



ГОТОВИМСЯ
К ЭКЗАМЕНАМ



Задачи по геометрии на вычисления - 1 (из 2 части ОГЭ)

*Разработано учителем математики
МОУ «СОШ» п. Аджером
Корткеросского района Республики
Коми*

Содержание

- Решение задач по теме «УГЛЫ»
 - Дидактический материал
- Решение задач по теме «Треугольники»
 - Дидактический материал



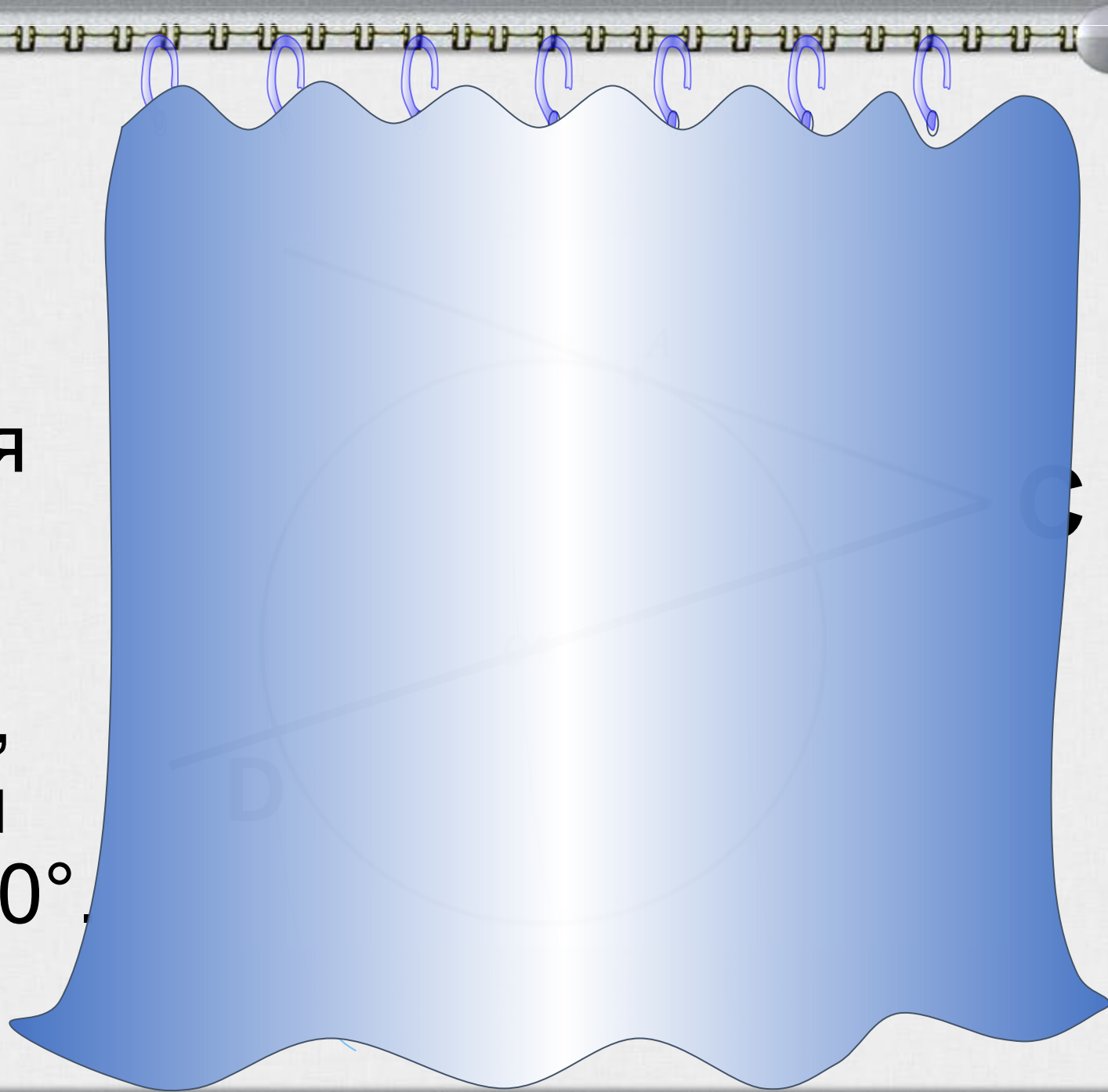
ГОТОВИМСЯ
К ЭКЗАМЕНАМ



Решение задач по теме «УГЛЫ»

Задача 1

Найдите угол $АСО$,
если его
сторона $СА$ касается
окружности, O —
центр окружности, а
дуга AD окружности,
заключённая внутри
этого угла, равна 100° .



Решение

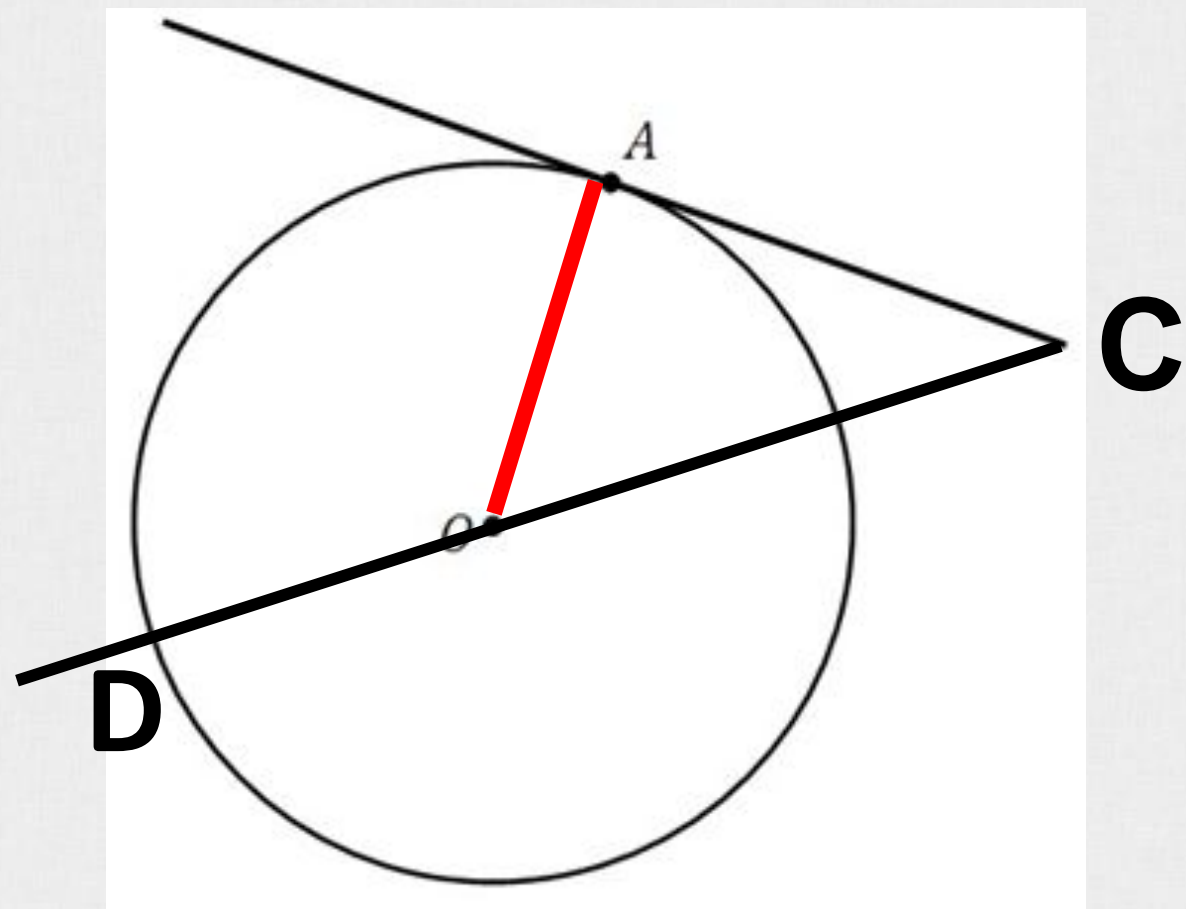
Проведём радиус OA .

Треугольник AOC —
прямоугольный,

$$\angle OAC = 90^\circ.$$

$$\begin{aligned}\angle COA &= 180^\circ - \angle AOD = \\ &= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ;\end{aligned}$$

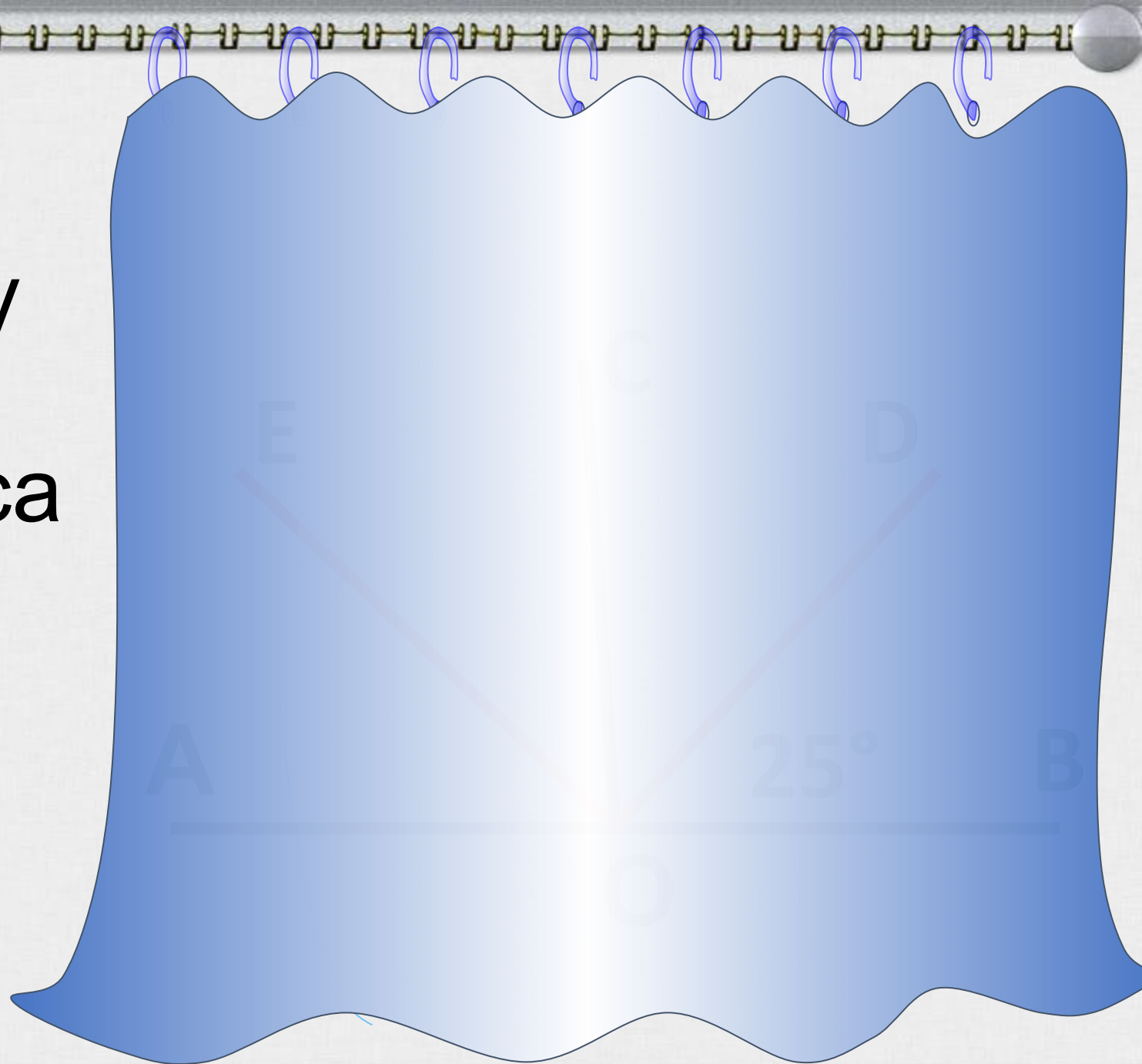
$$\angle ACO = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ.$$



Ответ: 10.

