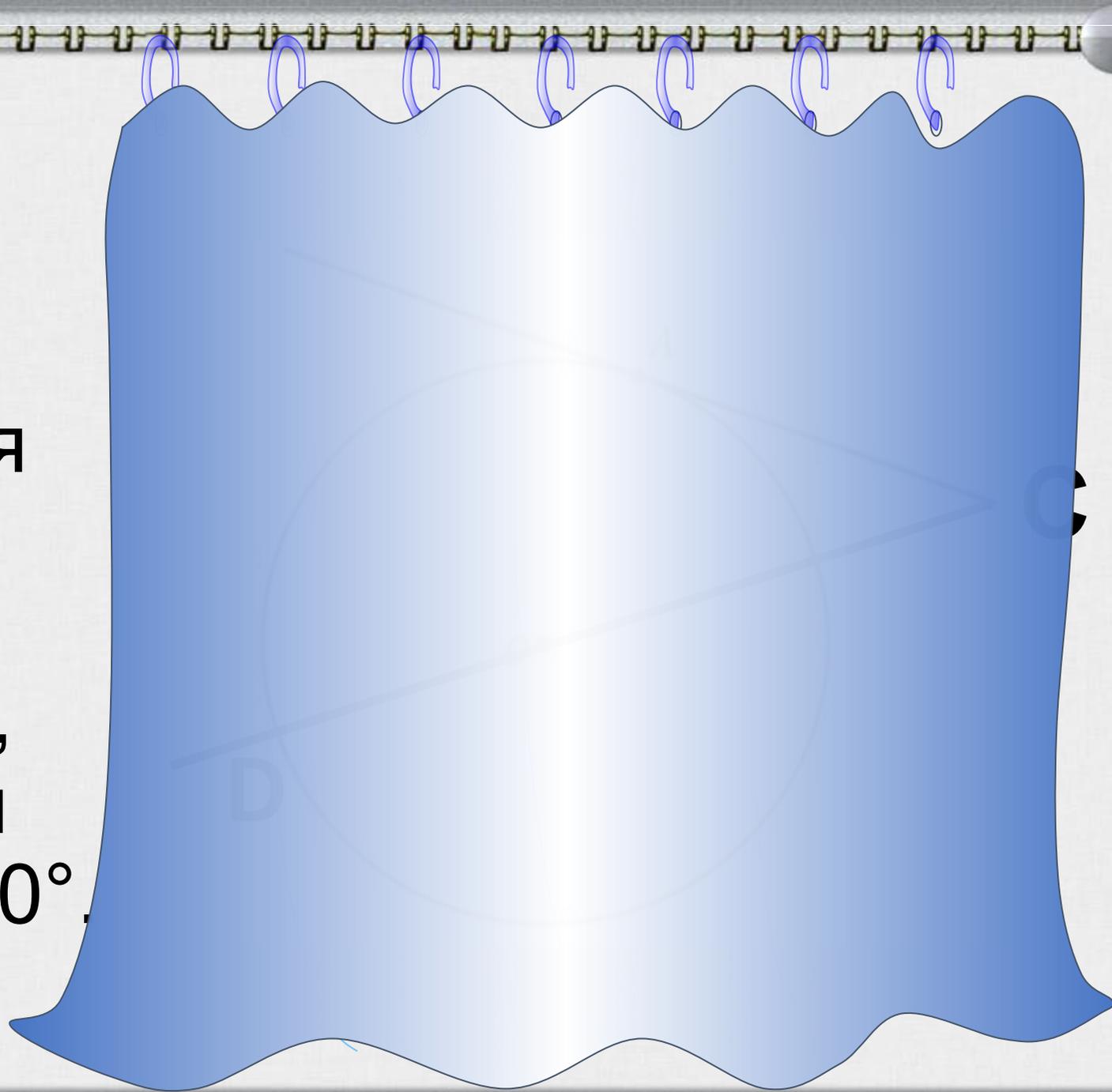
ГОТОВИМСЯ  
К ЭКЗАМЕНАМ



# Решение задач по теме «УГЛЫ»

## Задача 1

Найдите угол  $АСО$ ,  
если его  
сторона  $СА$  касается  
окружности,  $O$  —  
центр окружности, а  
дуга  $AD$  окружности,  
заключённая внутри  
этого угла, равна  $100^\circ$ .



## Решение

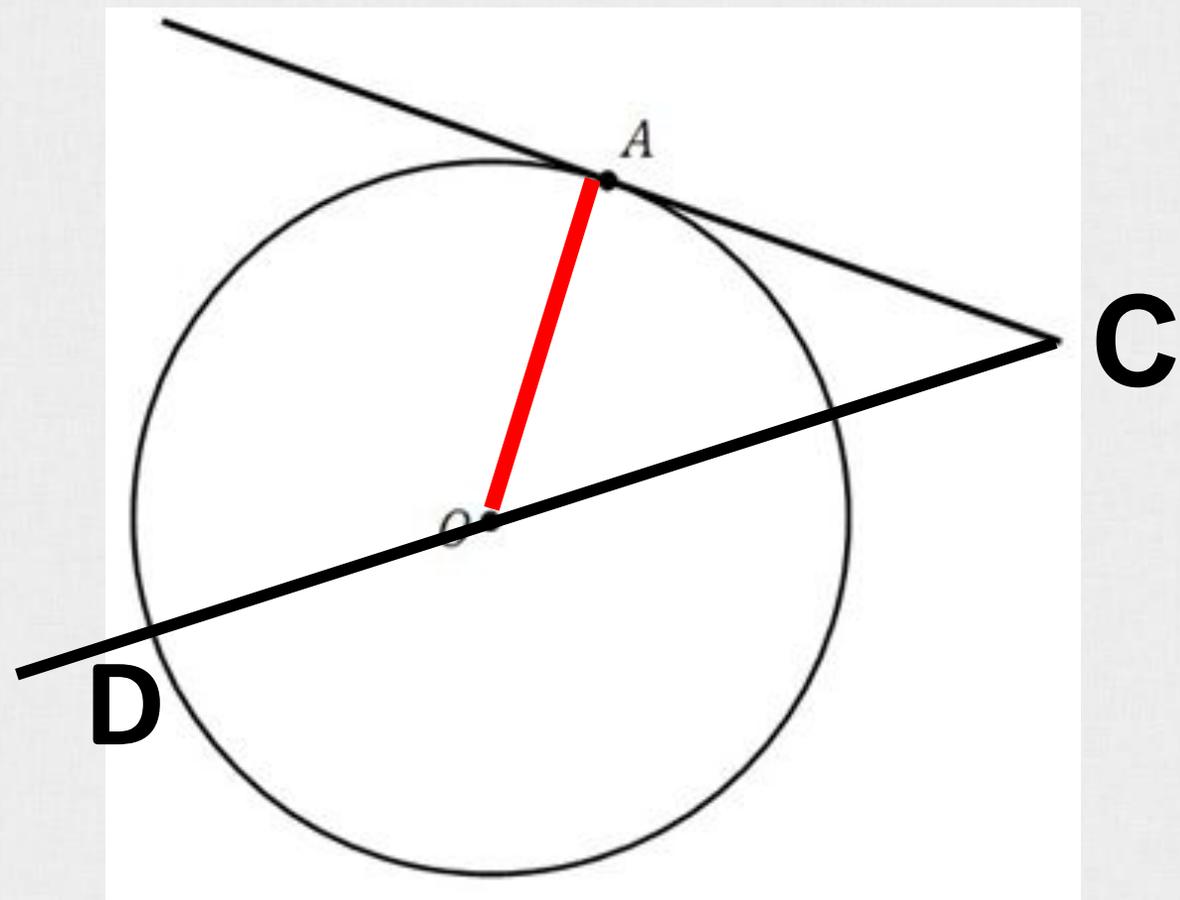
Проведём радиус  $OA$ .

Треугольник  $AOC$  —  
прямоугольный,

$$\angle OAC = 90^\circ.$$

$$\begin{aligned}\angle COA &= 180^\circ - \angle AOD = \\ &= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ;\end{aligned}$$

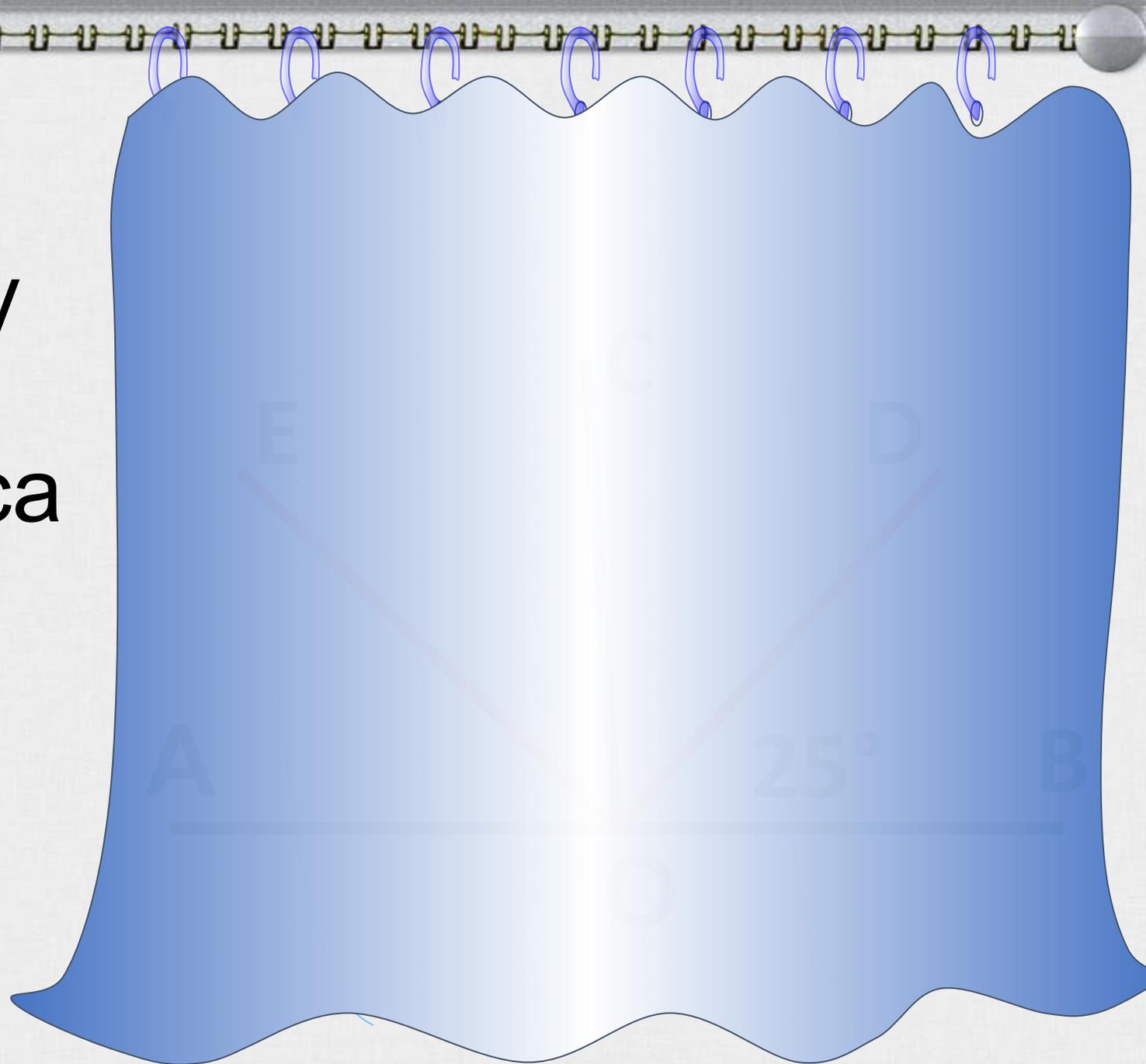
$$\angle ACO = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ.$$



**Ответ: 10.**

## Задача 2

Найдите величину  
угла  $AOE$ , если  
 $OE$  — биссектриса  
угла  $AOC$ ,  $OD$  —  
биссектриса  
угла  $COB$ .



