

Открытый урок по математике и информатике.



Авторы:

*Сиверенко Елена Васильевна – учитель математики
Левоник Светлана Викторовна – учитель математики
и информатики*

Цели:

- Обобщить графический способ решения систем уравнений;
- Сформировать умения графически решать системы уравнений второй степени, привлекая известные учащимся графики;
- Дать наглядные представления, что система двух уравнений с двумя переменными второй степени может иметь от одного до четырех решений, или не иметь решений.



Элементарные функции и их графики:

- Линейная функция: $y=kx+b$,
график – прямая.
- Прямая пропорциональность: $y=kx$,
график – прямая, проходящая через начало координат.
- Постоянная функция: $y=b$,
график – прямая, проходящая через точку с координатами $(0;b)$, параллельно оси абсцисс.
- Обратная пропорциональность: $y=k/x$,
график – гипербола.
- Квадратичная функция: $y=ax^2+bx+c$,
график – парабола.
- Функция вида: $y=x^3$,
график – кубическая парабола.
- Функция вида: $y=\sqrt{x}$,
график – «ветвь» параболы, расположенная в I четверти.

Уравнение с двумя переменными:

- Уравнение окружности: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$,
график – окружность с центром в точке $(x_0; y_0)$ и радиусом R .

Устная работа:

1. Выразите переменную y через переменную x и определите, что представляет собой график уравнения:

$$y + x = 0; \quad \implies \quad y = -x;$$

$$6x + 2y = 8; \quad \implies \quad y = -3x + 4;$$

$$5x - y = 2; \quad \implies \quad y = 5x - 2;$$

$$xy = 3; \quad \implies \quad y = \frac{3}{x};$$

$$x^2 - y + 4 = 0; \quad \implies \quad y = x^2 + 4;$$

$$x^2 + y^2 = 1; \quad \implies \quad y = \pm\sqrt{1 - x^2};$$

$$y - 4 = 0. \quad \implies \quad y = 4.$$

Устная работа:

2. Определите координаты центра и радиуса окружности:

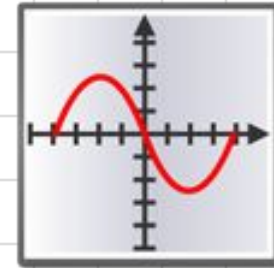
$$x^2 + y^2 = 16; \quad \Rightarrow \quad (0;0) \quad R = 4;$$

$$(x + 7)^2 + (y - 2)^2 = 3; \quad \Rightarrow \quad (-7;2) \quad R = \sqrt{3};$$

$$x^2 + 2x + y^2 = 0. \quad \Rightarrow \quad (-1;0) \quad R = 1.$$

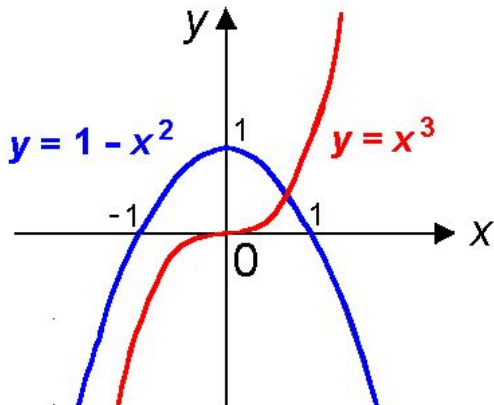
Графическое решение системы уравнений с двумя переменными сводится к отысканию координат общих точек графиков уравнений.

Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.



Этапы решения:

- Постройте графики каждого уравнения системы в координатной плоскости.
- Найдите координаты общих точек этих графиков.
- Запишите ответ.