Задача 2

Найдите величину
угла AOE , если
 OE — биссектриса
угла AOC , OD —
биссектриса
угла COB .



Решение

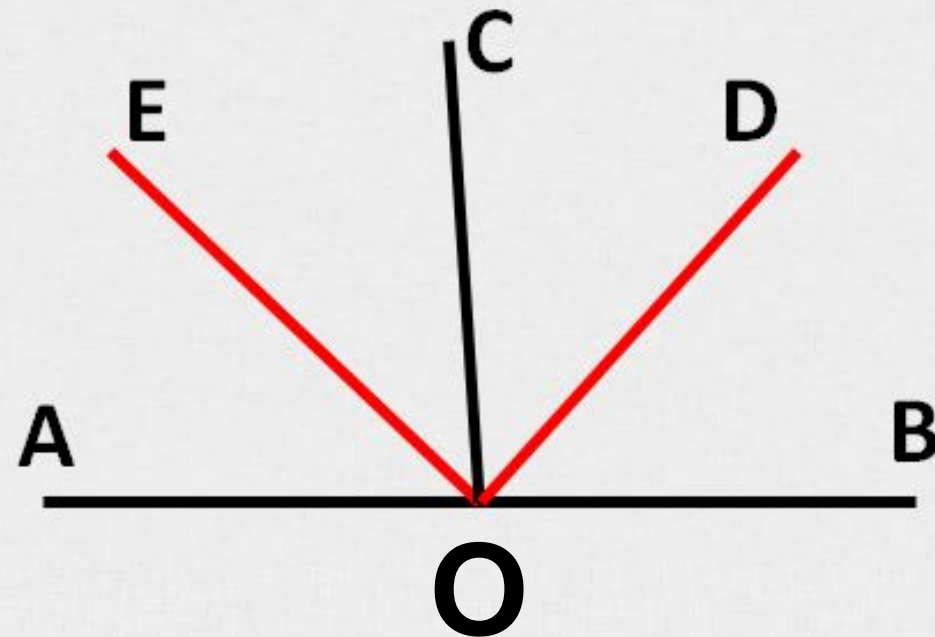
Имеем:

$$\angle COB = 2 \cdot 25^\circ = 50^\circ;$$

$$\begin{aligned} \angle AOC &= 180^\circ - 50^\circ = \\ &= 130^\circ; \end{aligned}$$

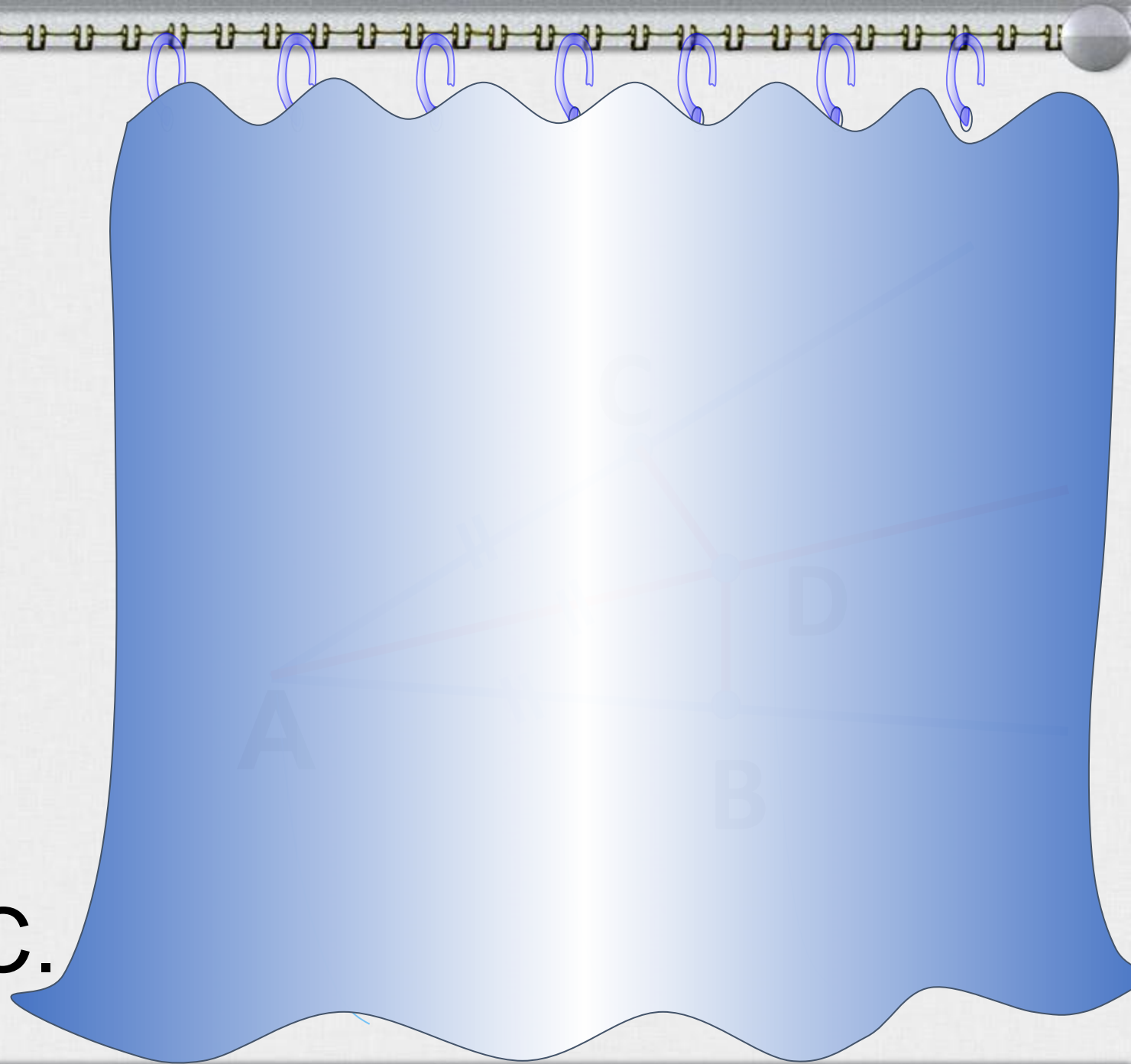
$$\angle AOE = 130^\circ : 2 = 65^\circ.$$

Ответ: 65° .



Задача 3

На сторонах угла BAC и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB ; AC и AD . Величина угла BDC равна 160° . Определите величину угла BAC .



Решение

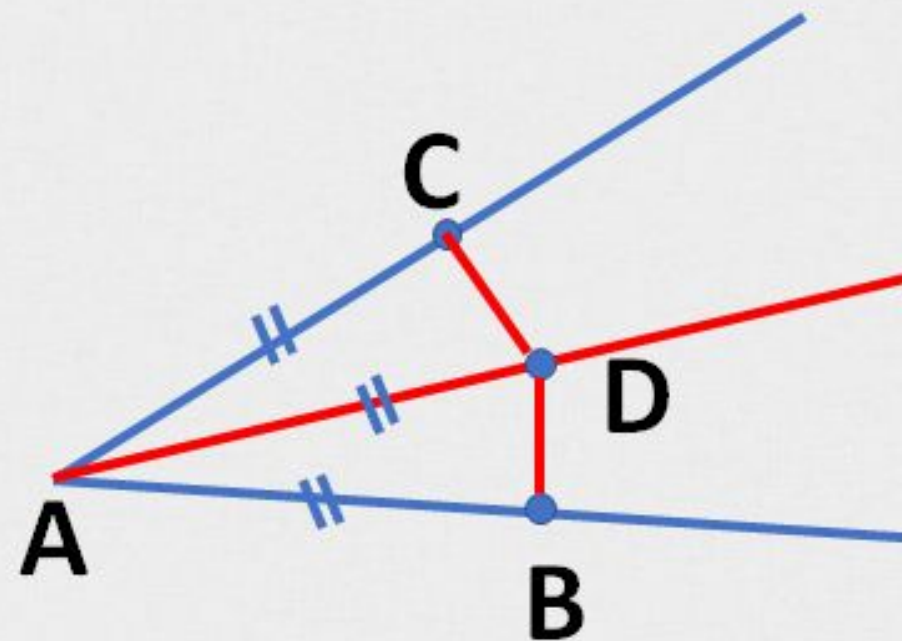
Треугольники **ADB** и **ACD** равнобедренные и равны по двум сторонам и углу между ними.

Следовательно,

$$\angle ACD = \angle CDA = \angle ADB = 80^\circ$$

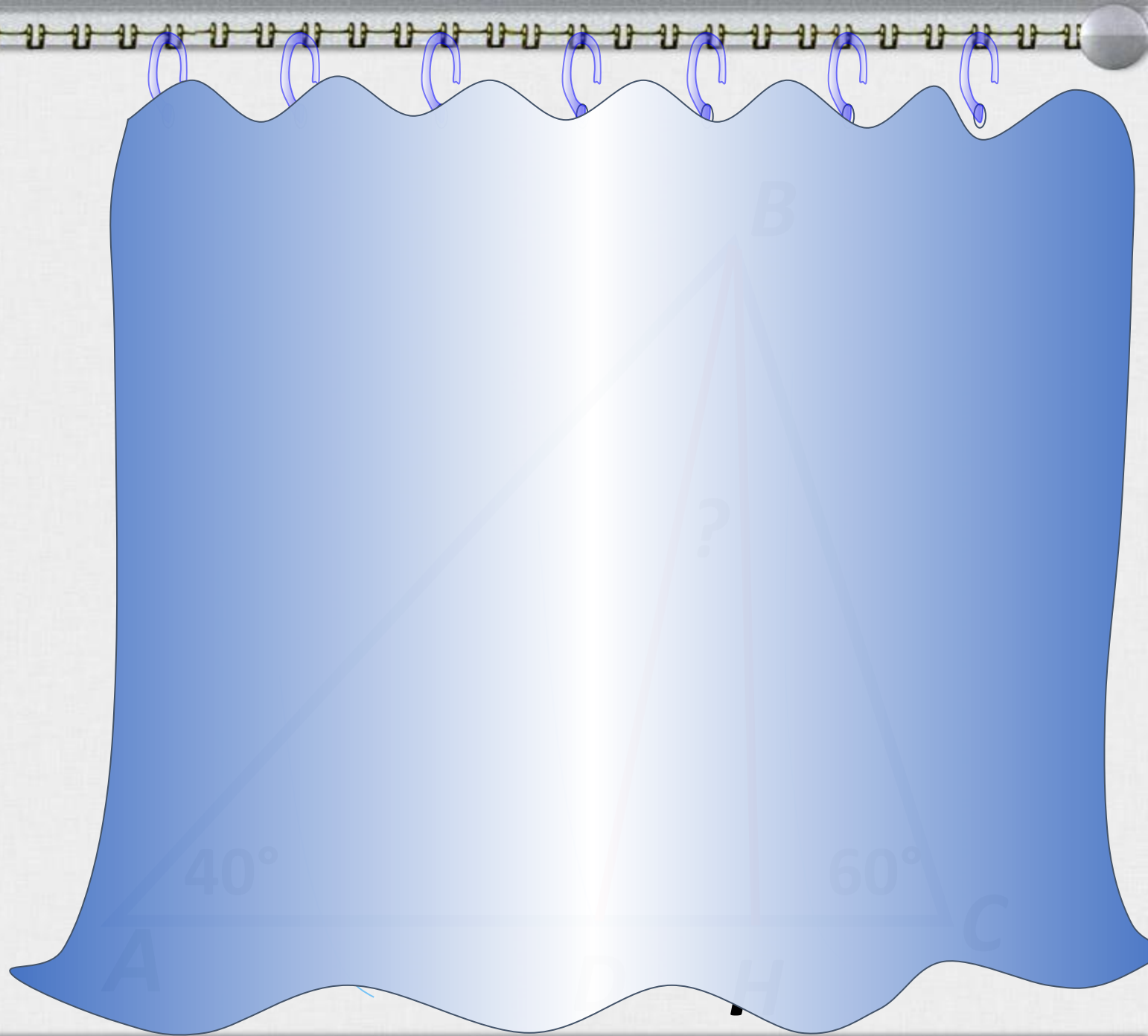
$$\angle BAC = 360^\circ - 4 \cdot 80^\circ = 40^\circ.$$