## Решение

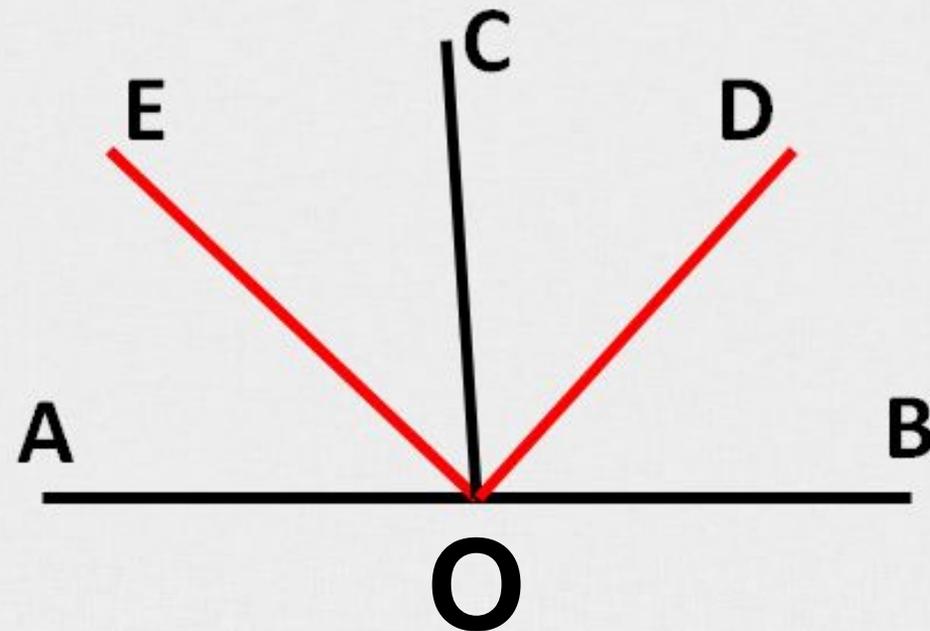
Имеем:

$$\angle COB = 2 \cdot 25^\circ = 50^\circ;$$

$$\angle AOC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ;$$

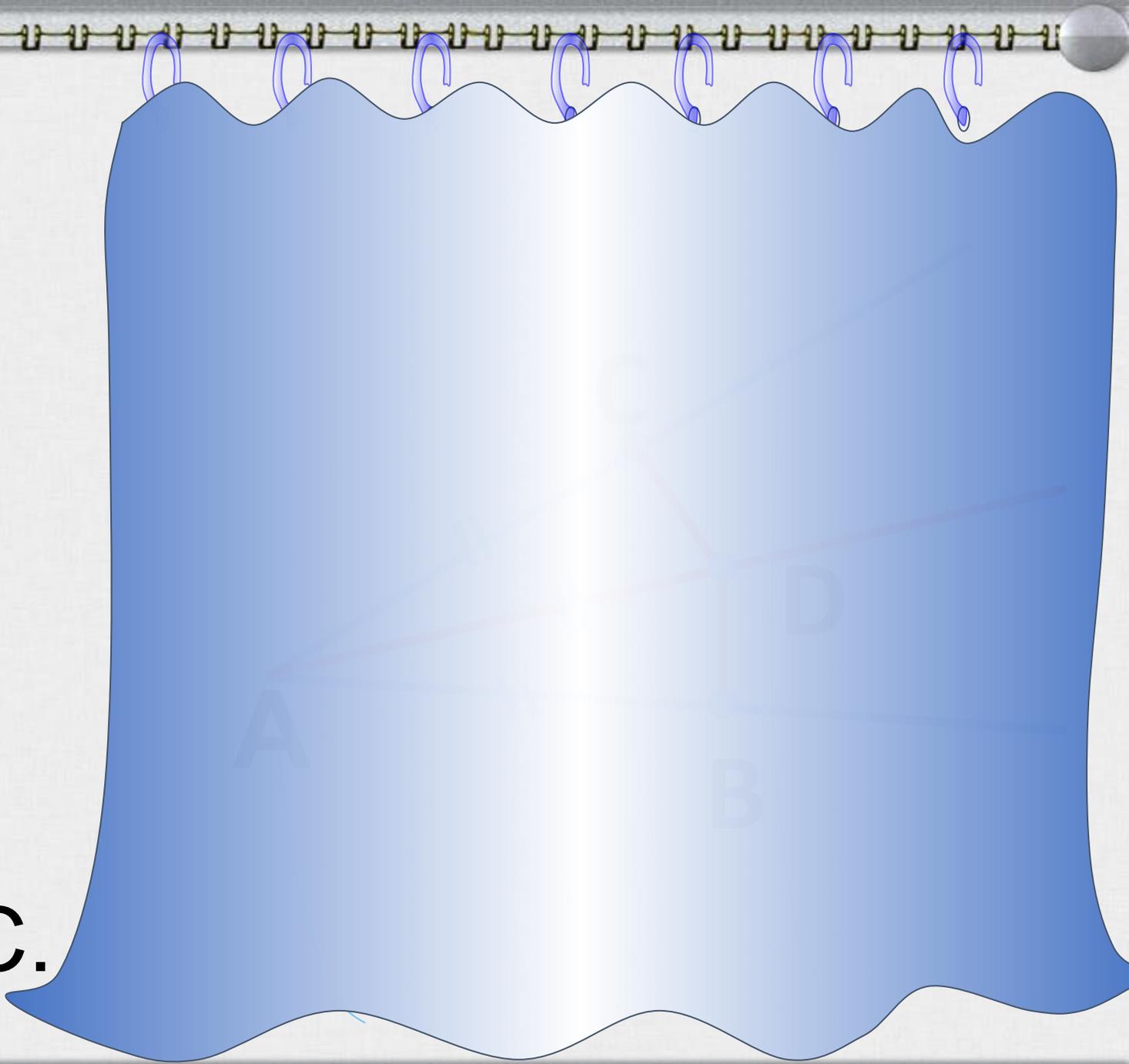
$$\angle AOE = 130^\circ : 2 = 65^\circ.$$

**Ответ:  $65^\circ$ .**



## Задача 3

На сторонах угла  $BAC$  и на его биссектрисе отложены равные отрезки  $AB$ ;  $AC$  и  $AD$ . Величина угла  $BDC$  равна  $160^\circ$ . Определите величину угла  $BAC$ .



# Решение

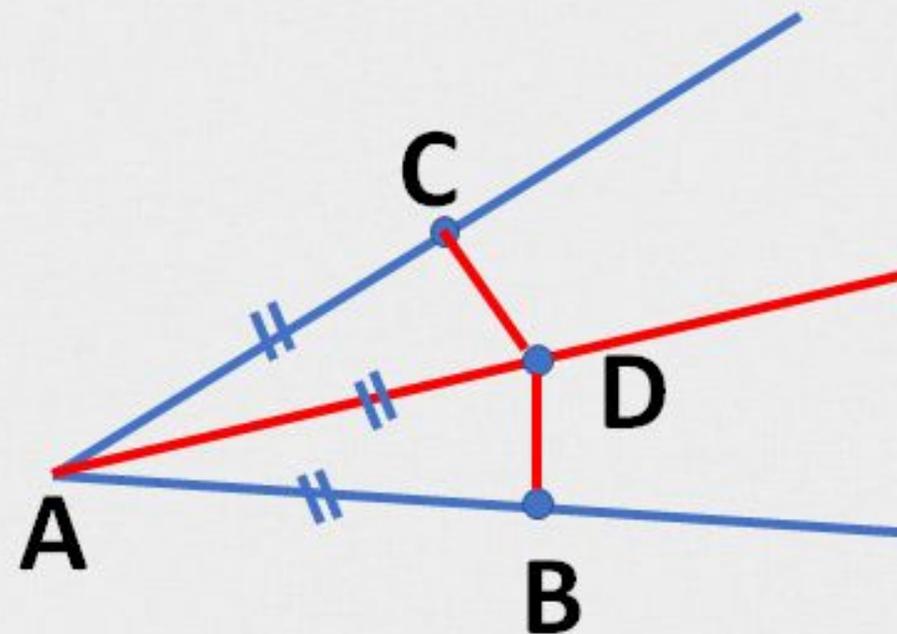
Треугольники **ADB** и **ACD** равнобедренные и равны по двум сторонам и углу между ними.

Следовательно,

$$\angle ACD = \angle CDA = \angle ADB = 80^\circ$$

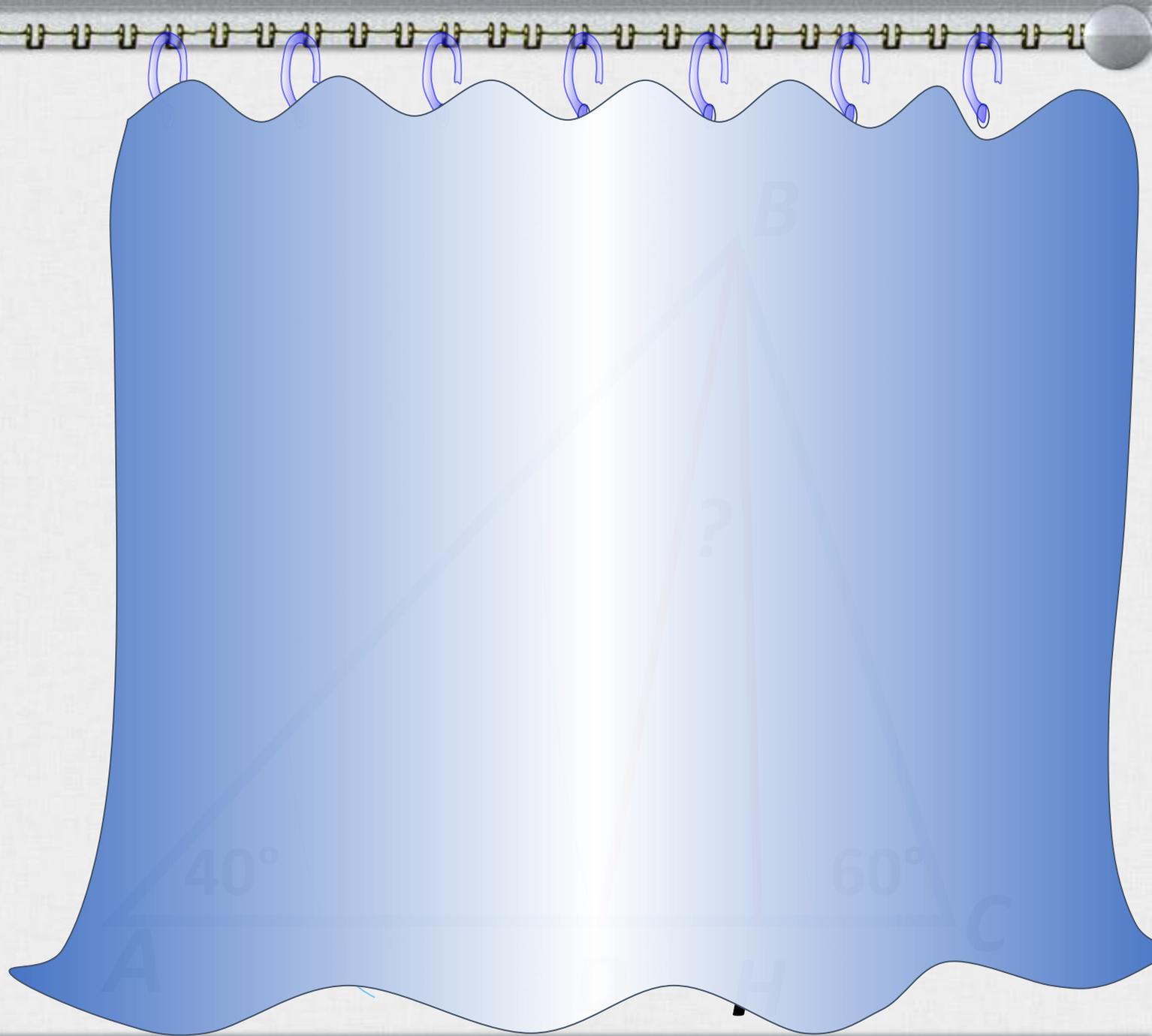
$$\angle BAC = 360^\circ - 4 \cdot 80^\circ = 40^\circ.$$

**Ответ:  $40^\circ$ .**



## Задача 4

В  
треугольнике  $ABC$   
углы  $A$  и  $C$  равны  
 $40^\circ$  и  $60^\circ$   
соответственно.  
Найдите угол  
между  
высотой  $BH$  и  
биссектрисой  $BD$ .