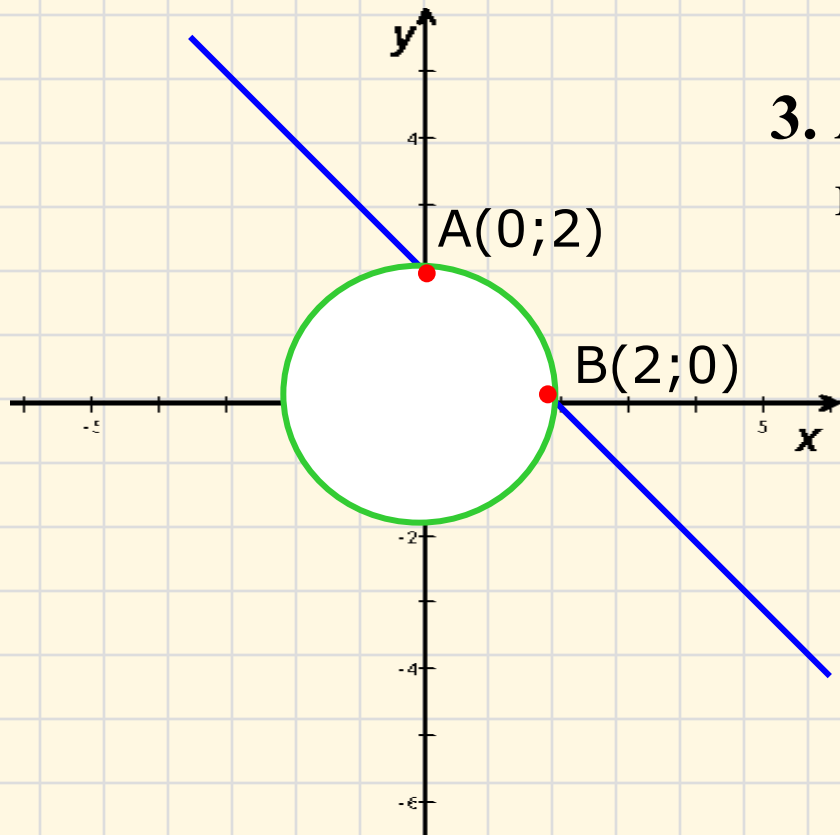


Замечание. Графический способ позволяет решить систему лишь приближенно, поэтому для получения точного ответа полученные решения следует проверить подстановкой в условие, или выбрать другой способ решения.

Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2; \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases} \Rightarrow$$

1. $x+y=2 \square y=2-x$ - линейная функция, график – прямая;
2. $x^2+y^2=4$ – уравнение окружности, с центром в $(0;0)$ и $R=2$;
3. $A(0;2)$ и $B(2;0)$ – точки пересечения графиков.