Ответ: 40° .



Задача 4

В
треугольнике ABC
углы A и C равны
 40° и 60°
соответственно.
Найдите угол
между
высотой BH и
биссектрисой BD .



Решение

Из $\triangle ABC$ найдем $\angle ABC$:

$$\begin{aligned}\angle ABC &= 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ - \\ &- (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ\end{aligned}$$

BD — биссектриса, следовательно,

$$\angle DBC = 0,5 \cdot \angle ABC = 40^\circ$$

Т.к. $\triangle HBC$ — прямоугольный,
следовательно:

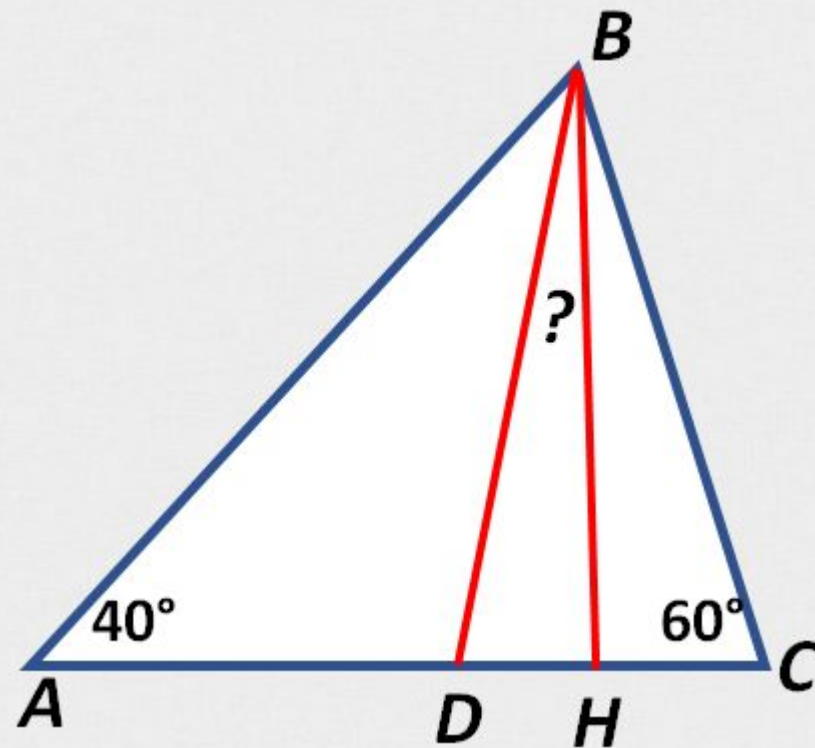
$$\angle HBC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Найдём угол DBH :

$$\angle DBH = \angle DBC - \angle HBC = 40^\circ - 30^\circ = 10^\circ$$

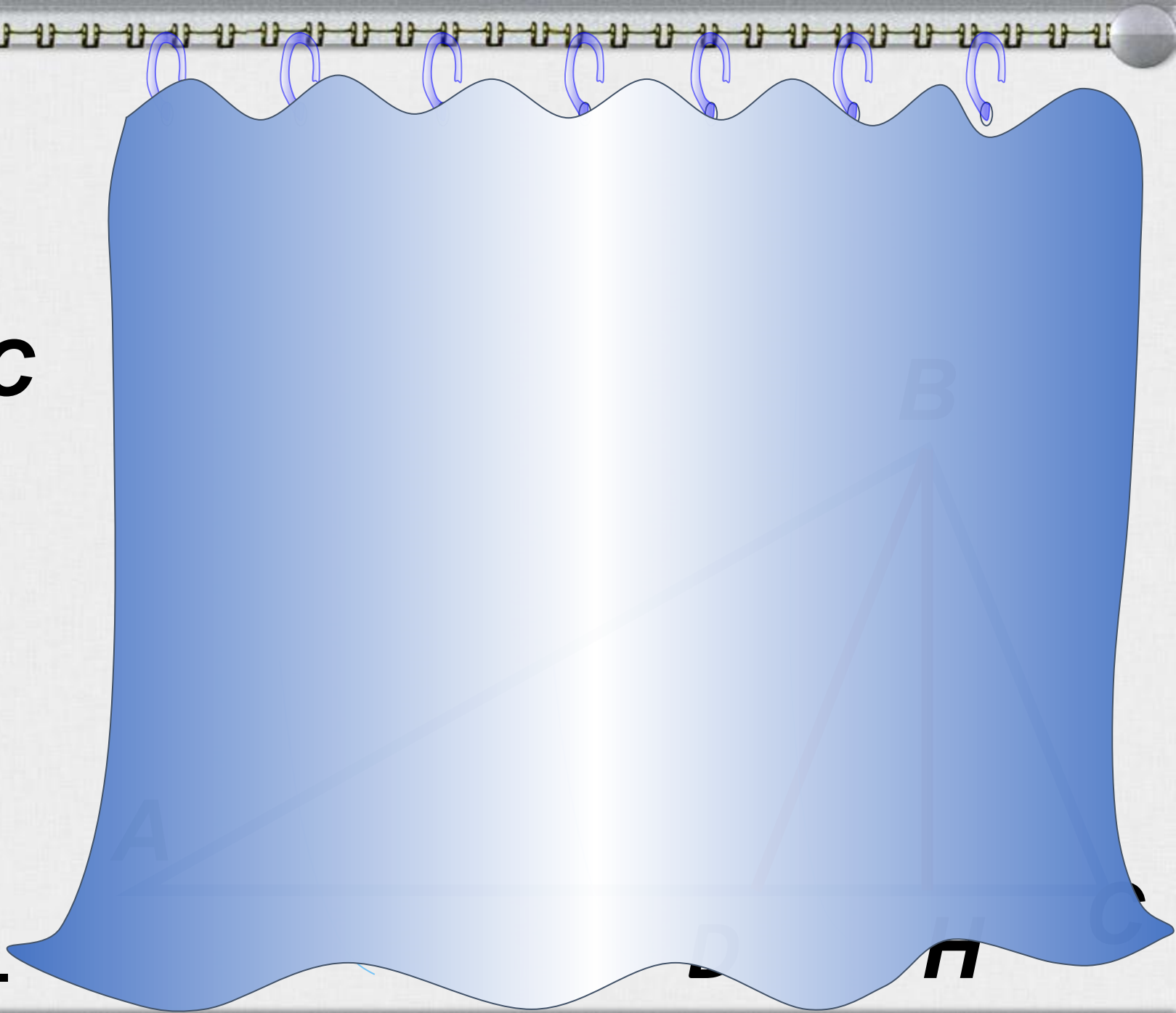
Ответ:

10°.



Задача 6

В
треугольнике ABC
углы A и C равны
 20° и 60°
соответственно.
Найдите угол
между
высотой BH и
биссектрисой BD .



Решение

Из треугольника ABC найдем $\angle ABC = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ - (20^\circ + 60^\circ) = 100^\circ$

BD — биссектриса, следовательно,

$$\angle DBC = 0,5 \cdot \angle ABC = 50^\circ$$

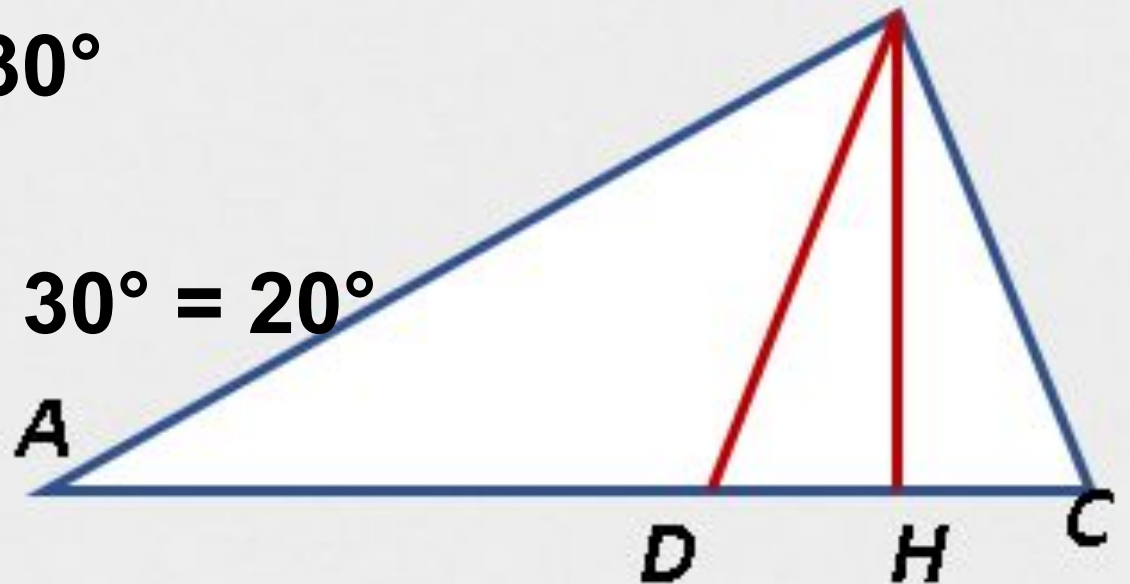
Треугольник HBC — прямоугольный, следовательно: B