# Решение

Из  $\triangle ABC$  найдем  $\angle ABC$  :

$$\begin{aligned}\angle ABC &= 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ - \\ &- (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ\end{aligned}$$

$BD$  — биссектриса, следовательно,

$$\angle DBC = 0,5 \cdot \angle ABC = 40^\circ$$

Т.к.  $\triangle HBC$  — прямоугольный,  
следовательно:

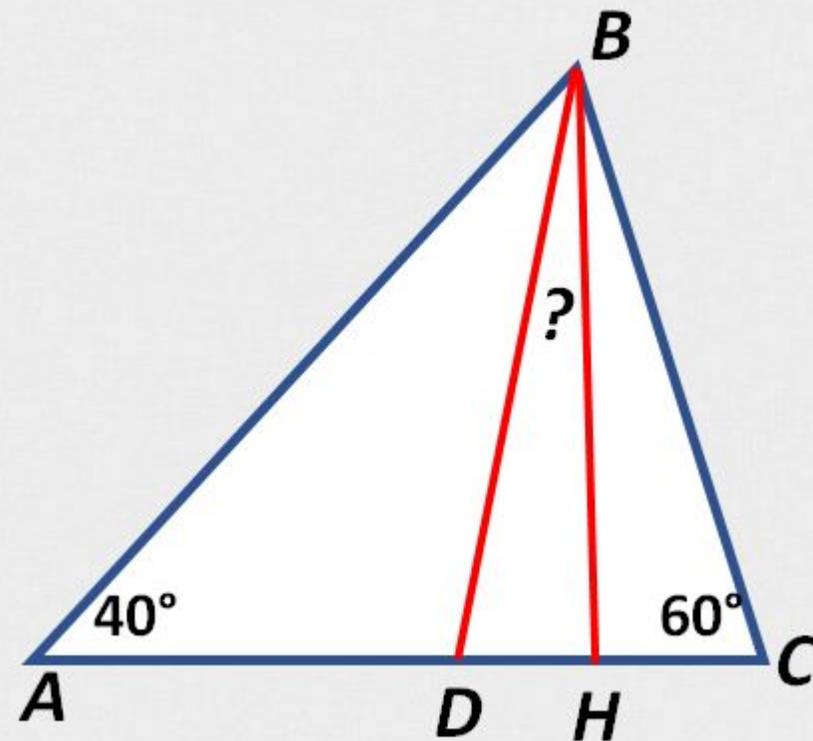
$$\angle HBC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Найдём угол  $DBH$ :

$$\angle DBH = \angle DBC - \angle HBC = 40^\circ - 30^\circ = 10^\circ$$

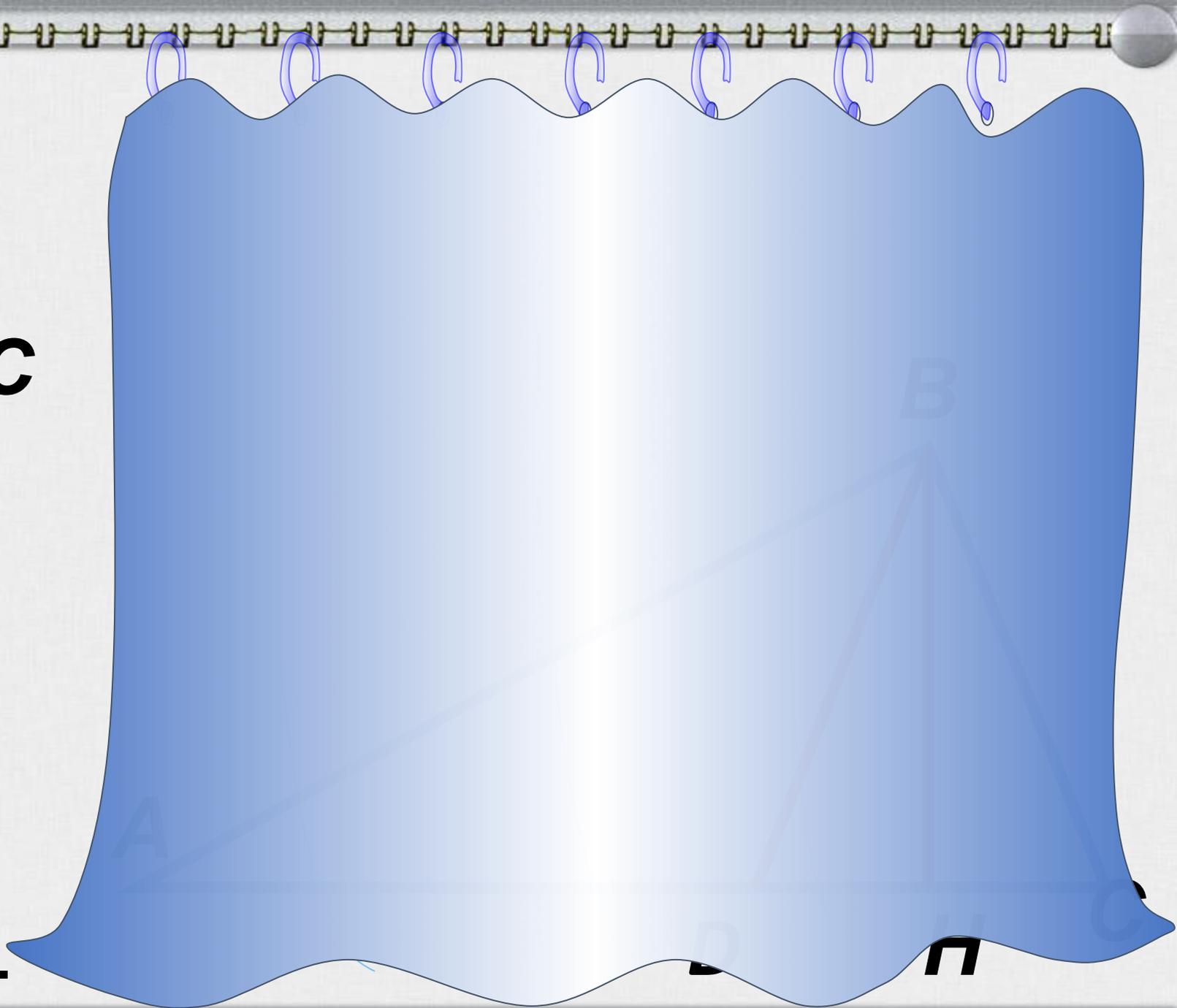
**Ответ:**

**10°.**



## Задача 6

В  
треугольнике  $ABC$   
углы  $A$  и  $C$  равны  
 $20^\circ$  и  $60^\circ$   
соответственно.  
Найдите угол  
между  
высотой  $BH$  и  
биссектрисой  $BD$ .



# Решение

Из треугольника  $ABC$  найдем  $\angle ABC = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ - (20^\circ + 60^\circ) = 100^\circ$

$BD$  — биссектриса, следовательно,

$$\angle DBC = 0,5 \cdot \angle ABC = 50^\circ$$

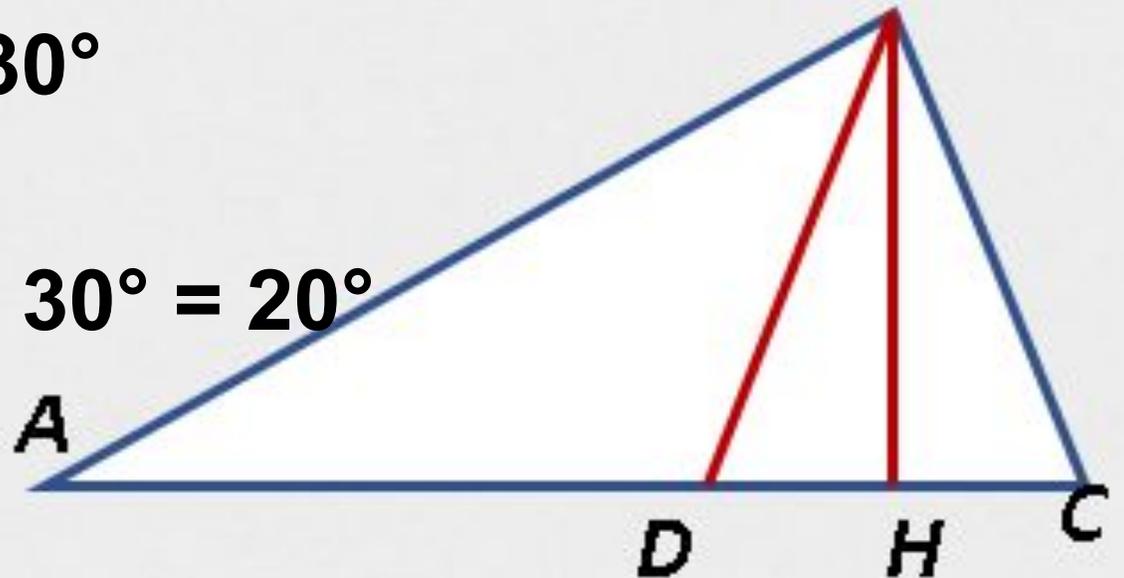
Треугольник  $HBC$  — прямоугольный, следовательно:  $B$

$$\angle HBC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Найдём угол  $DBH$