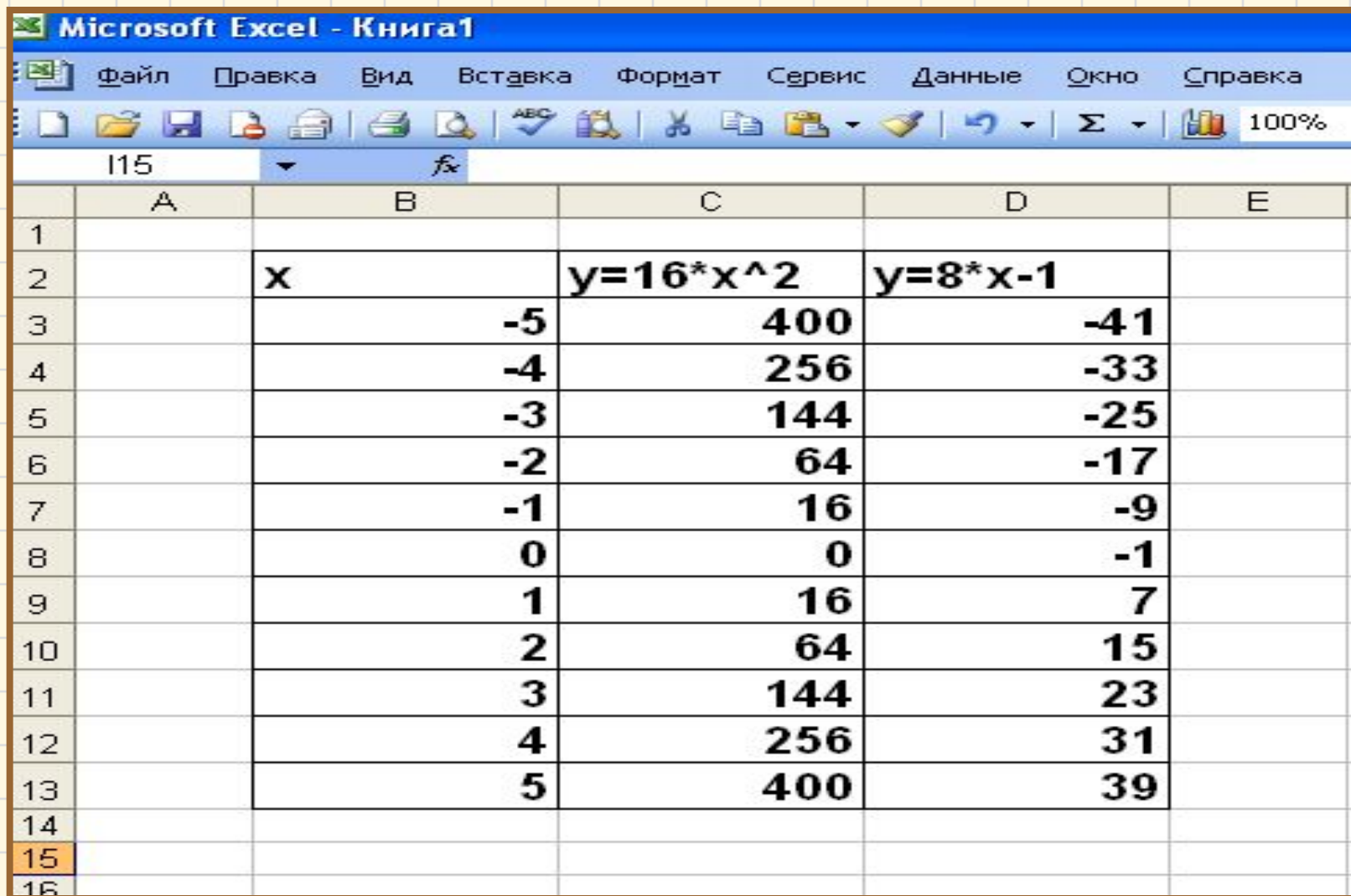
Ответ: $(0;2), (2;0)$.

Применение табличного процессора Excel для графического решения уравнений n-й степени.

Рассмотрим решение
следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} y - 16x^2 = 0 \\ y - 8x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 16x^2 \\ y = 8x - 1 \end{cases}$$

Построим таблицу в табличном процессоре Excel, используя следующие формулы:

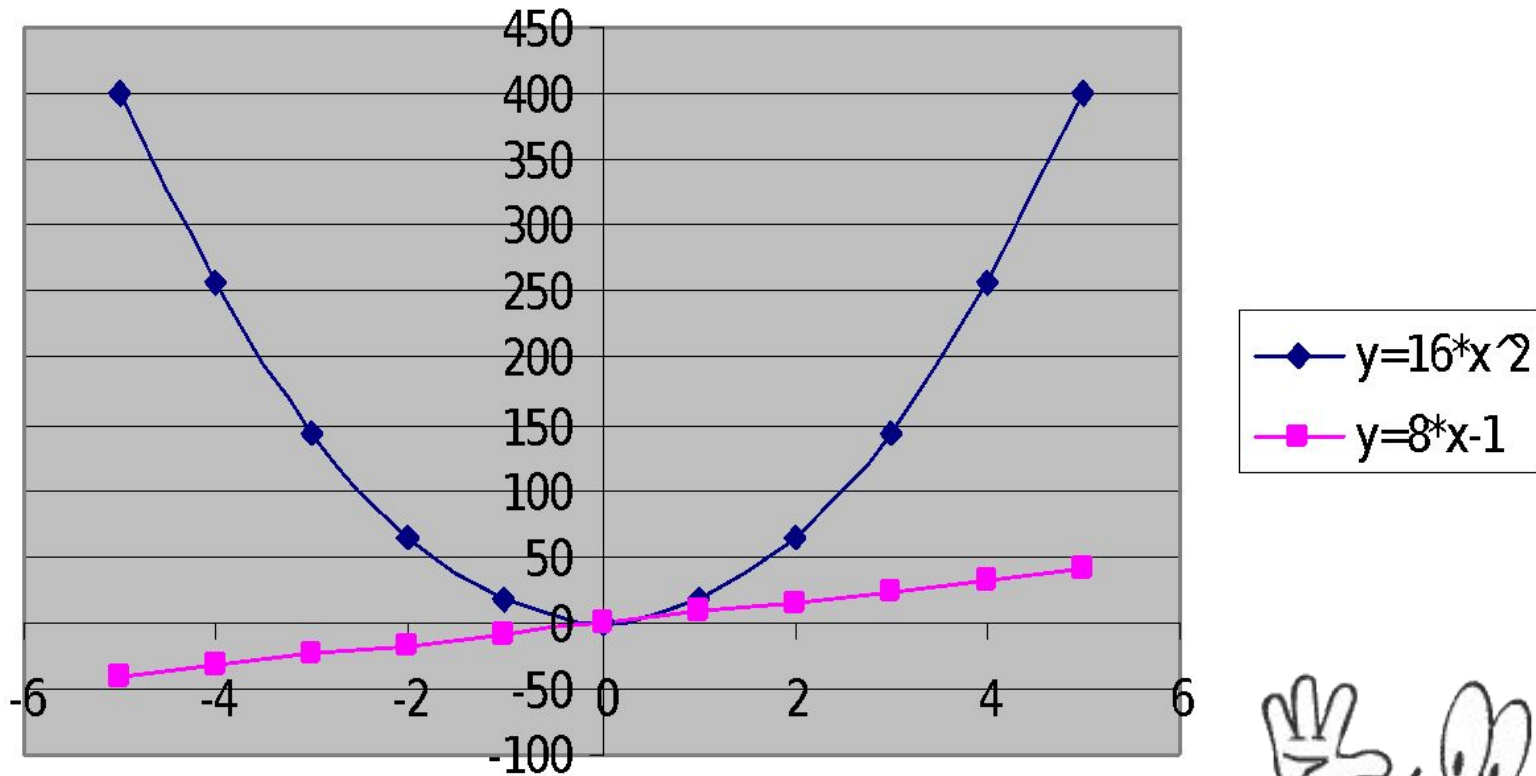


The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the following data table:

| | A | B | C | D | E |
|----|---|-----------|------------------------------|-----------------------------|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | x | $y=16*x^2$ | $y=8*x-1$ | |
| 3 | | -5 | 400 | -41 | |
| 4 | | -4 | 256 | -33 | |
| 5 | | -3 | 144 | -25 | |
| 6 | | -2 | 64 | -17 | |
| 7 | | -1 | 16 | -9 | |
| 8 | | 0 | 0 | -1 | |
| 9 | | 1 | 16 | 7 | |
| 10 | | 2 | 64 | 15 | |
| 11 | | 3 | 144 | 23 | |
| 12 | | 4 | 256 | 31 | |
| 13 | | 5 | 400 | 39 | |
| 14 | | | | | |
| 15 | | | | | |
| 16 | | | | | |

Диаграмма решений данной системы уравнений

Решение системы уравнений



Ответ: (0;0).

Решить системы уравнений в табличном процессоре Excel:

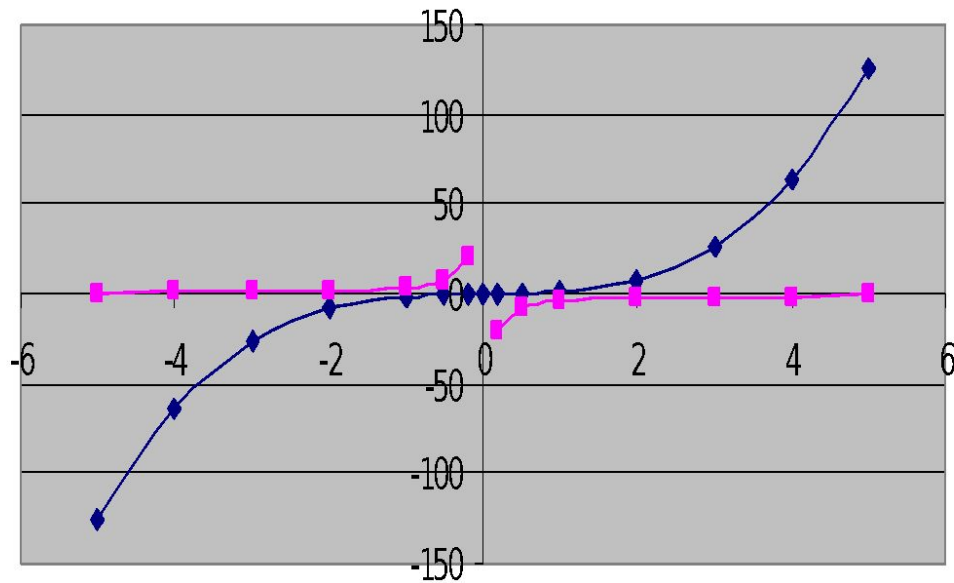
1.
$$\begin{cases} y = x^3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ y = |x| \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} y + x^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} y = x^3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

Решение системы уравнений



◆ $y = x^3$ ■ $y = -4/x$



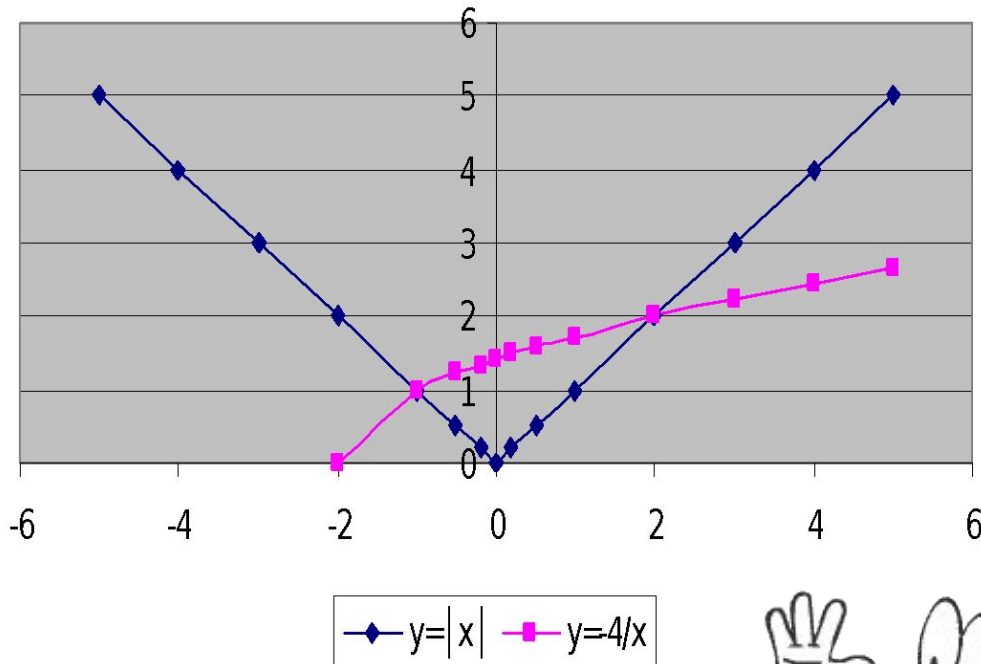
| x | $y = x^3$ | $y = -4/x$ |
|------|-----------|---------------|
| -5 | -125 | 0,8 |
| -4 | -64 | 1 |
| -3 | -27 | 1,3333333333 |
| -2 | -8 | 2 |
| -1 | -1 | 4 |
| -0,5 | -0,125 | 8 |
| -0,2 | -0,008 | 20 |
| 0 | 0 | |
| 0,2 | 0,008 | -20 |
| 0,5 | 0,125 | -8 |
| 1 | 1 | -4 |
| 2 | 8 | -2 |
| | | -1,3333333333 |
| 3 | 27 | 3 |
| 4 | 64 | -1 |
| 5 | 125 | -0,8 |

Ответ: решений нет.