$$\angle HBC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Найдём угол DBH

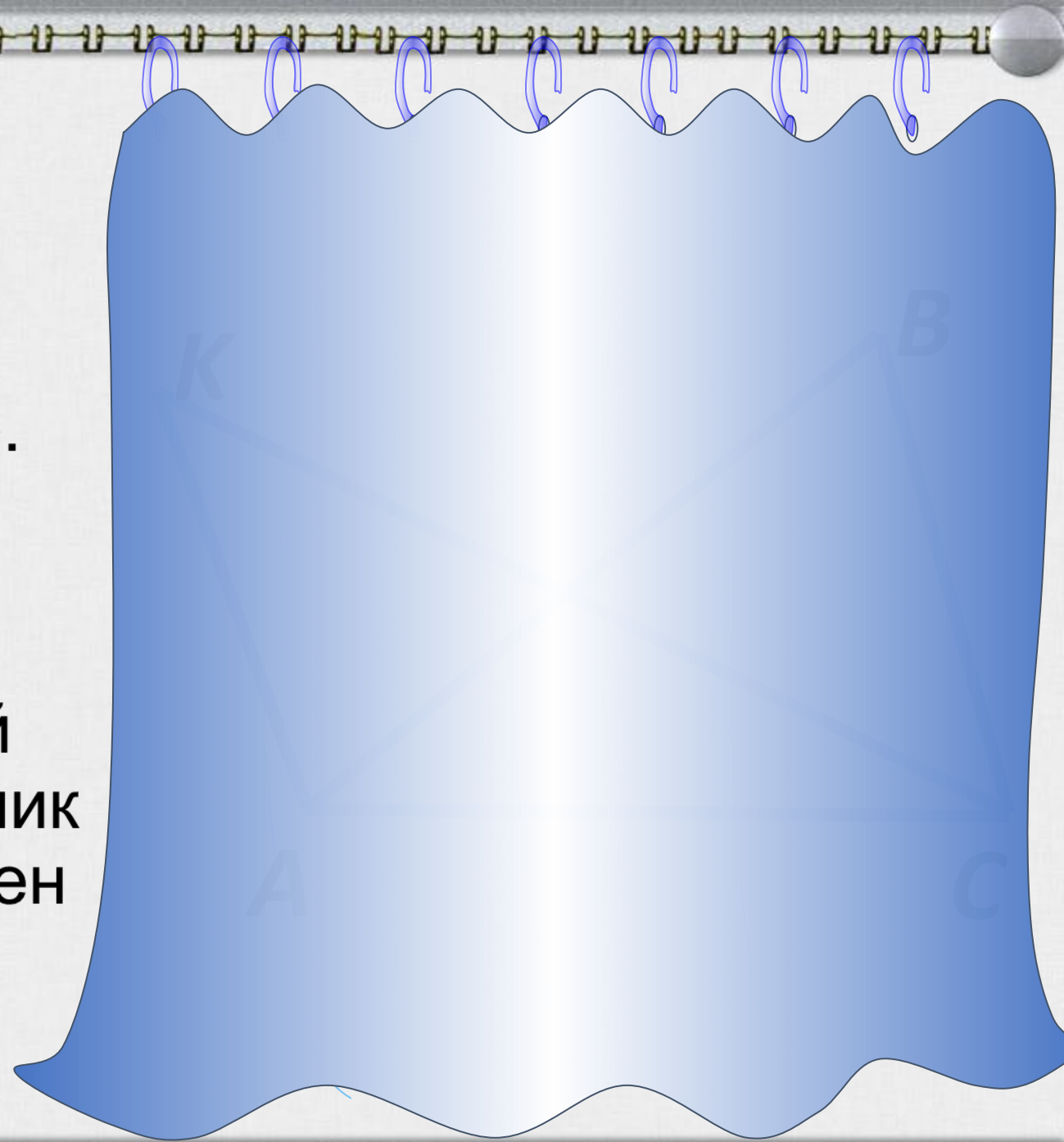
$$\angle DBH = \angle DBC - \angle HBC = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

Ответ: 20° .



Задача 5

Стороны **AC**, **AB**, **BC** треугольника **ABC** равны $2\sqrt{5}$; $\sqrt{7}$, и **2** соответственно. Точка **K** расположена вне треугольника **ABC**, причём отрезок **KC** пересекает сторону **AB** в точке, отличной от **B**. Известно, что треугольник с вершинами **K**, **A** и **C** подобен исходному. Найдите косинус угла **AKC**, если $\angle KAC > 90^\circ$.



Решение

Рассмотрим подобные треугольники **ABC** и **AKC** и установим соответствие между их углами.

Против большей стороны всегда лежит больший угол, в ΔABC это $\sphericalangle ABC$, в ΔAKC , в свою очередь, есть тупой угол **KAC** и он является наибольшим.

Значит, $\sphericalangle KAC = \sphericalangle ABC$. (Угол **ACK** заведомо не может быть равен углу **ACB**, так как он составляет только его часть).

Следовательно, $\sphericalangle ACB$ равен $\sphericalangle AKC$.

Найдём косинус угла используя теорему косинусов:

$$\begin{aligned}\cos \sphericalangle AKC &= \cos \sphericalangle ACB = (AC^2 + BC^2 - AB^2) : (2 AC \cdot BC) = \\ &= (20+4-7) : (2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2) = 17:8\sqrt{5} = \mathbf{17\sqrt{5} : 40}\end{aligned}$$



ГОТОВИМСЯ
К ЭКЗАМЕНАМ



Дидактический материал

К ЗАДАЧЕ №1

№1. Найдите угол $АСО$, если его сторона $СА$ касается окружности, O — центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 110° .

№2. Найдите угол $АСО$, если его сторона $СА$ касается окружности, O — центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 100° .

№3. Найдите угол $АСО$, если его сторона $СА$ касается окружности, O — центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 140° .

К ЗАДАЧЕ №2

1). Найдите величину угла $\angle AOE$, если OE — биссектриса угла $\angle AOC$, OD — биссектриса угла $\angle COB$.

2). Найдите величину угла $\angle COE$, если OE — биссектриса угла $\angle AOC$, AD — биссектриса угла $\angle COB$.

К ЗАДАЧЕ №3

- 1). На сторонах угла BAC и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Величина угла BDC равна 160° . Определите величину угла BAC .
- 2). На сторонах угла BAC , равного 20° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

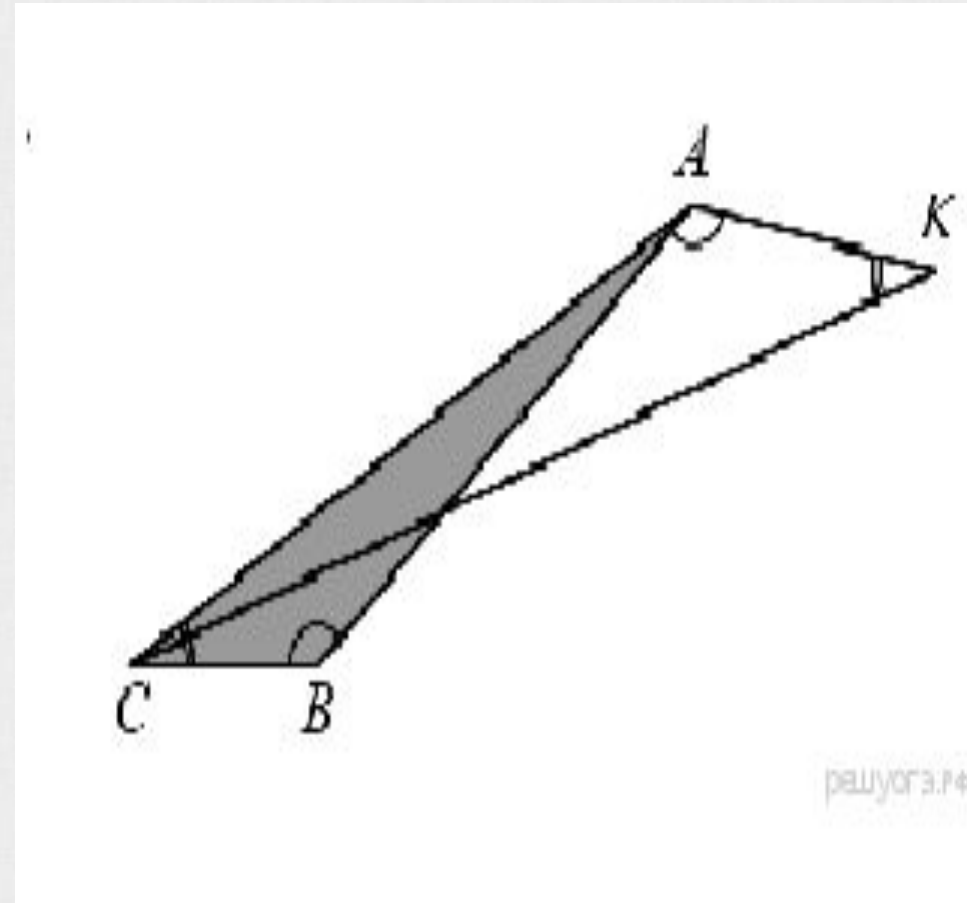
К ЗАДАЧЕ №4

- 1). В треугольнике ABC углы A и C равны 20° и 60° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD .
- 2). В треугольнике ABC углы A и C равны 20° и 50° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD .
- 3). В треугольнике ABC углы A и C равны 30° и 50° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD .

К ЗАДАЧЕ №5

1).

Стороны AC , AB , BC треугольника ABC равны $2\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ и 1 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC , причем отрезок KC пересекает отрезок AB в точке, отличной от B . Известно, что треугольник с вершинами K , A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC , если угол $KAC > 90^\circ$.



К ЗАДАЧЕ №6

- 1). В треугольнике ABC углы A и C равны 40° и 60° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD .
- 2). В треугольнике ABC углы A и C равны 20° и 60° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD .
- 3). В треугольнике ABC углы A и C равны 20° и 50° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD .