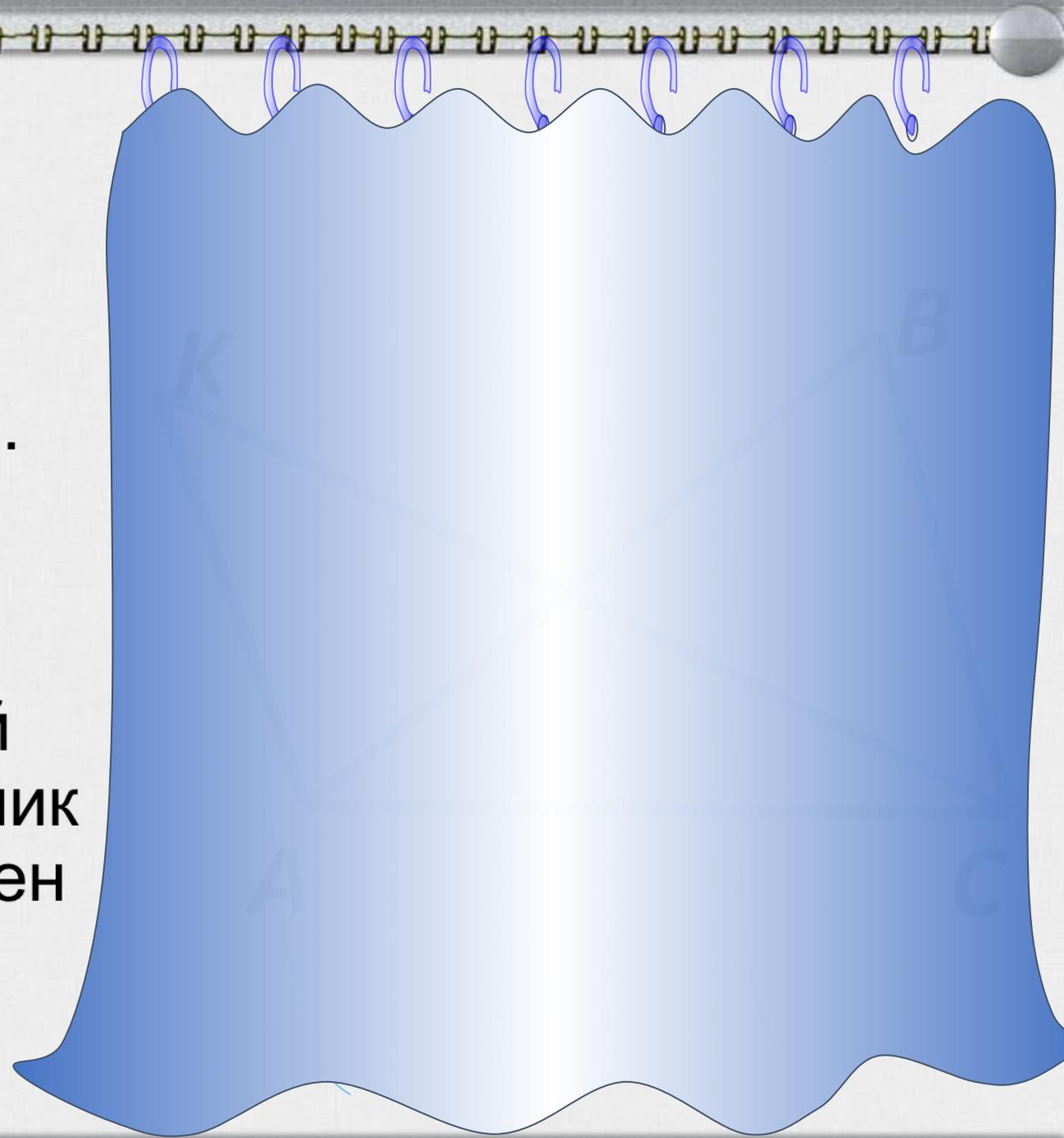
$$\angle DBH = \angle DBC - \angle HBC = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

**Ответ:  $20^\circ$ .**



## Задача 5

Стороны **AC**, **AB**, **BC** треугольника **ABC** равны  $2\sqrt{5}$ ;  $\sqrt{7}$ , и **2** соответственно. Точка **K** расположена вне треугольника **ABC**, причём отрезок **KC** пересекает сторону **AB** в точке, отличной от **B**. Известно, что треугольник с вершинами **K**, **A** и **C** подобен исходному. Найдите косинус угла **AKC**, если  $\angle KAC > 90^\circ$ .



# Решение

Рассмотрим подобные треугольники **ABC** и **AKC** и установим соответствие между их углами.

Против большей стороны всегда лежит больший угол, в  $\triangle ABC$  это  $\sphericalangle ABC$ , в  $\triangle AKC$ , в свою очередь, есть тупой угол **KAC** и он является наибольшим.

Значит,  $\sphericalangle KAC = \sphericalangle ABC$ . (Угол **ACK** заведомо не может быть равен углу **ACB**, так как он составляет только его часть).

Следовательно,  $\sphericalangle ACB$  равен  $\sphericalangle AKC$ .

Найдём косинус угла используя теорему косинусов:

$$\begin{aligned} \cos \sphericalangle AKC &= \cos \sphericalangle ACB = (AC^2 + BC^2 - AB^2) : (2 AC \cdot BC) = \\ &= (20+4-7) : (2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2) = 17:8\sqrt{5} = \mathbf{17\sqrt{5} : 40} \end{aligned}$$



ГОТОВИМСЯ  
К ЭКЗАМЕНАМ



# Дидактический материал

## К ЗАДАЧЕ №1

**№1.** Найдите угол  $АСО$ , если его сторона  $СА$  касается окружности,  $O$  — центр окружности, а дуга  $AD$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $110^\circ$ .

**№2.** Найдите угол  $АСО$ , если его сторона  $СА$  касается окружности,  $O$  — центр окружности, а дуга  $AD$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $100^\circ$ .

**№3.** Найдите угол  $АСО$ , если его сторона  $СА$  касается окружности,  $O$  — центр окружности, а дуга  $AD$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $140^\circ$ .

## К ЗАДАЧЕ №2

1). Найдите величину угла  $\angle AOE$ , если  $OE$  — биссектриса угла  $\angle AOC$ ,  $OD$  — биссектриса угла  $\angle COB$ .

2). Найдите величину угла  $\angle COE$ , если  $OE$  — биссектриса угла  $\angle AOC$ ,  $AD$  — биссектриса угла  $\angle COB$ .

## К ЗАДАЧЕ №3

- 1). На сторонах угла  $BAC$  и на его биссектрисе отложены равные отрезки  $AB$ ,  $AC$  и  $AD$ . Величина угла  $BDC$  равна  $160^\circ$ . Определите величину угла  $BAC$ .
- 2). На сторонах угла  $BAC$ , равного  $20^\circ$ , и на его биссектрисе отложены равные отрезки  $AB$ ,  $AC$  и  $AD$ . Определите величину угла  $BDC$ .

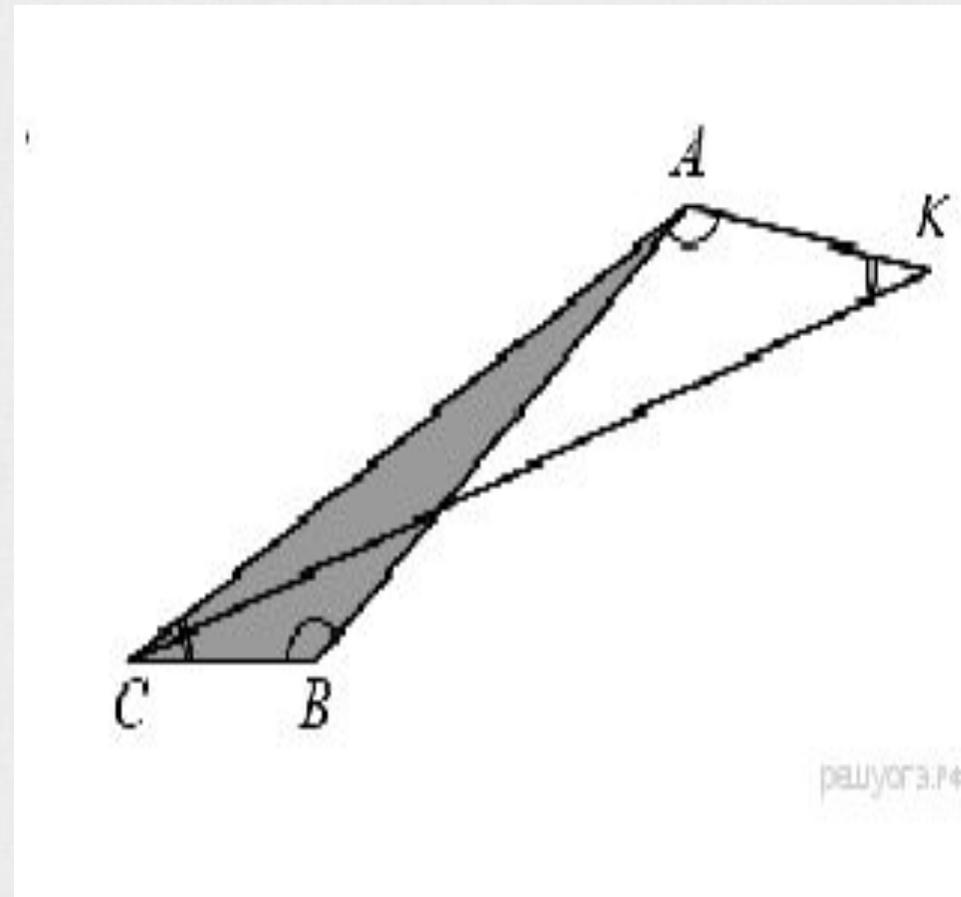
## К ЗАДАЧЕ №4

- 1). В треугольнике  $ABC$  углы  $A$  и  $C$  равны  $20^\circ$  и  $60^\circ$  соответственно. Найдите угол между высотой  $BH$  и биссектрисой  $BD$ .
- 2). В треугольнике  $ABC$  углы  $A$  и  $C$  равны  $20^\circ$  и  $50^\circ$  соответственно. Найдите угол между высотой  $BH$  и биссектрисой  $BD$ .
- 3). В треугольнике  $ABC$  углы  $A$  и  $C$  равны  $30^\circ$  и  $50^\circ$  соответственно. Найдите угол между высотой  $BH$  и биссектрисой  $BD$ .

## К ЗАДАЧЕ №5

1).

Стороны  $AC$ ,  $AB$ ,  $BC$  треугольника  $ABC$  равны  $2\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{5}$  и  $1$  соответственно. Точка  $K$  расположена вне треугольника  $ABC$ , причем отрезок  $KC$  пересекает отрезок  $AB$  в точке, отличной от  $B$ . Известно, что треугольник с вершинами  $K$ ,  $A$  и  $C$  подобен исходному. Найдите косинус угла  $AKC$ , если угол  $KAC > 90^\circ$ .



## К ЗАДАЧЕ №6

- 1). В треугольнике  $ABC$  углы  $A$  и  $C$  равны  $40^\circ$  и  $60^\circ$  соответственно. Найдите угол между высотой  $BH$  и биссектрисой  $BD$ .
- 2). В треугольнике  $ABC$  углы  $A$  и  $C$  равны  $20^\circ$  и  $60^\circ$  соответственно. Найдите угол между высотой  $BH$  и биссектрисой  $BD$ .
- 3). В треугольнике  $ABC$  углы  $A$  и  $C$  равны  $20^\circ$  и  $50^\circ$  соответственно. Найдите угол между высотой  $BH$  и биссектрисой  $BD$ .