2.

$$\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ y = |x| \end{cases}$$

Решение системы уравнений



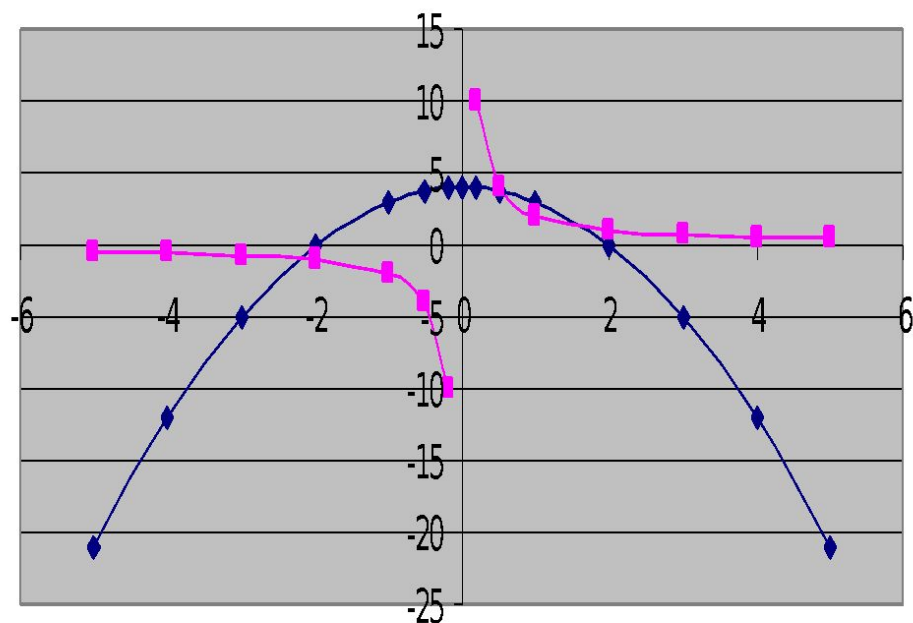
| x | $y = x $ | $y = -4/x$ |
|------|-----------|-------------|
| -5 | 5 | |
| -4 | 4 | |
| -3 | 3 | |
| -2 | 2 | 0 |
| -1 | 1 | 1 |
| -0,5 | 0,5 | 1,224744871 |
| -0,2 | 0,2 | 1,341640786 |
| 0 | 0 | 1,414213562 |
| 0,2 | 0,2 | 1,483239697 |
| 0,5 | 0,5 | 1,58113883 |
| 1 | 1 | 1,732050808 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 2,236067977 |
| 4 | 4 | 2,449489743 |
| 5 | 5 | 2,645751311 |

Ответ: (-1;1), (2;2).

3.

$$\begin{cases} y + x^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

Решение системы уравнений



◆ $y = x^2 + 4$ ■ $y = 2/x$



| x | $y = -x^2 + 4$ | $y = 2/x$ |
|------|----------------|--------------|
| -5 | -21 | -0,4 |
| -4 | -12 | -0,5 |
| -3 | -5 | -0,666666667 |
| -2 | 0 | -1 |
| -1 | 3 | -2 |
| -0,5 | 3,75 | -4 |
| -0,2 | 3,96 | -10 |
| 0 | 4 | |
| 0,2 | 3,96 | 10 |
| 0,5 | 3,75 | 4 |
| 1 | 3 | 2 |
| 2 | 0 | 1 |
| 3 | -5 | 0,666666667 |
| 4 | -12 | 0,5 |
| 5 | -21 | 0,4 |

Ответ: $(-2, 2; -0, 9)$, $(0, 5; 3, 7)$, $(1, 8; 1, 1)$.

Домашнее задание:

**П. 12 учебника;
№238,
№241(а),
№242(а),
№243.**

До скорой
встречи на
следующем
уроке!