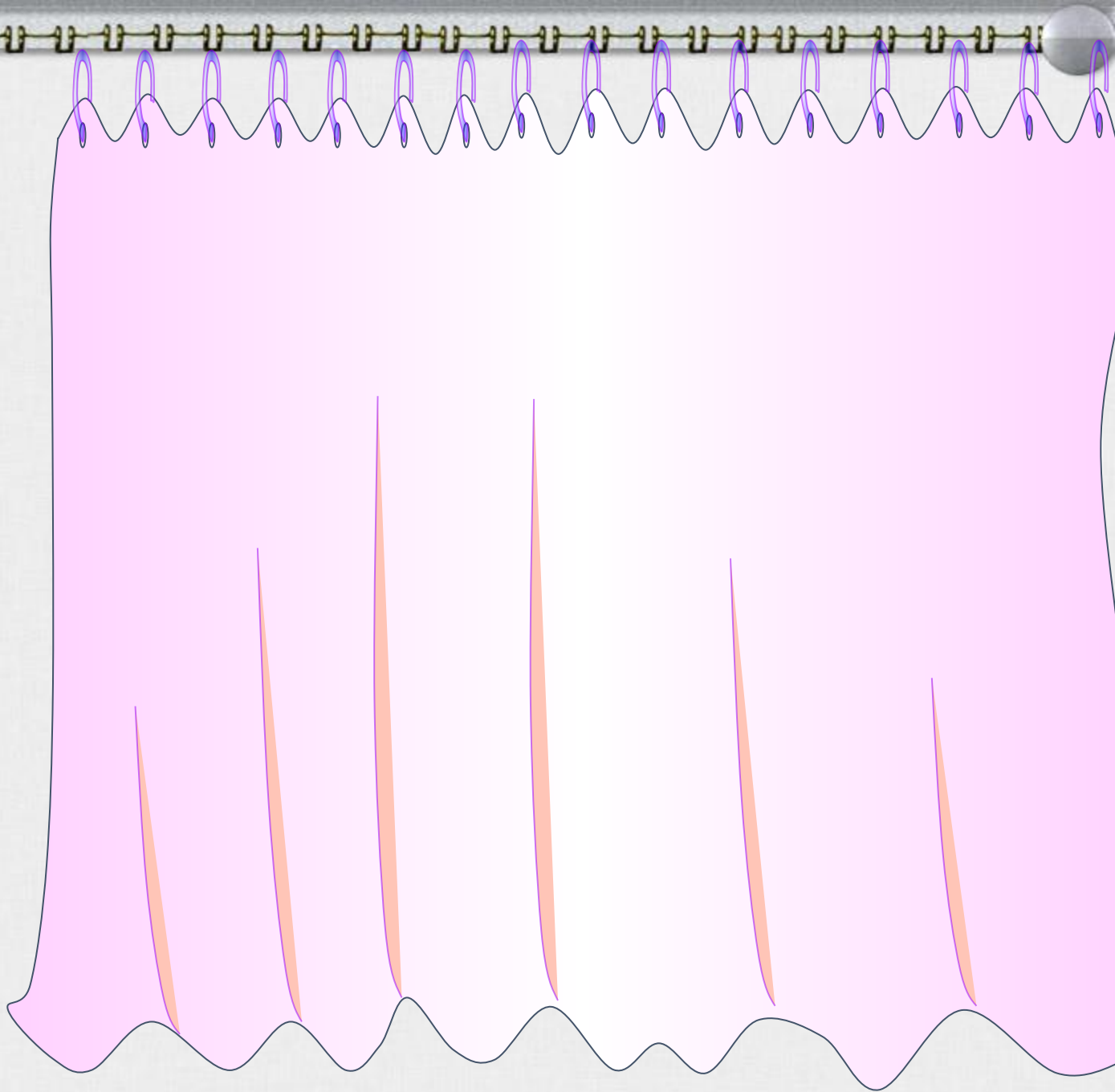
ГОТОВИМСЯ
К ЭКЗАМЕНАМ



Решение задач по теме «Треугольники»

Задача 1

Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 5$, $AC = 20$.



Решение

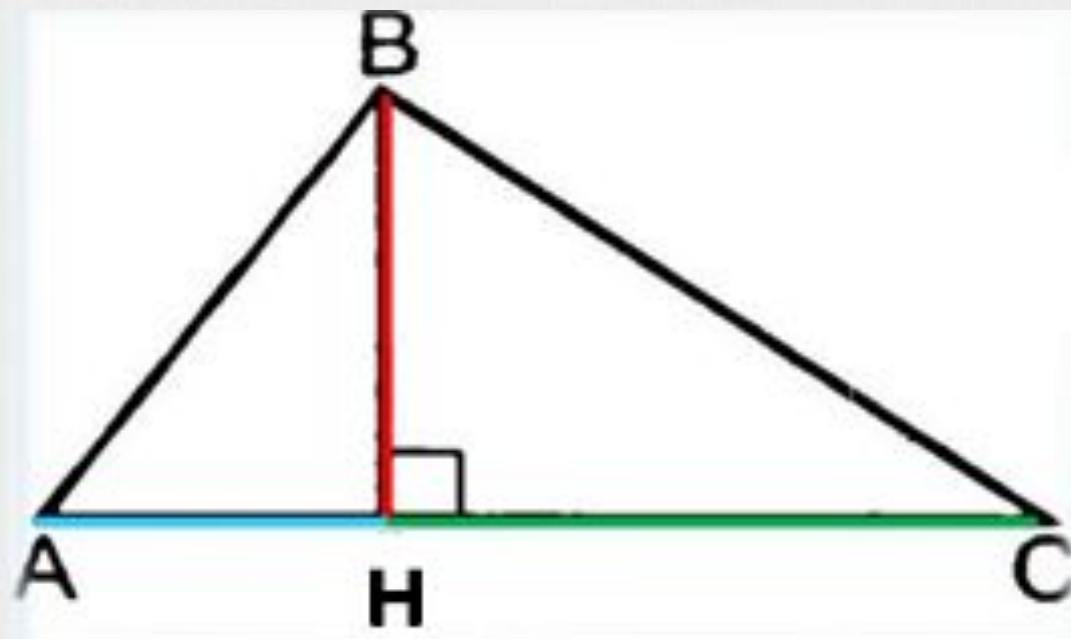
Поскольку BH — высота
треугольника ABC ,
прямоугольные
треугольники ABC и AHB
подобны.

Следовательно,

$$AB : AC = AH : AB,$$

$$\text{откуда } AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 10$$

Ответ: 10.



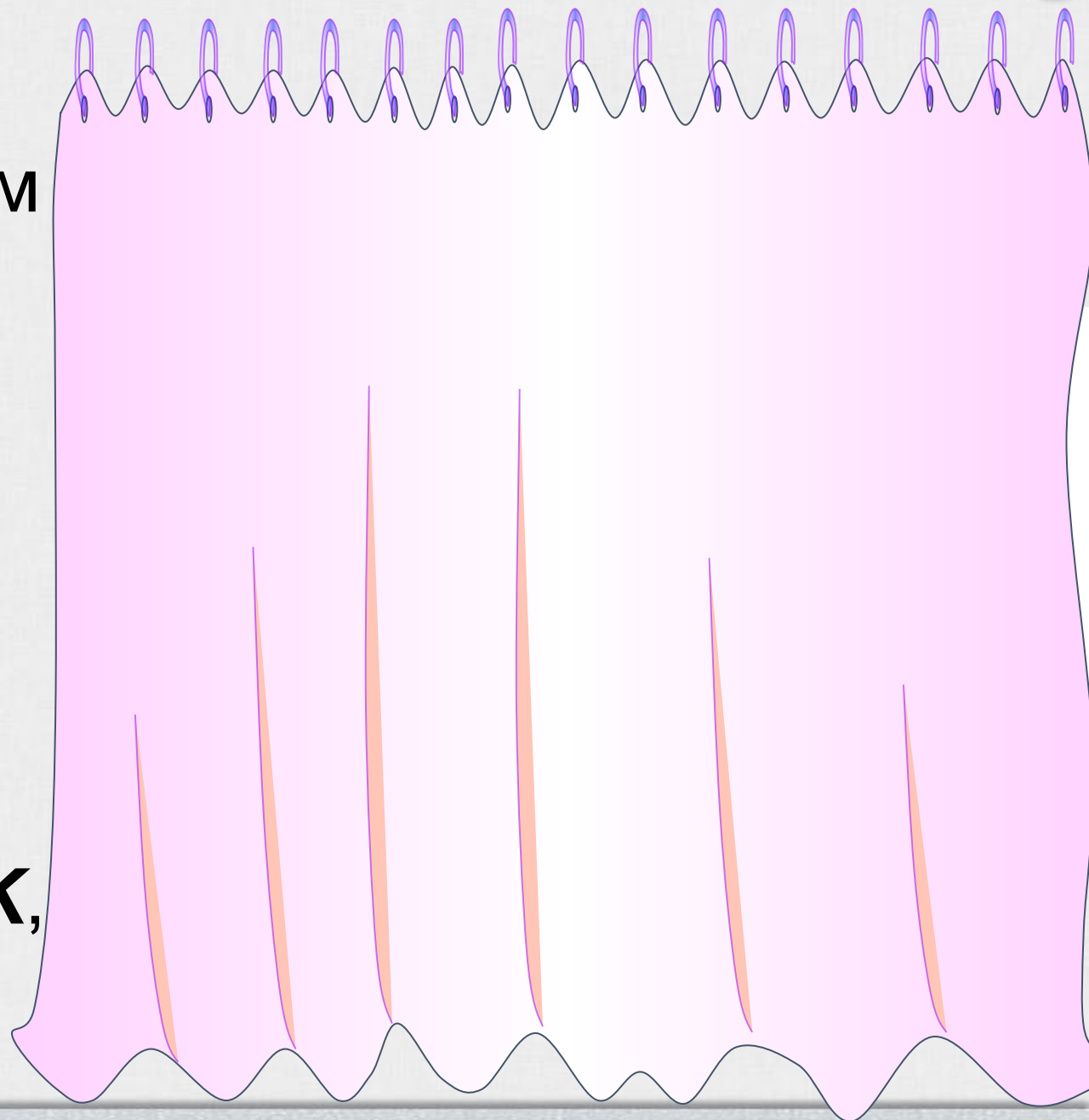
Задача 2

Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B

прямоугольного $\triangle ABC$.

Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K

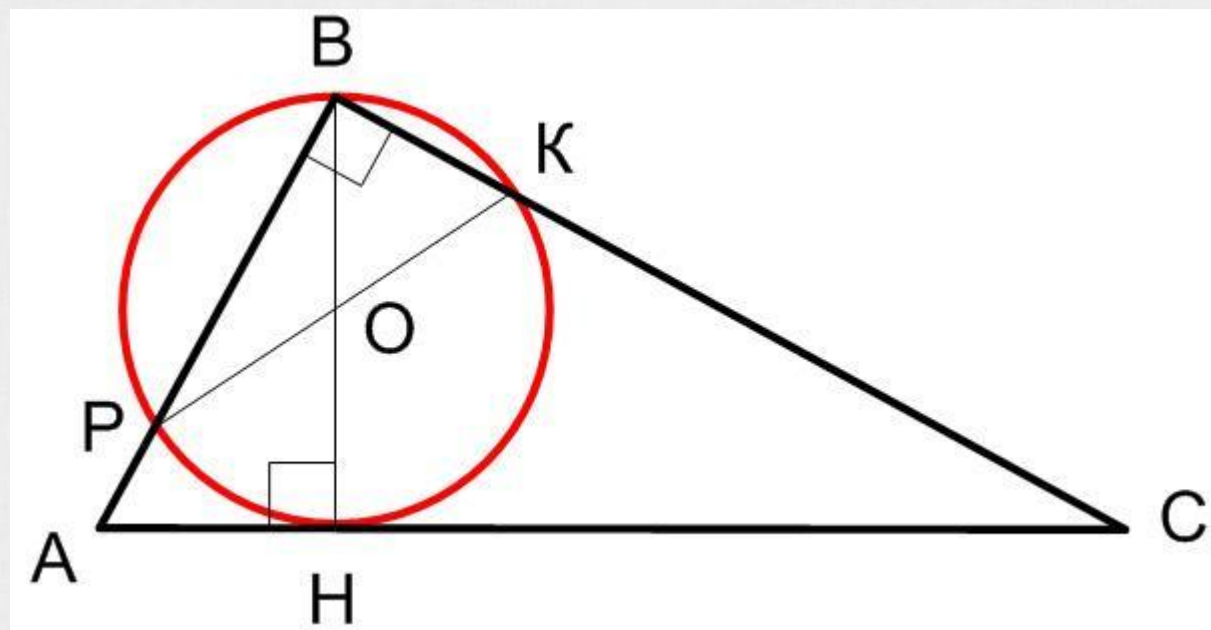
соответственно. Найдите PK , если $BH = 16$.