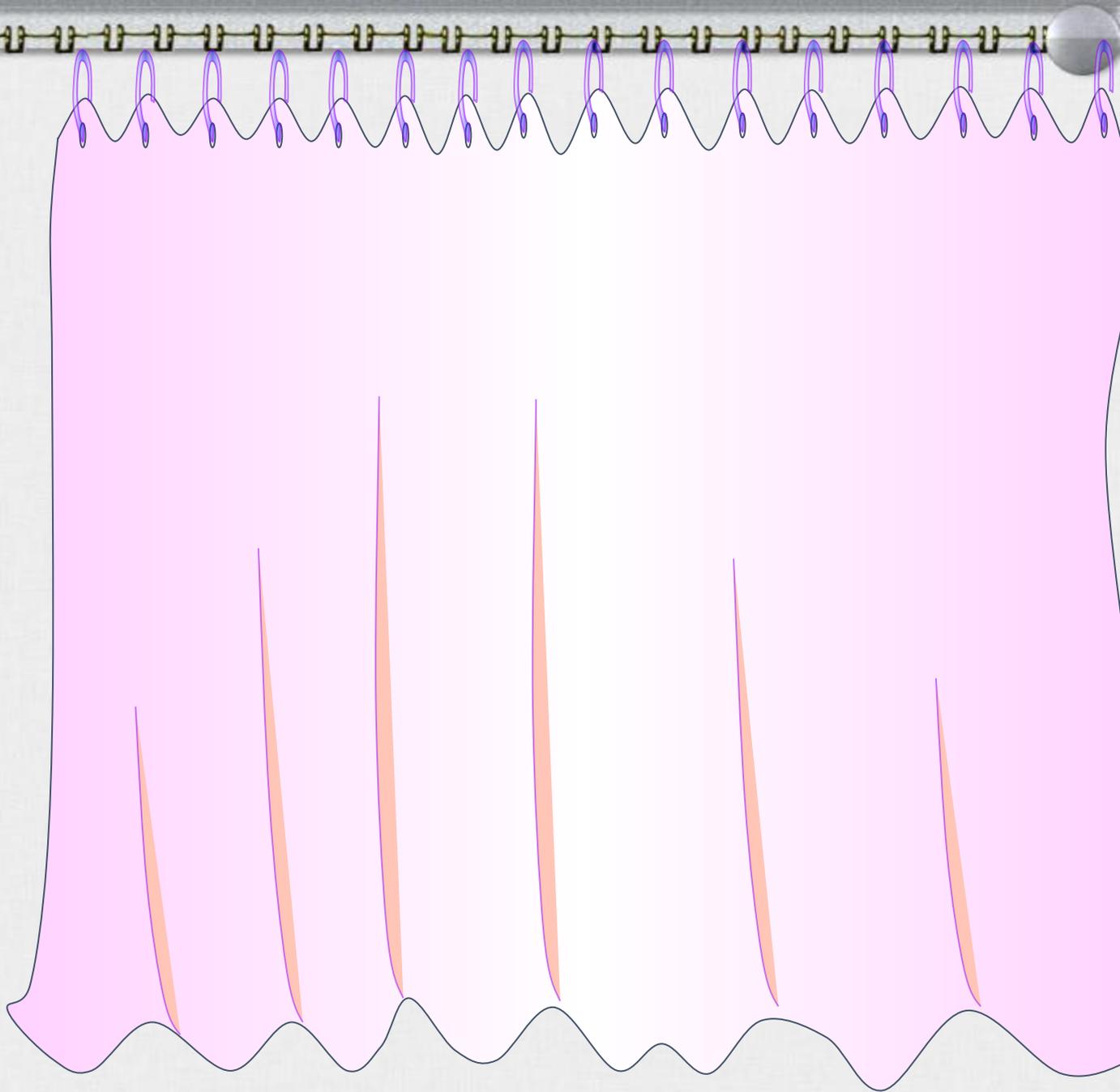
ГОТОВИМСЯ  
К ЭКЗАМЕНАМ



# Решение задач по теме «Треугольники»

## Задача 1

Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 5$ ,  $AC = 20$ .



# Решение

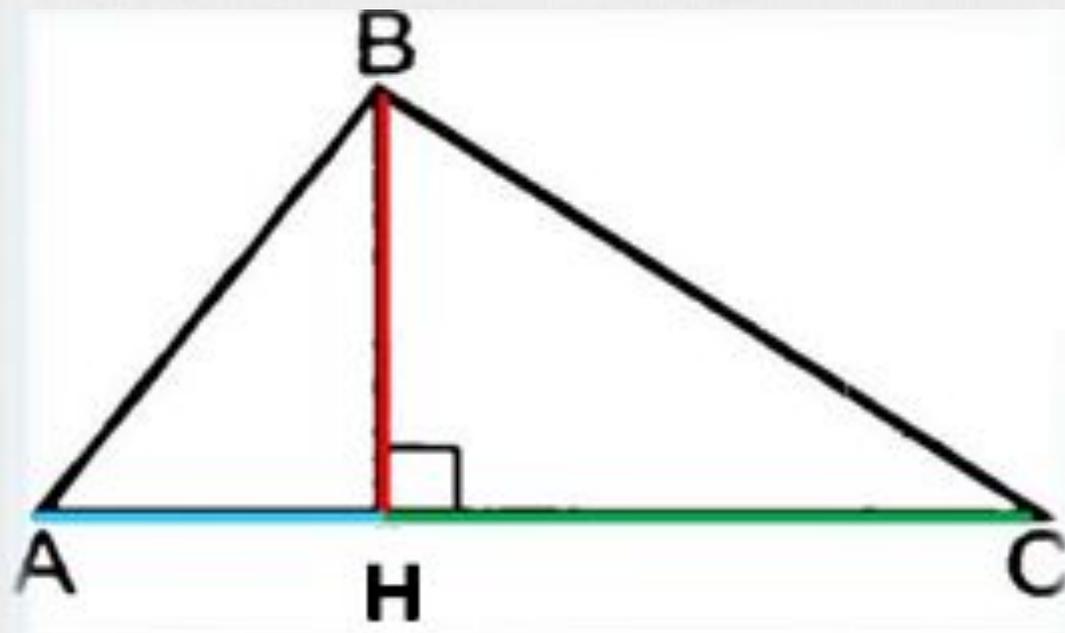
Поскольку  $BH$  — высота  
треугольника  $ABC$ ,  
прямоугольные  
треугольники  $ABC$  и  $AHB$   
подобны.

Следовательно,

$$AB : AC = AH : AB,$$

$$\text{откуда } AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 10$$

**Ответ: 10.**



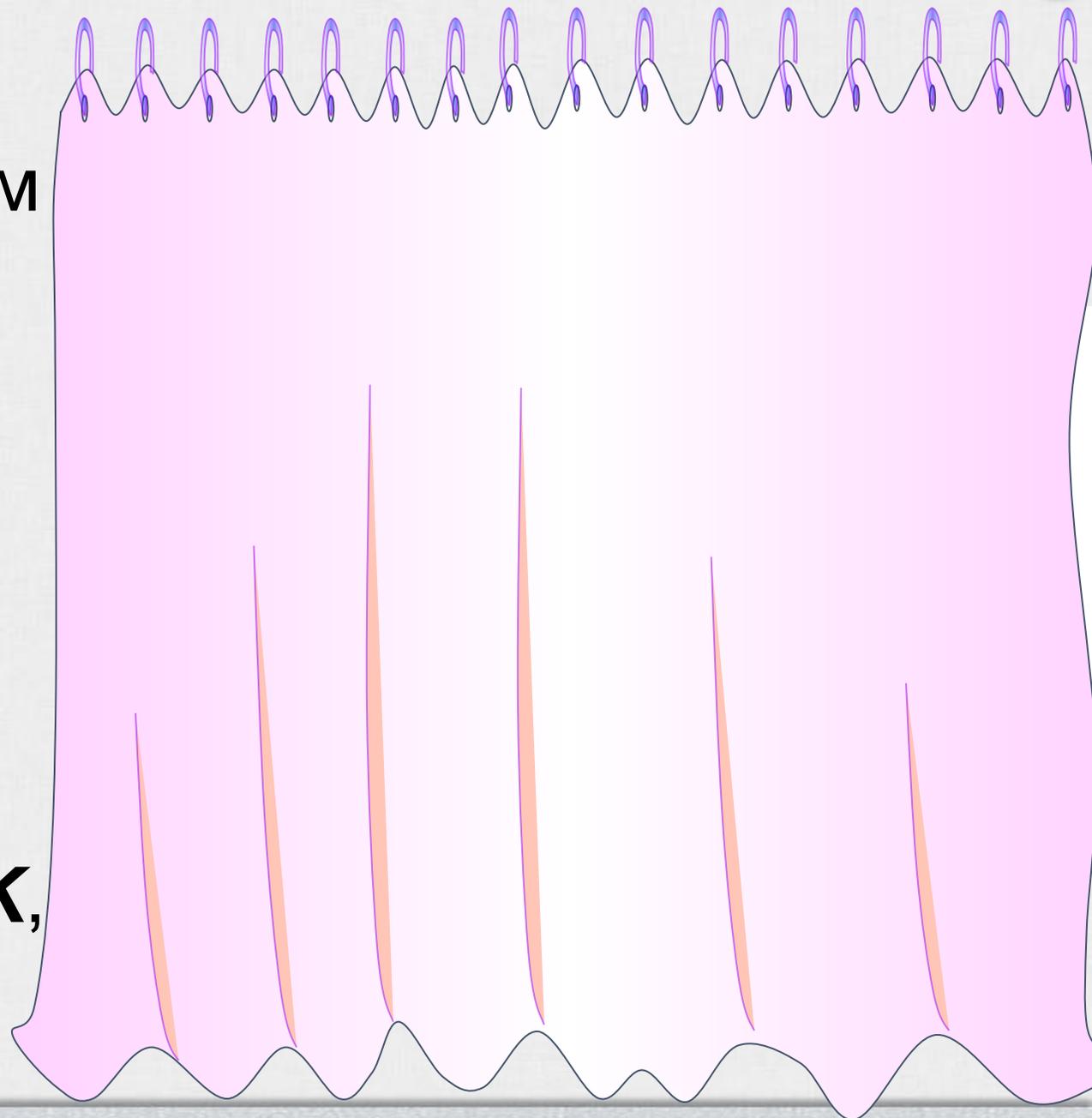
## Задача 2

Точка  $H$  является основанием высоты  $BH$ , проведённой из вершины прямого угла  $B$

прямоугольного  $\triangle ABC$ .

Окружность с диаметром  $BH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$

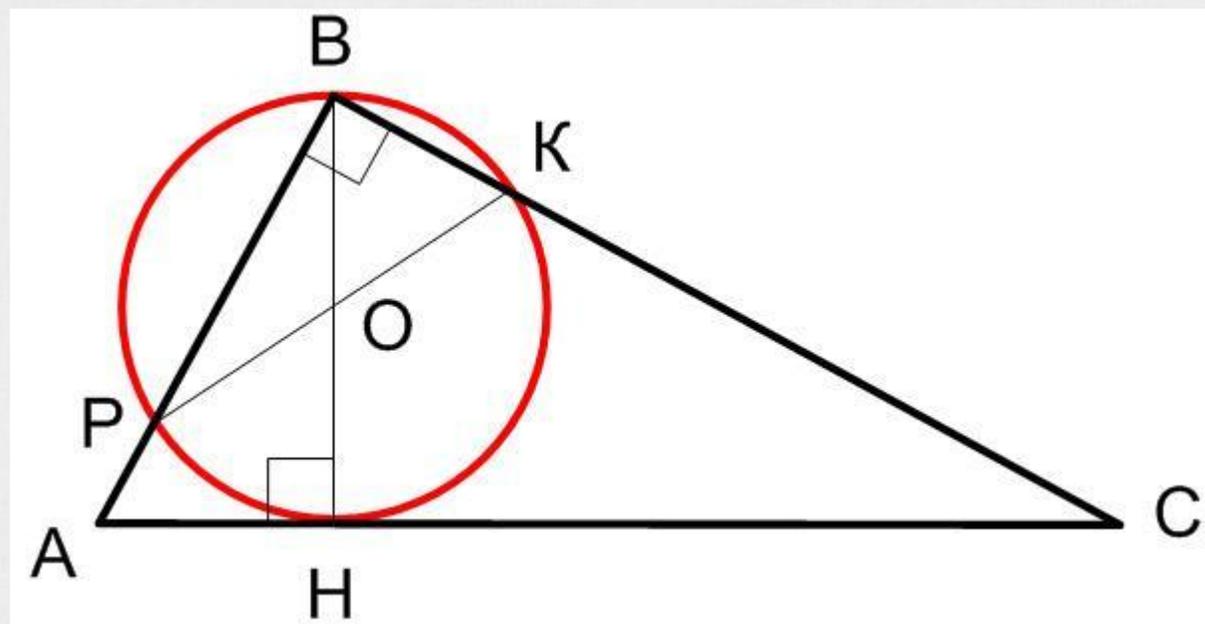
соответственно. Найдите  $PK$ , если  $BH = 16$ .



## Решение

Угол  $\mathbf{ABC}$  — вписанный, он равен  $\mathbf{90^\circ}$  и опирается на дугу  $\mathbf{KNP}$ , следовательно, дуга  $\mathbf{KNP}$  равна  $\mathbf{180^\circ}$ , значит, хорда  $\mathbf{PK}$  — диаметр окружности и  $\mathbf{PK} = 16$ .