Решение

Угол \mathbf{ABC} — вписанный, он равен $\mathbf{90^\circ}$ и опирается на дугу \mathbf{KNP} , следовательно, дуга \mathbf{KNP} равна $\mathbf{180^\circ}$, значит, хорда \mathbf{PK} — диаметр окружности и $\mathbf{PK} = 16$.

Ответ: 16



Задача 3

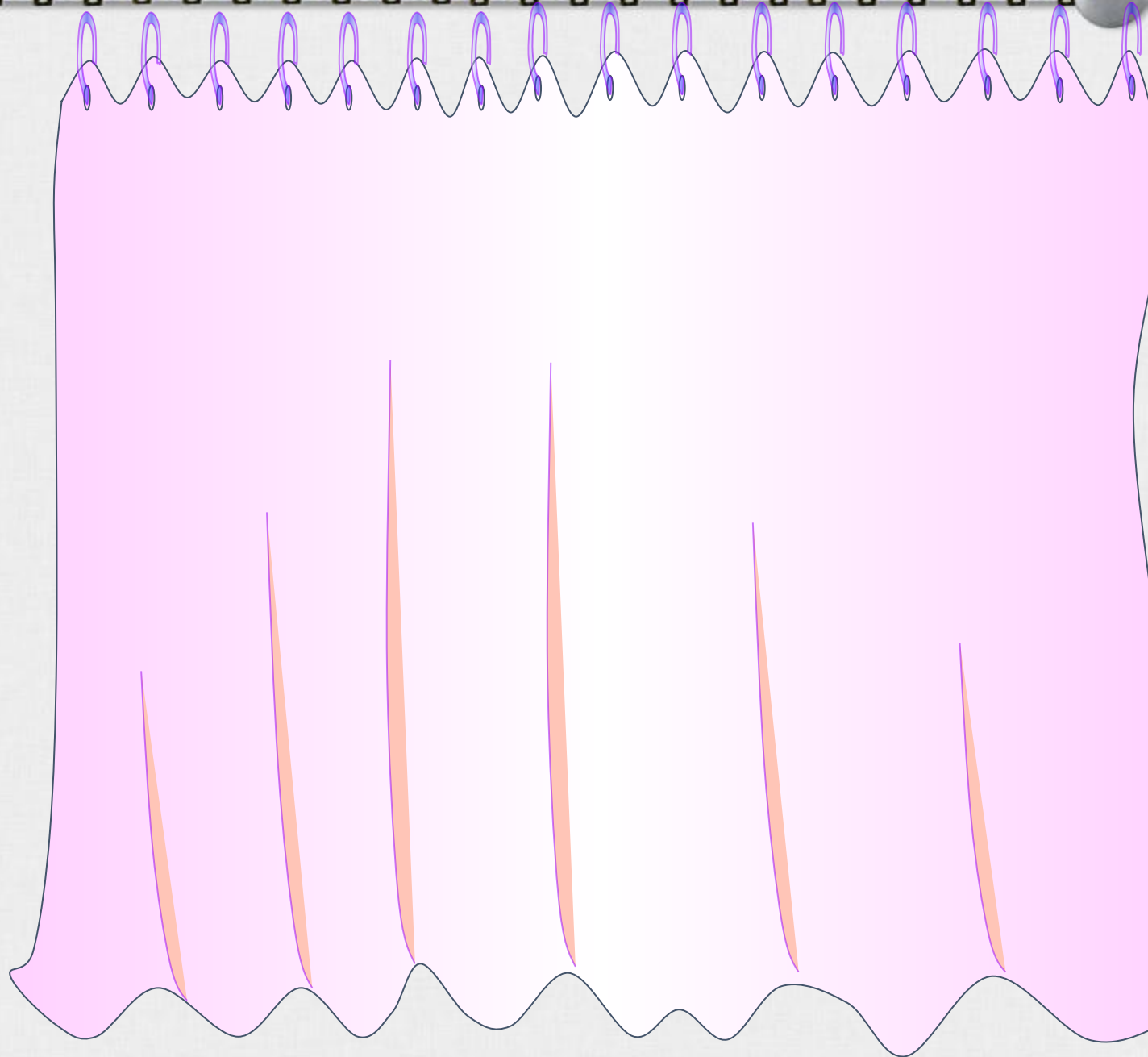
Отрезки AB и DC

лежат на
параллельных
прямым,

а отрезки AC и BD

пересекаются в
точке M . Найдите MC ,
если $AB = 16$,

$DC = 24$, $AC = 25$.



Решение

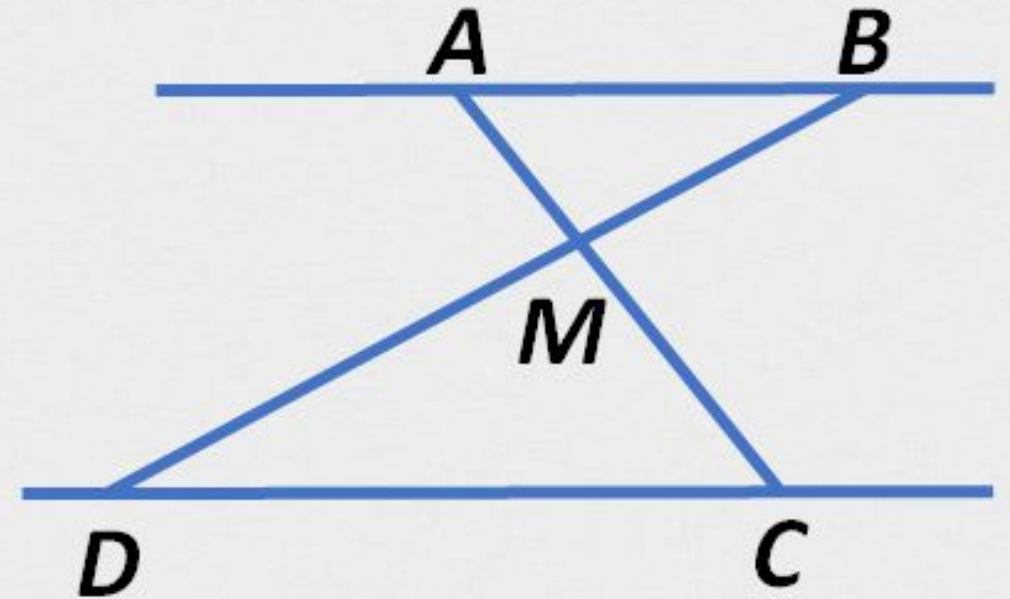
Углы **DCM** и **BAM** равны как
накрест лежащие,
углы **DMS** и **BMA** равны как
вертикальные,
следовательно, треугольники
DVC и **BMA** подобны по двум
углам.

$$\text{Значит, } \frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Следовательно, **AC** = AM + MC =

$$= \frac{2}{3}MC + MC = \frac{5}{3}MC$$

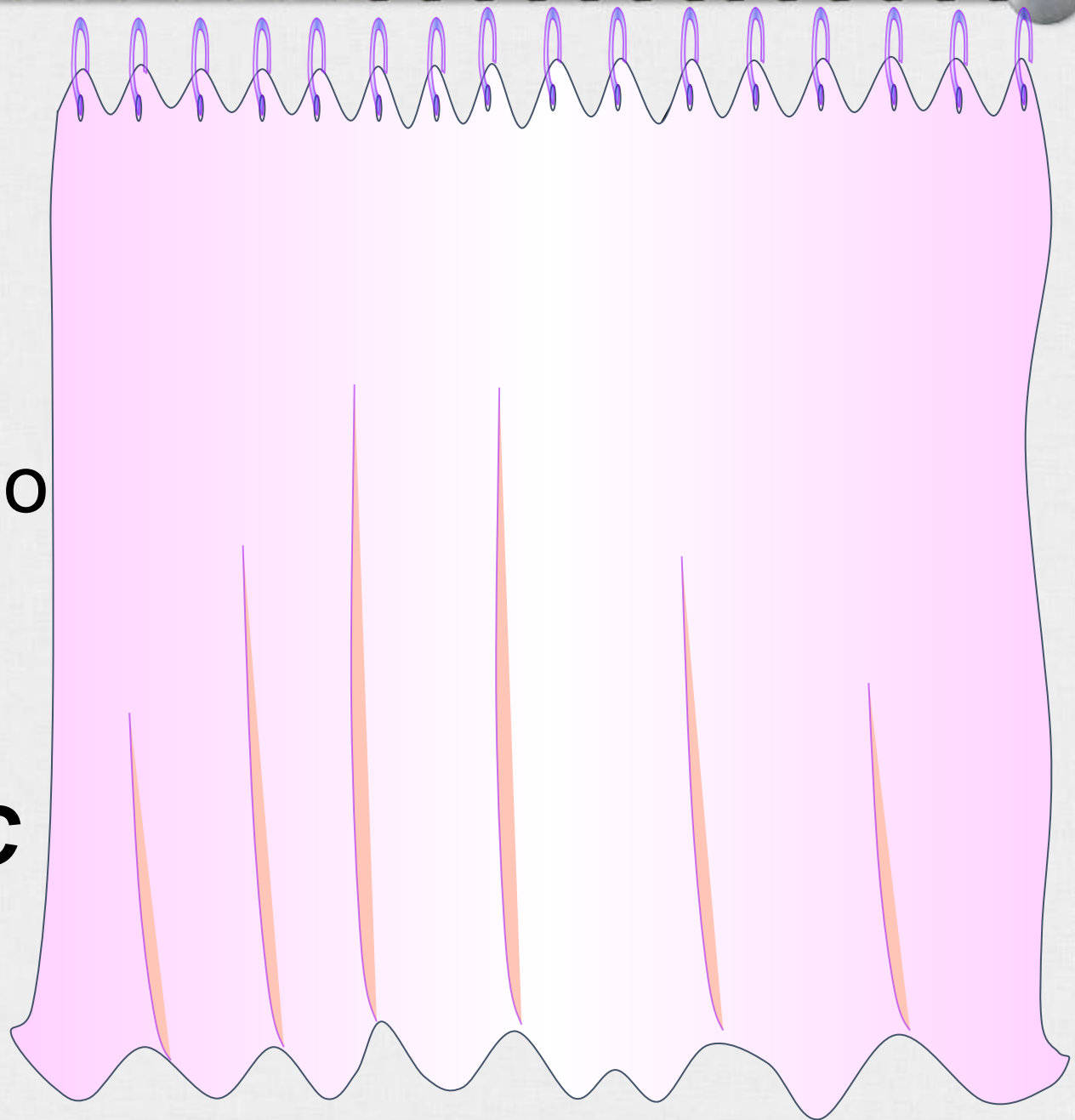
$$\text{Откуда } MC = \frac{AC}{5} \cdot 3 = \frac{25}{5} \cdot 3 = \mathbf{15}$$



Задача 4

Окружность пересекает стороны AB и AC

$\triangle ABC$ в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 18$, а сторона BC в 1,2 раза меньше стороны AB .



Решение

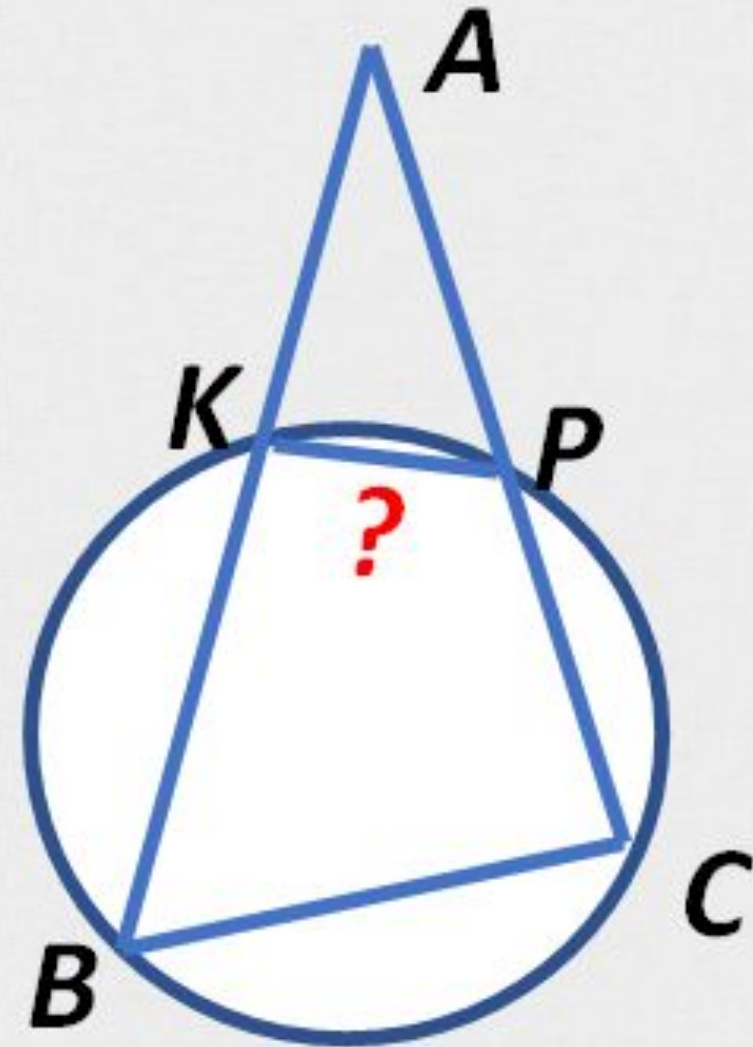
Поскольку четырёхугольник **КРСВ** вписан в окружность, сумма противоположных углов равна 180° , следовательно, $\angle_{\text{КВС}} + \angle_{\text{КРС}} = 180^\circ$.

Углы **АРК** и **КРС** — смежные, следовательно, $\angle_{\text{АРК}} + \angle_{\text{КРС}} = 180^\circ$.

Из приведённых равенств, получаем, что $\angle_{\text{КВС}} = \angle_{\text{АРК}}$.

Рассмотрим треугольники **АВС** и **АКР**, угол **А** — общий, углы **АРК** и **КВС** равны, следовательно, треугольники подобны,

Значит $\frac{KP}{BC} = \frac{AK}{AC} = \frac{AP}{AB}$



Продолжение

Используя равенство $\frac{KP}{BC} = \frac{AP}{AB}$ найдём **KP**:

$$\frac{KP}{BC} = \frac{AP}{1,2BC} \Rightarrow KP = \frac{AP}{1,2} \Rightarrow \mathbf{KP = 15}$$

Задача 5

Прямая, параллельная стороне AC $\triangle ABC$, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 13$, $AC = 65$, $NC = 28$.



A

Решение

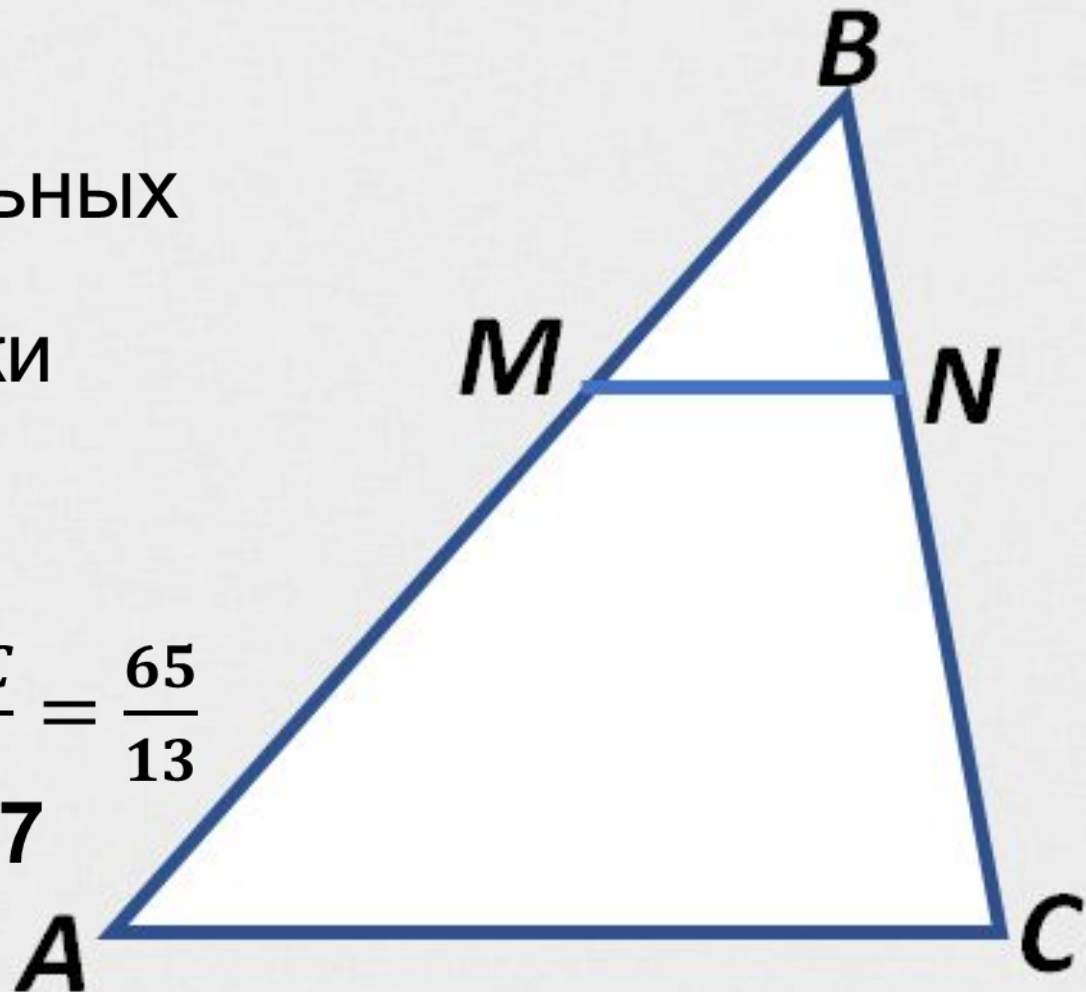
Рассмотрим
треугольники ABC и BMN :
углы BMN и BAC равны как
соответственные при параллельных
прямым, угол B — общий,
следовательно, эти треугольники
подобны.

Откуда $\frac{BC}{BN} = \frac{AB}{BM} = \frac{AC}{MN}$

Найдём BN : $\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} \Rightarrow \frac{BN+NC}{BN} = \frac{65}{13}$

$$\Rightarrow 5BN = BN + 28 \Rightarrow BN = 7$$

Ответ: 7.



Задача 6

Отрезки AB и DC

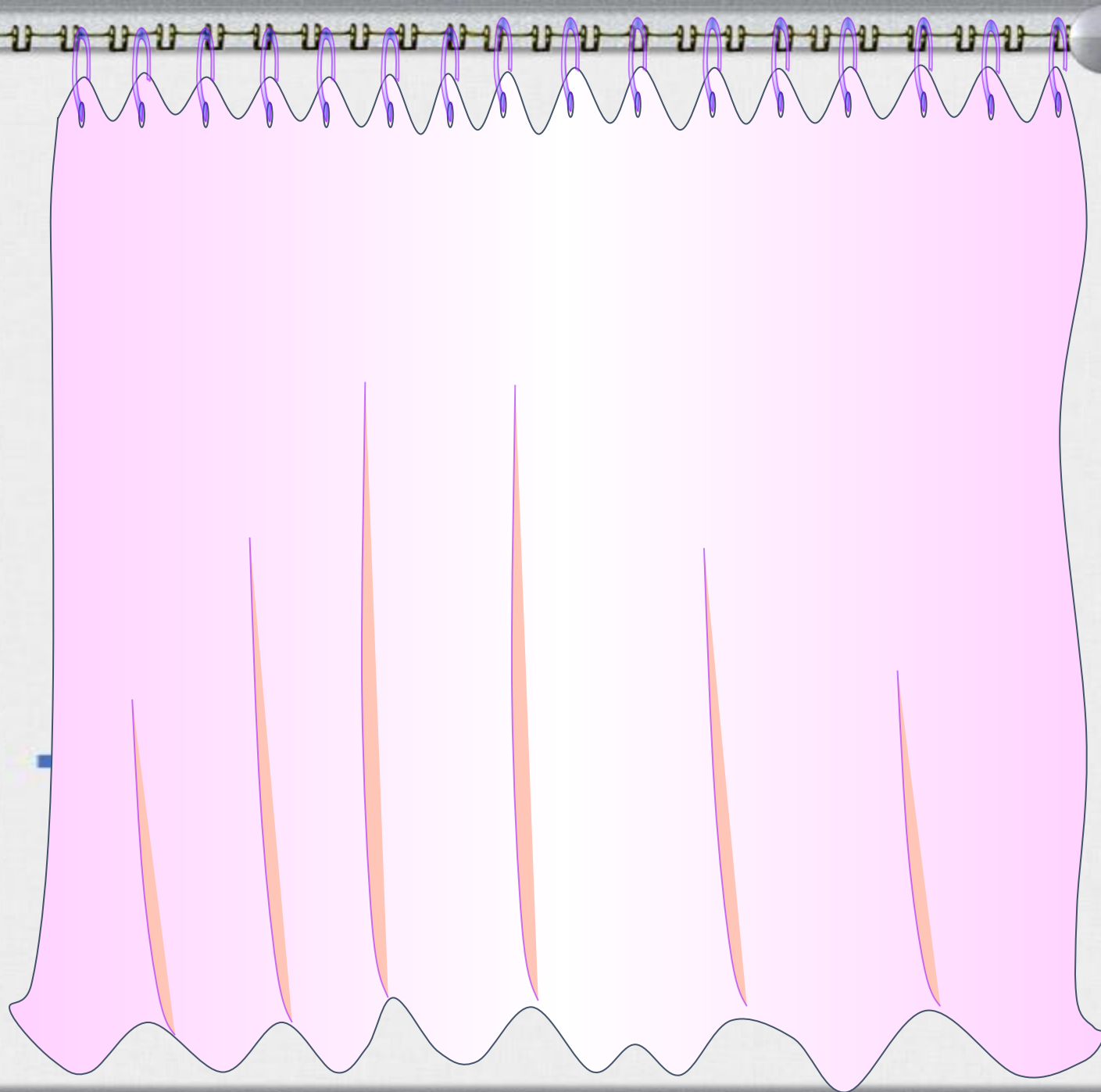
лежат на
параллельных

прямым, а
отрезки AC и BD

пересекаются в
точке M .