**Ответ: 16**



## Задача 3

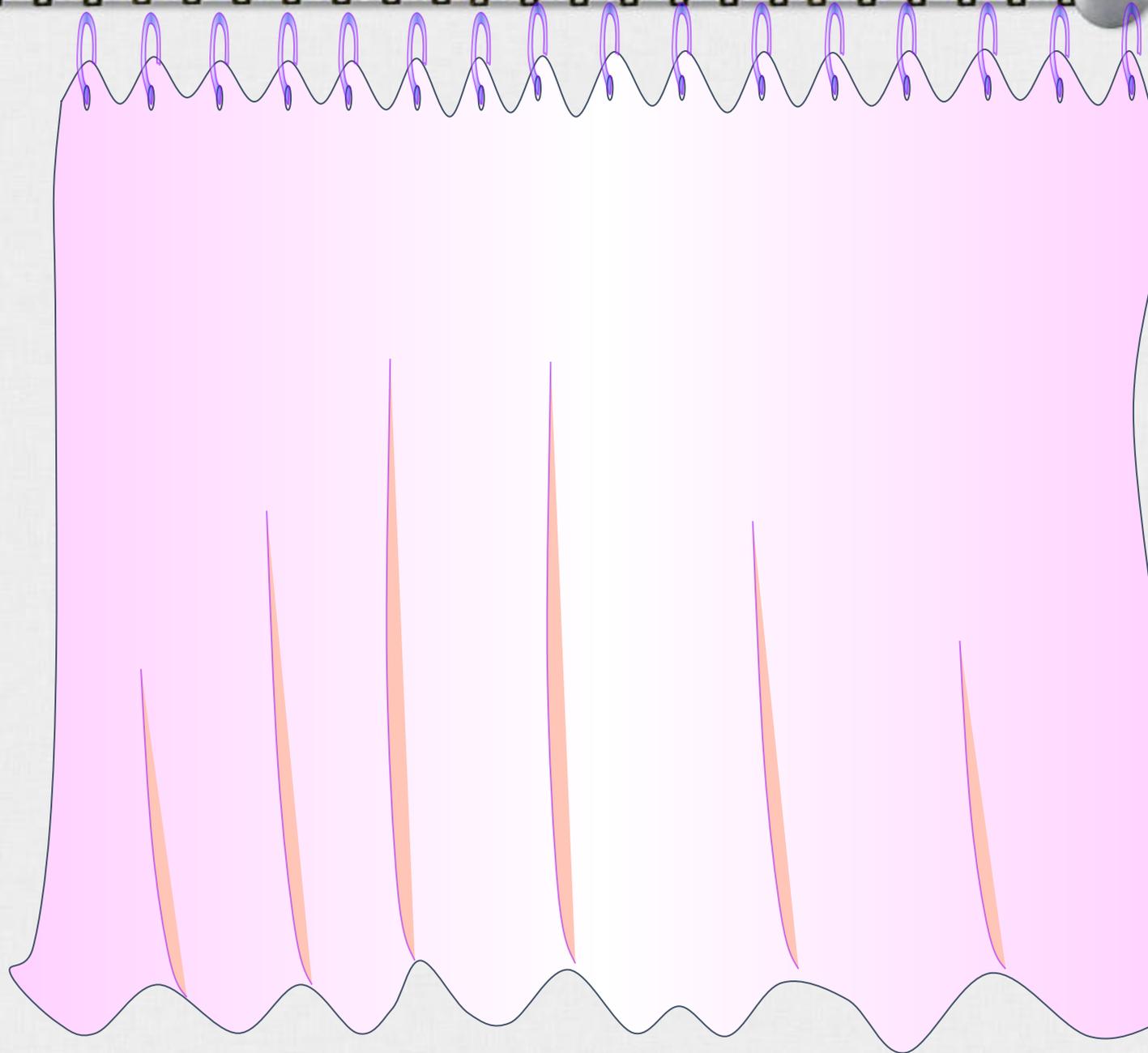
Отрезки  $AB$  и  $DC$

лежат на  
параллельных  
прямым,

а отрезки  $AC$  и  $BD$

пересекаются в  
точке  $M$ . Найдите  $MC$ ,  
если  $AB = 16$ ,

$DC = 24$ ,  $AC = 25$ .



# Решение

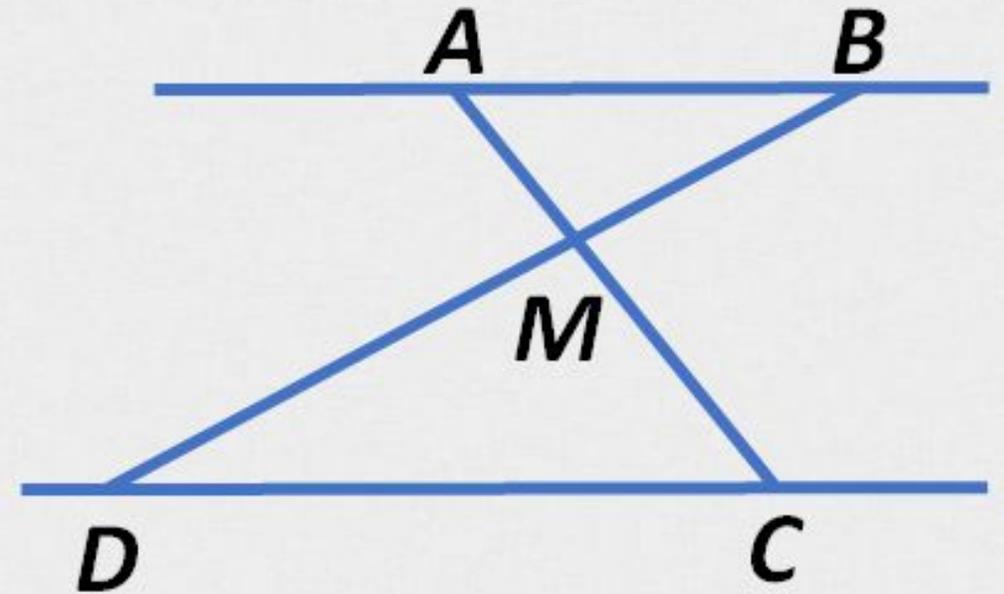
Углы **DCM** и **BAM** равны как  
накрест лежащие,  
углы **DMS** и **BMA** равны как  
вертикальные,  
следовательно, треугольники  
**DVC** и **BMA** подобны по двум  
углам.

$$\text{Значит, } \frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Следовательно, **AC** = AM + MC =

$$= \frac{2}{3}MC + MC = \frac{5}{3}MC$$

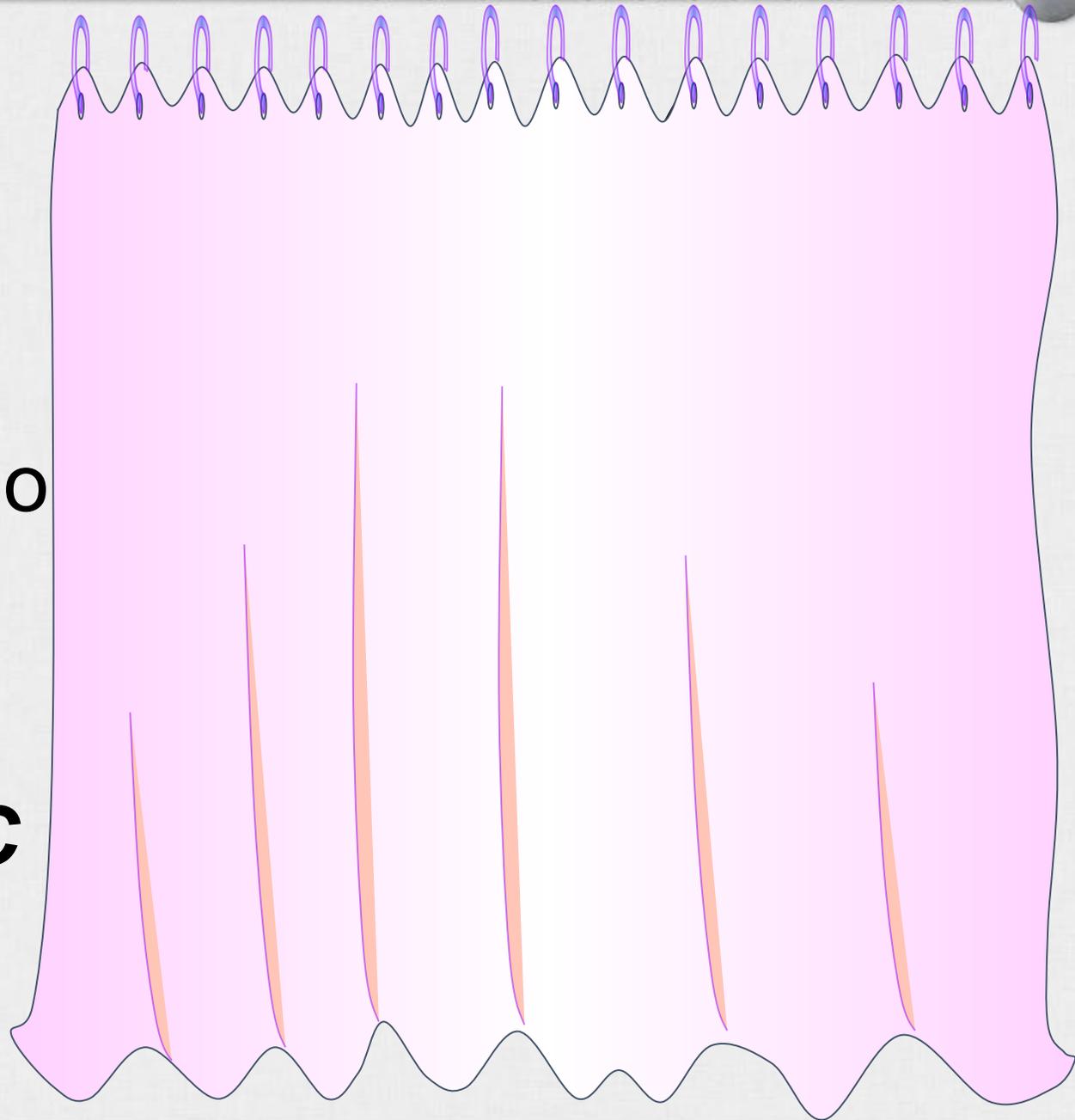
$$\text{Откуда } MC = \frac{AC}{5} \cdot 3 = \frac{25}{5} \cdot 3 = \mathbf{15}$$



## Задача 4

Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$

$\triangle ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AP = 18$ , а сторона  $BC$  в 1,2 раза меньше стороны  $AB$ .