Найдите MC ,
если $AB = 13$,

$DC = 65$, $AC = 42$.



Решение

Углы **ДСМ** и **ВАМ** равны как накрест лежащие, углы **DMC** и **BMA** равны как вертикальные, следовательно, треугольники **DMC** и **BMA** подобны по двум углам.

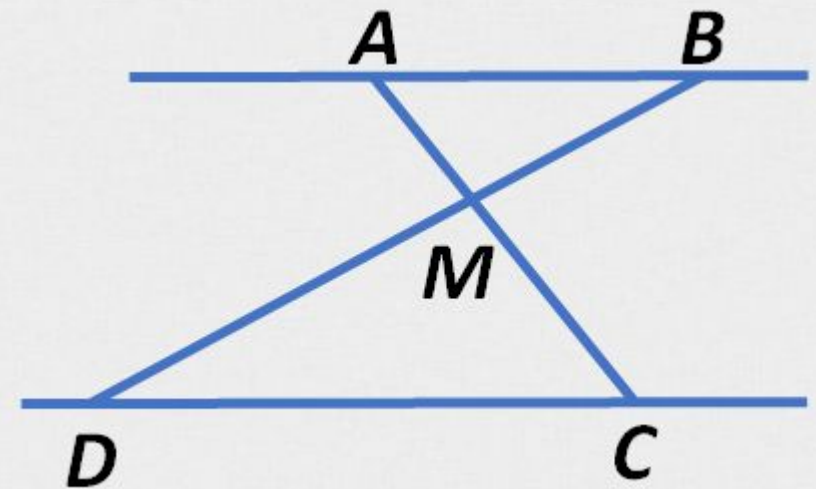
$$\text{Значит, } \frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{13}{65} = 0,2$$

Следовательно, **AM = 0,2 · MC**

$$\text{Откуда } AC = MC + AM = MC + 0,2MC = 1,2MC$$

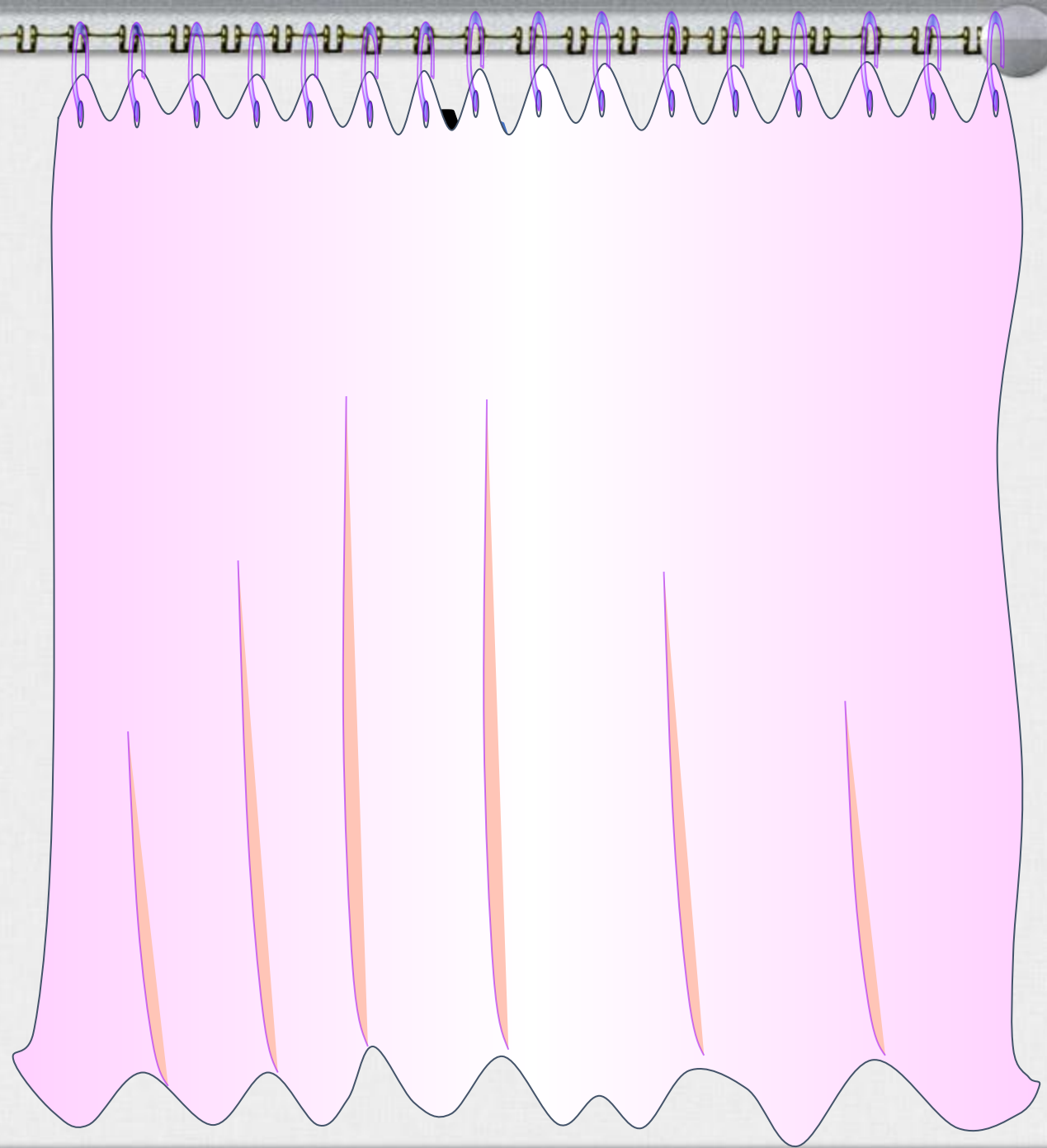
$$MC = AC : 1,2 = 35$$

Ответ: 35.



Задача 7

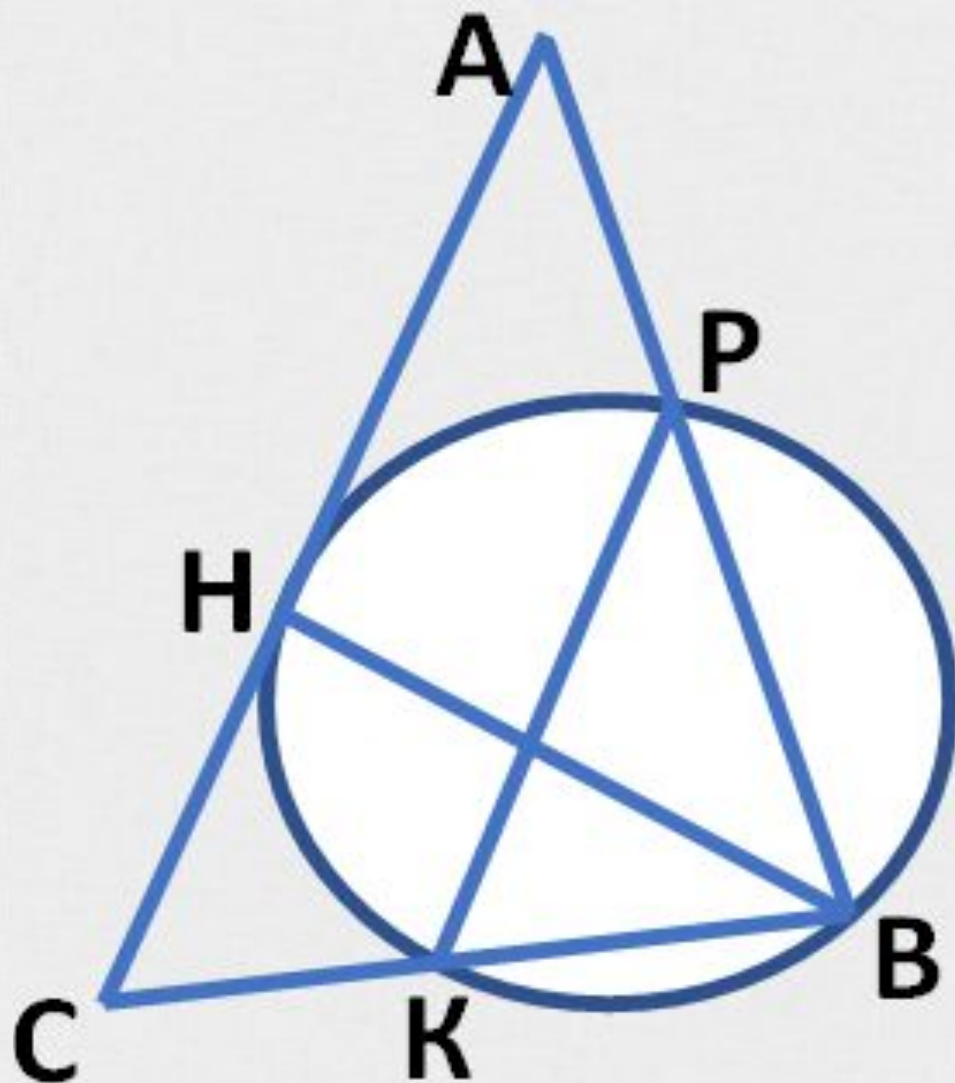
Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите PK , если $BH = 11$.



Решение

Угол **РВК** — вписанный, он равен 90° и опирается на дугу **КНР**, следовательно, дуга **КНР** равна 180° , значит, хорда **РК** — диаметр окружности и **РК = 11**

Ответ: 11.





ГОТОВИМСЯ
К ЭКЗАМЕНАМ



Дидактический материал

К задаче № 1

- 1). Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 10$, $AC = 40$. (20)
- 2). Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 9$, $AC = 36$. (18)
- 3). Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 5$, $AC = 45$. (15)

К задаче № 2

1). Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите PK , если $BH = 11$. (11)

2). Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите BH , если $PK = 14$. (14)

К задаче № 3

1). Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 12$, $DC = 48$, $AC = 35$. (28)

2). Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 15$, $DC = 30$, $AC = 39$. (26)

3). Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$. (39)

К задаче № 4

1). Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 16$, а сторона BC в 1,6 раза меньше стороны AB . (10)

2). Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 34$, а сторона BC в 2 раза меньше стороны AB . (17)

Источники ресурса

- http://gorod-dverey.msk.ru/d/30520-7_0.jpg
- <https://odesign.ru/wp-content/uploads/7055-r1.jpg>
- https://img-fotki.yandex.ru/get/95629/112265771.bba/0_d97b4_531b1a95_orig.jpg
- <https://youprint.ru/upload/images/items/gold55156260aae8e.jpg>
- Автор шаблона презентации учитель русского языка и литературы **Буркина Эрика Владимировна**
- <http://sites.reformal.ru/sdamgia.ru/>
- Картинка «Готовимся к экзаменам» / <http://demo.win-w.ru/upload/iblock/a5f/m.png>
- Чертежи:
<https://pbs.twimg.com/media/EarNmGjX0AA7n9m.png>
<https://cf2.ppt-online.org/files2/slide/x/XPerUISCwhgsAtc45EFR8HyOYqdNamBJ0QMojf/slide-6.jpg>
http://bezikey.ru/wp-content/uploads/2017/10/Задание24в9_1.jpg
- Сайт «Решу ОГЭ»/ <https://oge.sdamgia.ru>