# Решение

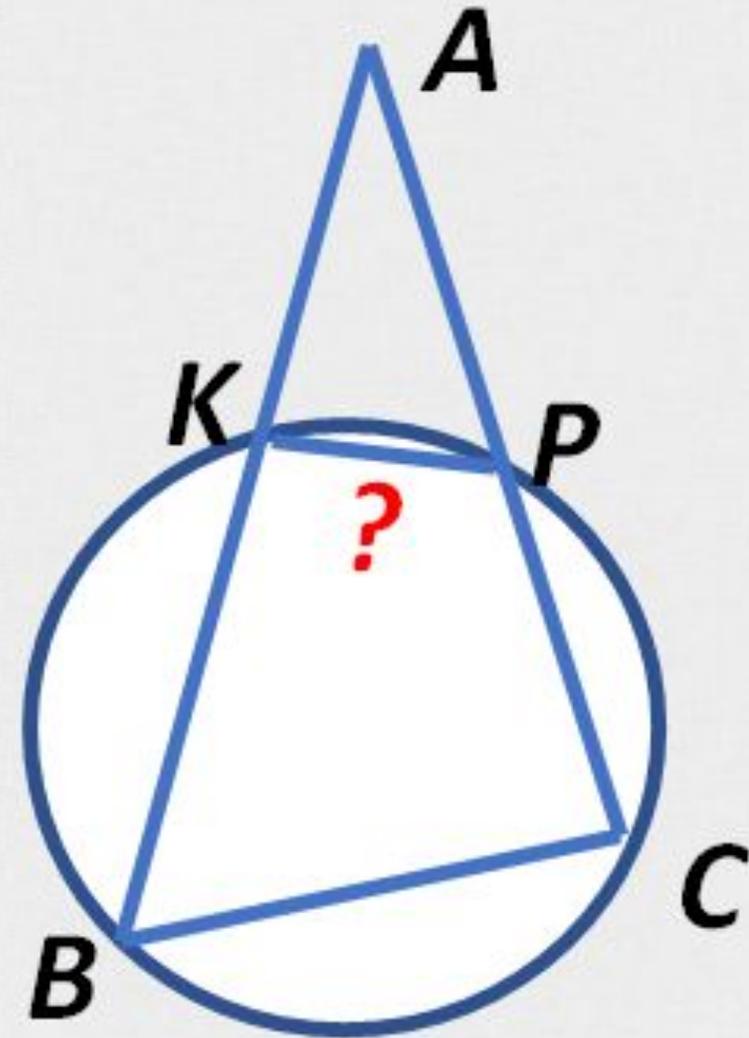
Поскольку четырёхугольник **КРСВ** вписан в окружность, сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ , следовательно,  $\angle_{\text{КВС}} + \angle_{\text{КРС}} = 180^\circ$ .

Углы **АРК** и **КРС** — смежные, следовательно,  $\angle_{\text{АРК}} + \angle_{\text{КРС}} = 180^\circ$ .

Из приведённых равенств, получаем, что  $\angle_{\text{КВС}} = \angle_{\text{АРК}}$ .

Рассмотрим треугольники **АВС** и **АКР**, угол **А** — общий, углы **АРК** и **КВС** равны, следовательно, треугольники подобны,

Значит  $\frac{КР}{ВС} = \frac{АК}{АС} = \frac{АР}{АВ}$



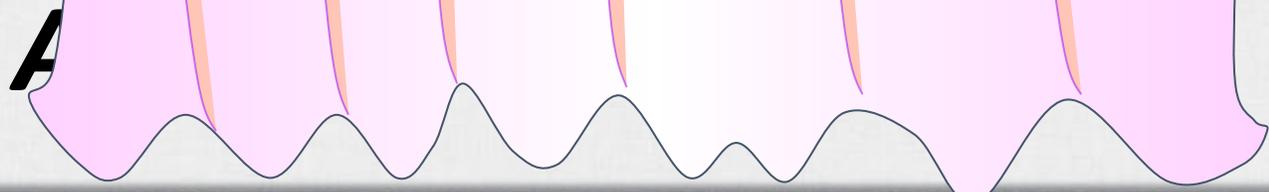
# Продолжение

Используя равенство  $\frac{KP}{BC} = \frac{AP}{AB}$  найдём **KP**:

$$\frac{KP}{BC} = \frac{AP}{1,2BC} \Rightarrow KP = \frac{AP}{1,2} \Rightarrow \mathbf{KP = 15}$$

## Задача 5

Прямая, параллельная стороне  $AC$   $\triangle ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $BN$ , если  $MN = 13$ ,  $AC = 65$ ,  $NC = 28$ .



**A**

# Решение

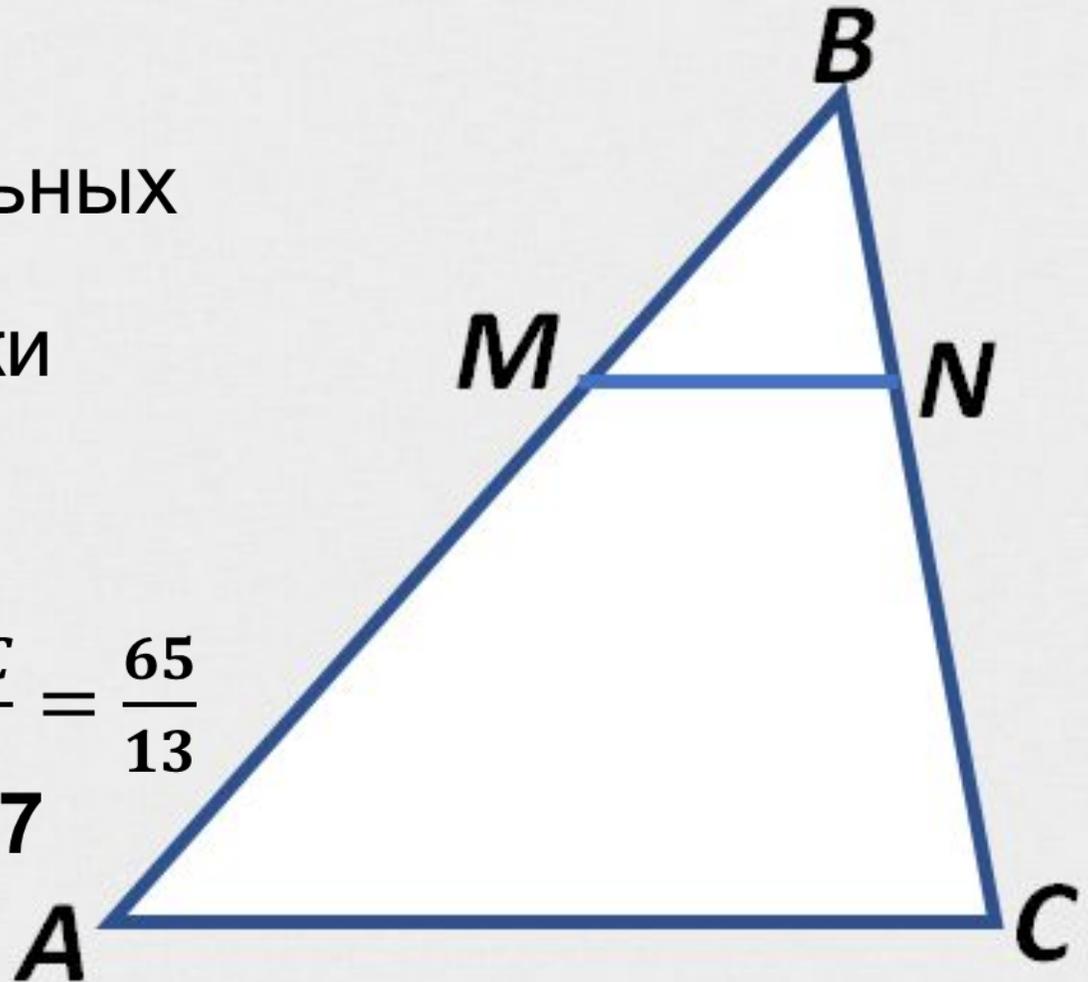
Рассмотрим  
треугольники  $ABC$  и  $BMN$ :  
углы  $BMN$  и  $BAC$  равны как  
соответственные при параллельных  
прямым, угол  $B$  — общий,  
следовательно, эти треугольники  
подобны.

Откуда  $\frac{BC}{BN} = \frac{AB}{BM} = \frac{AC}{MN}$

Найдём  $BN$ :  $\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} \Rightarrow \frac{BN+NC}{BN} = \frac{65}{13}$

$$\Rightarrow 5BN = BN + 28 \Rightarrow BN = 7$$

**Ответ: 7.**



## Задача 6

Отрезки  $AB$  и  $DC$

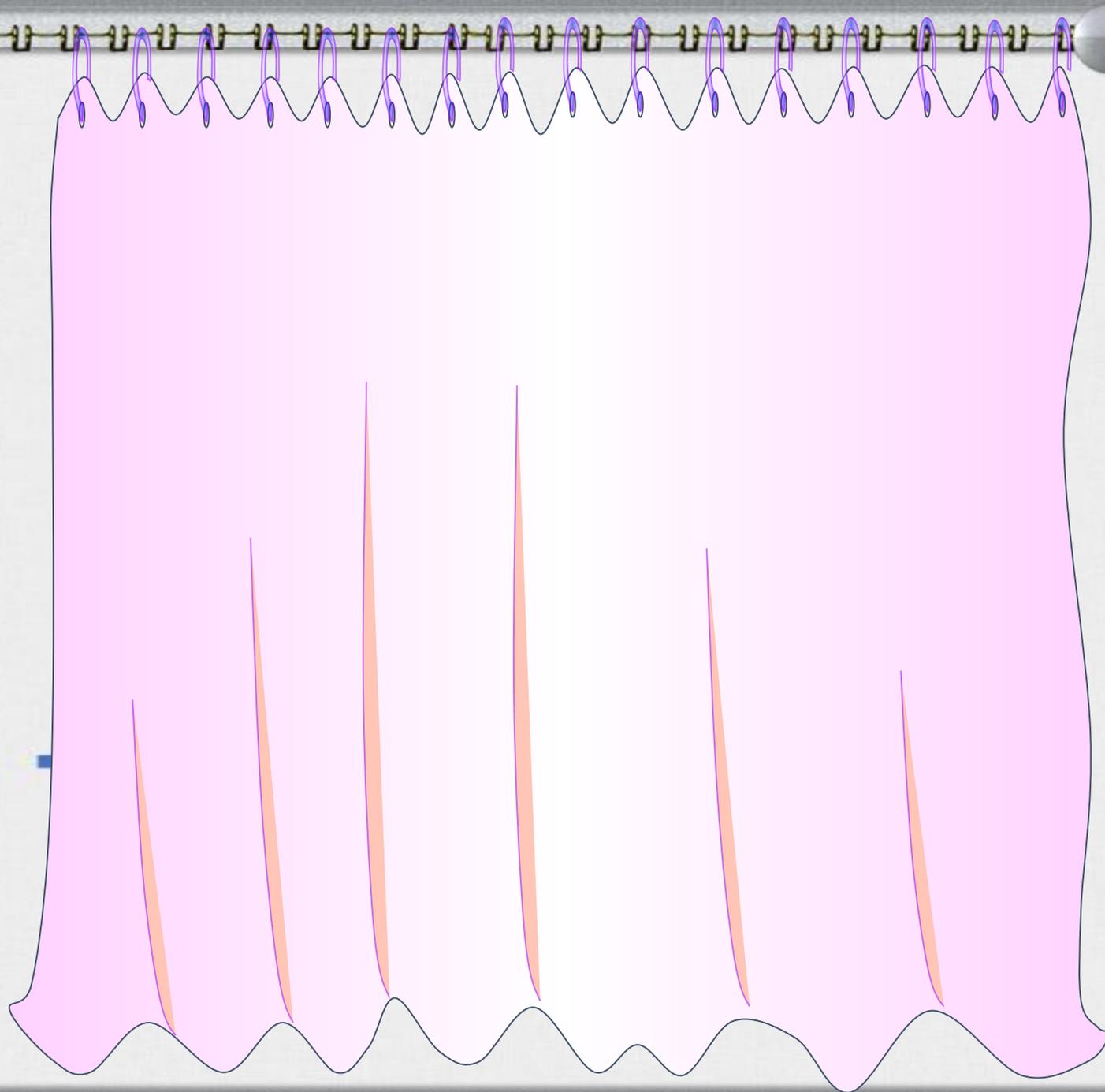
лежат на  
параллельных

прямым, а  
отрезки  $AC$  и  $BD$

пересекаются в  
точке  $M$ .

Найдите  $MC$ ,  
если  $AB = 13$ ,

$DC = 65$ ,  $AC = 42$ .



# Решение

Углы **ДСМ** и **ВАМ** равны как накрест лежащие, углы **DMC** и **BMA** равны как вертикальные, следовательно, треугольники **DMC** и **BMA** подобны по двум углам.

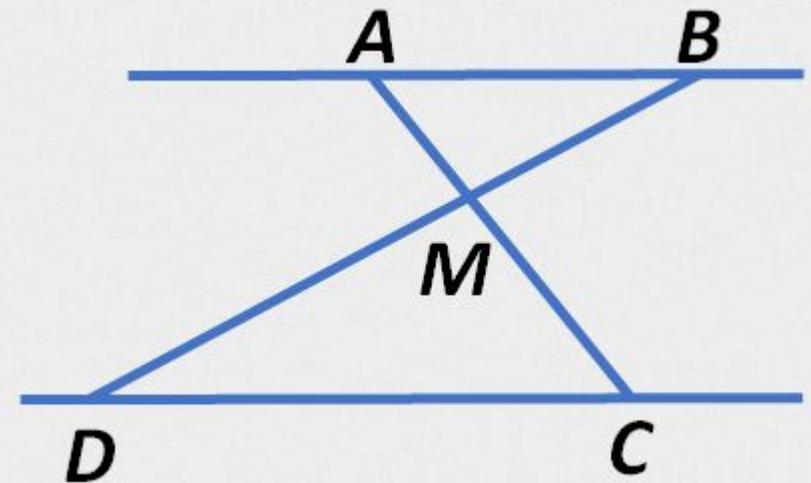
$$\text{Значит, } \frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{13}{65} = 0,2$$

Следовательно, **AM = 0,2 · MC**

$$\text{Откуда } AC = MC + AM = MC + 0,2MC = 1,2MC$$

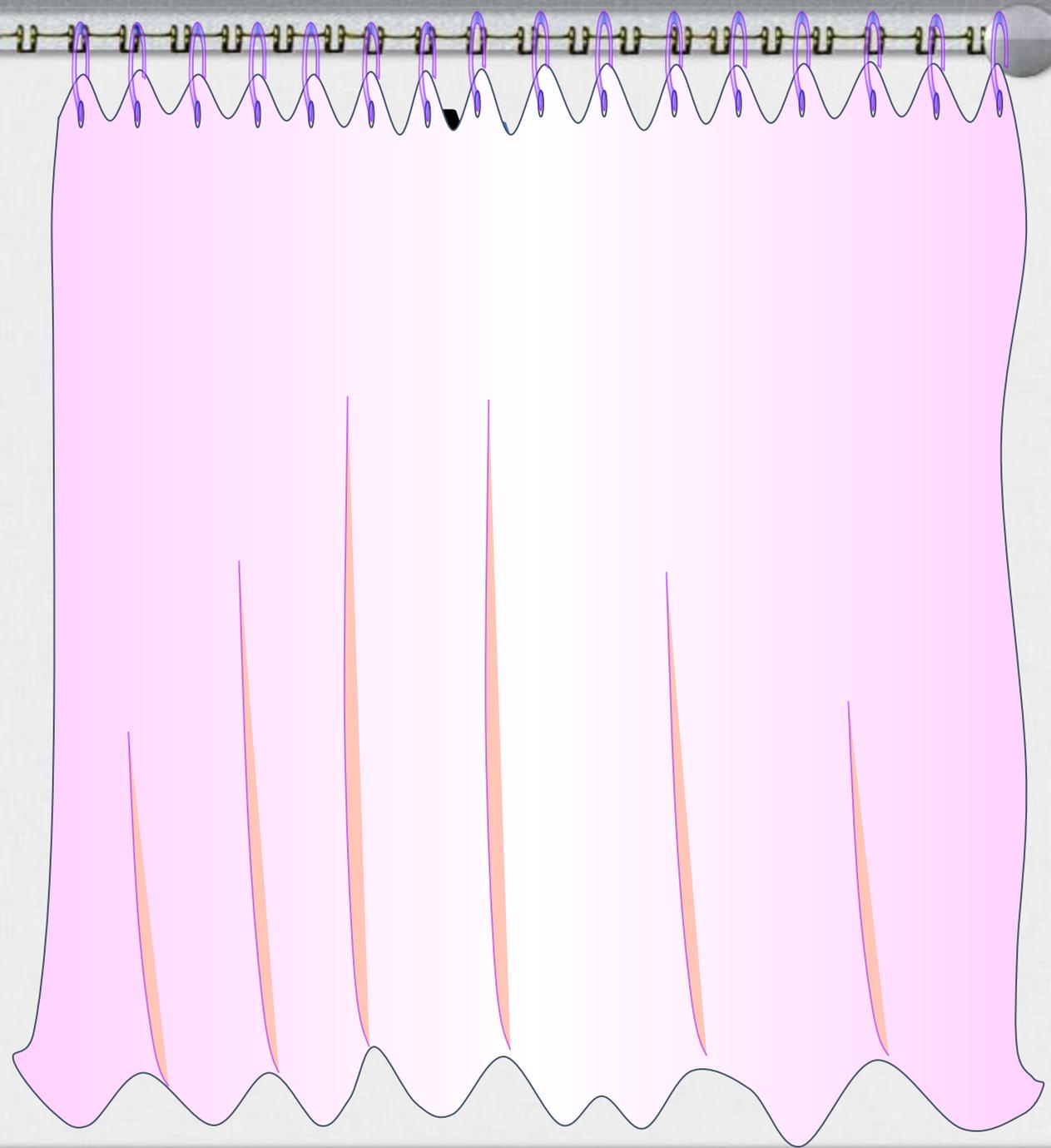
$$MC = AC : 1,2 = 35$$

**Ответ: 35.**



## Задача 7

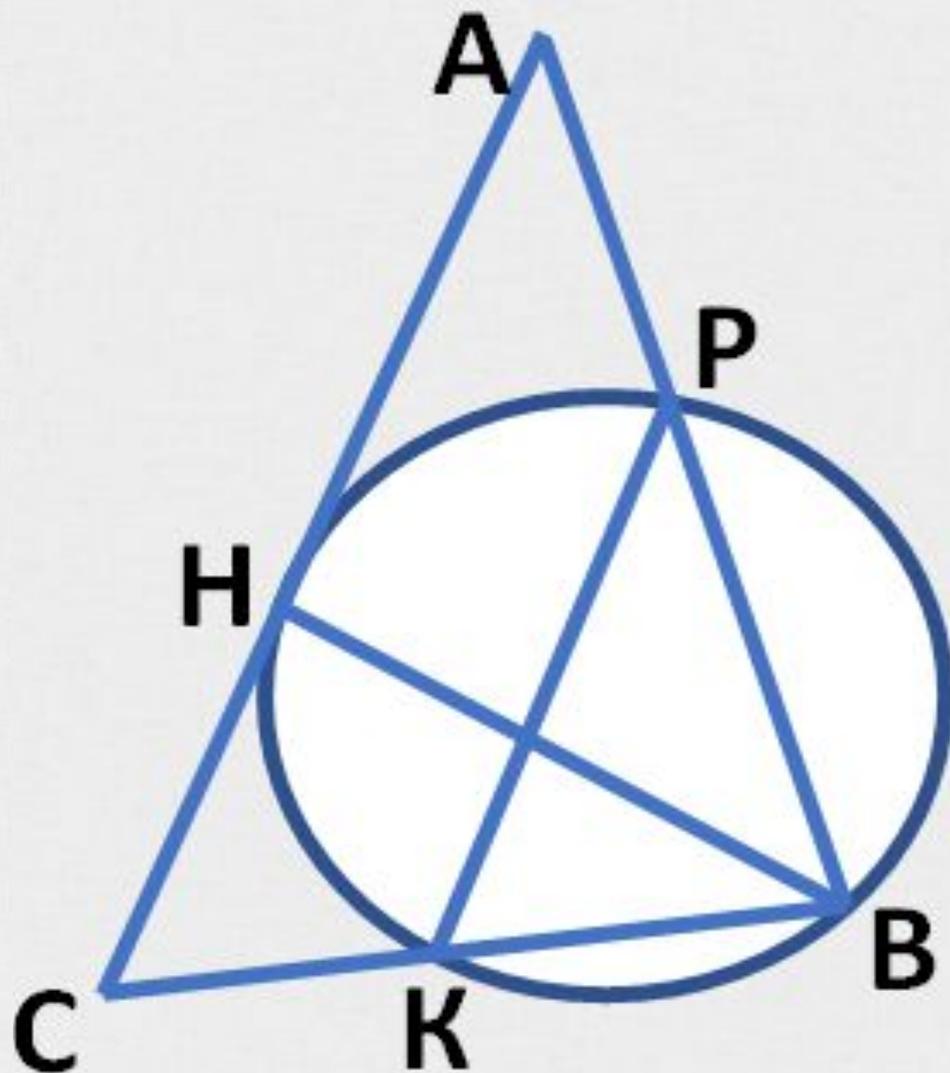
Точка  $H$  является основанием высоты  $BH$ , проведённой из вершины прямого угла  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $BH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $PK$ , если  $BH = 11$ .



## Решение

Угол **РВК** — вписанный, он равен  $90^\circ$  и опирается на дугу **КНР**, следовательно, дуга **КНР** равна  $180^\circ$ , значит, хорда **РК** — диаметр окружности и **РК = 11**

**Ответ: 11.**





ГОТОВИМСЯ  
К ЭКЗАМЕНАМ



# Дидактический материал

## К задаче № 1

- 1). Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 10$ ,  $AC = 40$ . (20)
- 2). Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 9$ ,  $AC = 36$ . (18)
- 3). Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 5$ ,  $AC = 45$ . (15)

## К задаче № 2

1). Точка  $H$  является основанием высоты  $VH$ , проведённой из вершины прямого угла  $V$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $VH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $PK$ , если  $VH = 11$ . (11)

2). Точка  $H$  является основанием высоты  $VH$ , проведённой из вершины прямого угла  $V$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $VH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $VH$ , если  $PK = 14$ . (14)

## К задаче № 3

1). Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 12$ ,  $DC = 48$ ,  $AC = 35$ . (28)

2). Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 15$ ,  $DC = 30$ ,  $AC = 39$ . (26)

3). Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 14$ ,  $DC = 42$ ,  $AC = 52$ . (39)

## К задаче № 4

1). Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AP = 16$ , а сторона  $BC$  в 1,6 раза меньше стороны  $AB$ . (10)

2). Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AP = 34$ , а сторона  $BC$  в 2 раза меньше стороны  $AB$ . (17)

# Источники ресурса

- [http://gorod-dverey.msk.ru/d/30520-7\\_0.jpg](http://gorod-dverey.msk.ru/d/30520-7_0.jpg)
- <https://odesign.ru/wp-content/uploads/7055-r1.jpg>
- [https://img-fotki.yandex.ru/get/95629/112265771.bba/0\\_d97b4\\_531b1a95\\_orig.jpg](https://img-fotki.yandex.ru/get/95629/112265771.bba/0_d97b4_531b1a95_orig.jpg)
- <https://youprint.ru/upload/images/items/gold55156260aae8e.jpg>
- Автор шаблона презентации учитель русского языка и литературы **Буркина Эрика Владимировна**
- <http://sites.reformal.ru/sdamgia.ru/>
- Картинка «Готовимся к экзаменам» / <http://demo.win-w.ru/upload/iblock/a5f/m.png>
- Чертежи:  
<https://pbs.twimg.com/media/EarNmGjX0AA7n9m.png>  
<https://cf2.ppt-online.org/files2/slide/x/XPerUISCwhgsAtc45EFR8HyOYqdNamBJ0QMojf/slide-6.jpg>  
[http://bezikev.ru/wp-content/uploads/2017/10/Задание24в9\\_1.jpg](http://bezikev.ru/wp-content/uploads/2017/10/Задание24в9_1.jpg)
- Сайт «Решу ОГЭ»/ <https://oge.sdamgia.ru>