

# Открытый урок по математике и информатике.



Авторы:

*Сиверенко Елена Васильевна – учитель математики  
Левоник Светлана Викторовна – учитель математики  
и информатики*

# Цели:

- Обобщить графический способ решения систем уравнений;
- Сформировать умения графически решать системы уравнений второй степени, привлекая известные учащимся графики;
- Дать наглядные представления, что система двух уравнений с двумя переменными второй степени может иметь от одного до четырех решений, или не иметь решений.



# Элементарные функции и их графики:

- Линейная функция:  $y=kx+b$ ,  
график – прямая.
- Прямая пропорциональность:  $y=kx$ ,  
график – прямая, проходящая через начало координат.
- Постоянная функция:  $y=b$ ,  
график – прямая, проходящая через точку с координатами  $(0;b)$ , параллельно оси абсцисс.
- Обратная пропорциональность:  $y=k/x$ ,  
график – гипербола.
- Квадратичная функция:  $y=ax^2+bx+c$ ,  
график – парабола.
- Функция вида:  $y=x^3$ ,  
график – кубическая парабола.
- Функция вида:  $y=\sqrt{x}$ ,  
график – «ветвь» параболы, расположенная в I четверти.

## Уравнение с двумя переменными:

- Уравнение окружности:  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ ,  
график – окружность с центром в точке  $(x_0; y_0)$  и радиусом  $R$ .

# Устная работа:

1. Выразите переменную  $y$  через переменную  $x$  и определите, что представляет собой график уравнения:

$$y + x = 0; \quad \implies \quad y = -x;$$

$$6x + 2y = 8; \quad \implies \quad y = -3x + 4;$$

$$5x - y = 2; \quad \implies \quad y = 5x - 2;$$

$$xy = 3; \quad \implies \quad y = \frac{3}{x};$$

$$x^2 - y + 4 = 0; \quad \implies \quad y = x^2 + 4;$$

$$x^2 + y^2 = 1; \quad \implies \quad y = \pm\sqrt{1 - x^2};$$

$$y - 4 = 0. \quad \implies \quad y = 4.$$

# Устная работа:

2. Определите координаты центра и радиуса окружности:

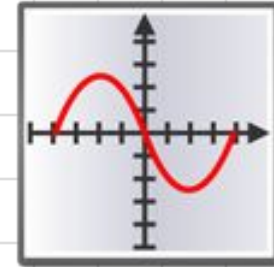
$$x^2 + y^2 = 16; \quad \Rightarrow \quad (0;0) \quad R = 4;$$

$$(x + 7)^2 + (y - 2)^2 = 3; \quad \Rightarrow \quad (-7;2) \quad R = \sqrt{3};$$

$$x^2 + 2x + y^2 = 0. \quad \Rightarrow \quad (-1;0) \quad R = 1.$$

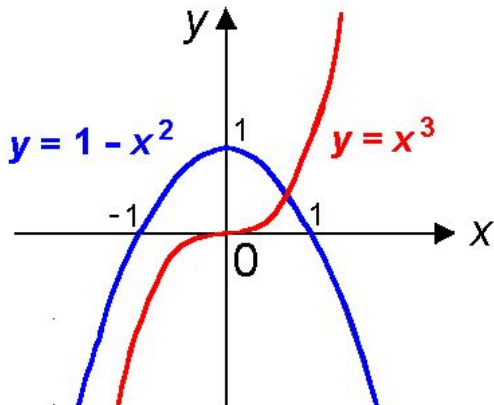
Графическое решение системы уравнений с двумя переменными сводится к отысканию координат общих точек графиков уравнений.

Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.



Этапы решения:

- Постройте графики каждого уравнения системы в координатной плоскости.
- Найдите координаты общих точек этих графиков.
- Запишите ответ.

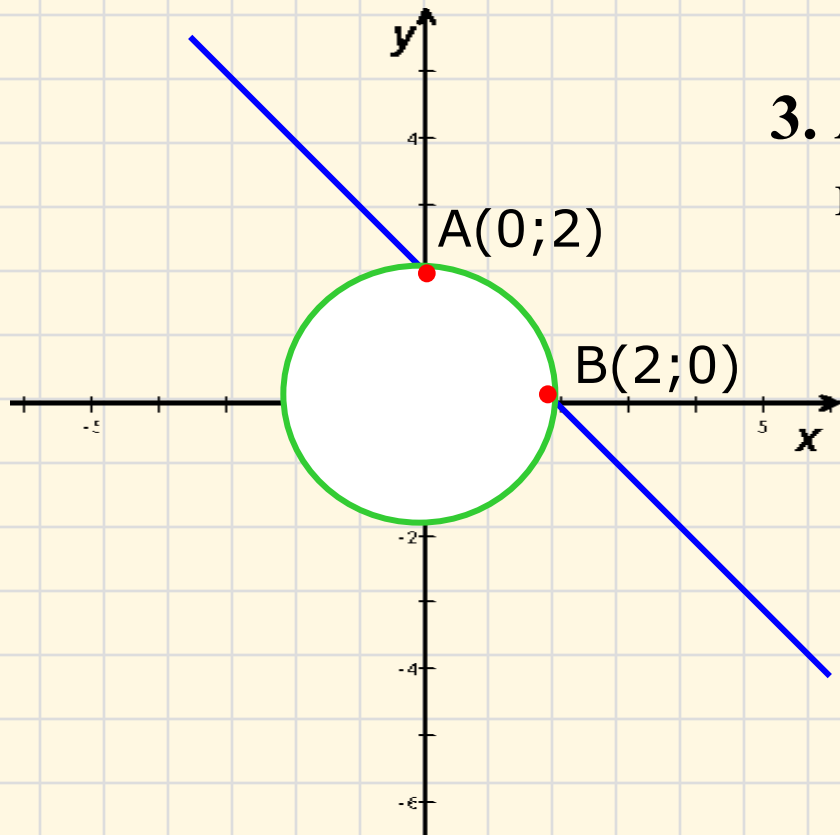


Замечание. Графический способ позволяет решить систему лишь приближенно, поэтому для получения точного ответа полученные решения следует проверить подстановкой в условие, или выбрать другой способ решения.

# Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2; \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases} \Rightarrow$$

1.  $x+y=2 \Leftrightarrow y=2-x$  - линейная функция, график – прямая;
2.  $x^2+y^2=4$  – уравнение окружности, с центром в  $(0;0)$  и  $R=2$ ;
3.  $A(0;2)$  и  $B(2;0)$  – точки пересечения графиков.



**Ответ:  $(0;2), (2;0)$ .**

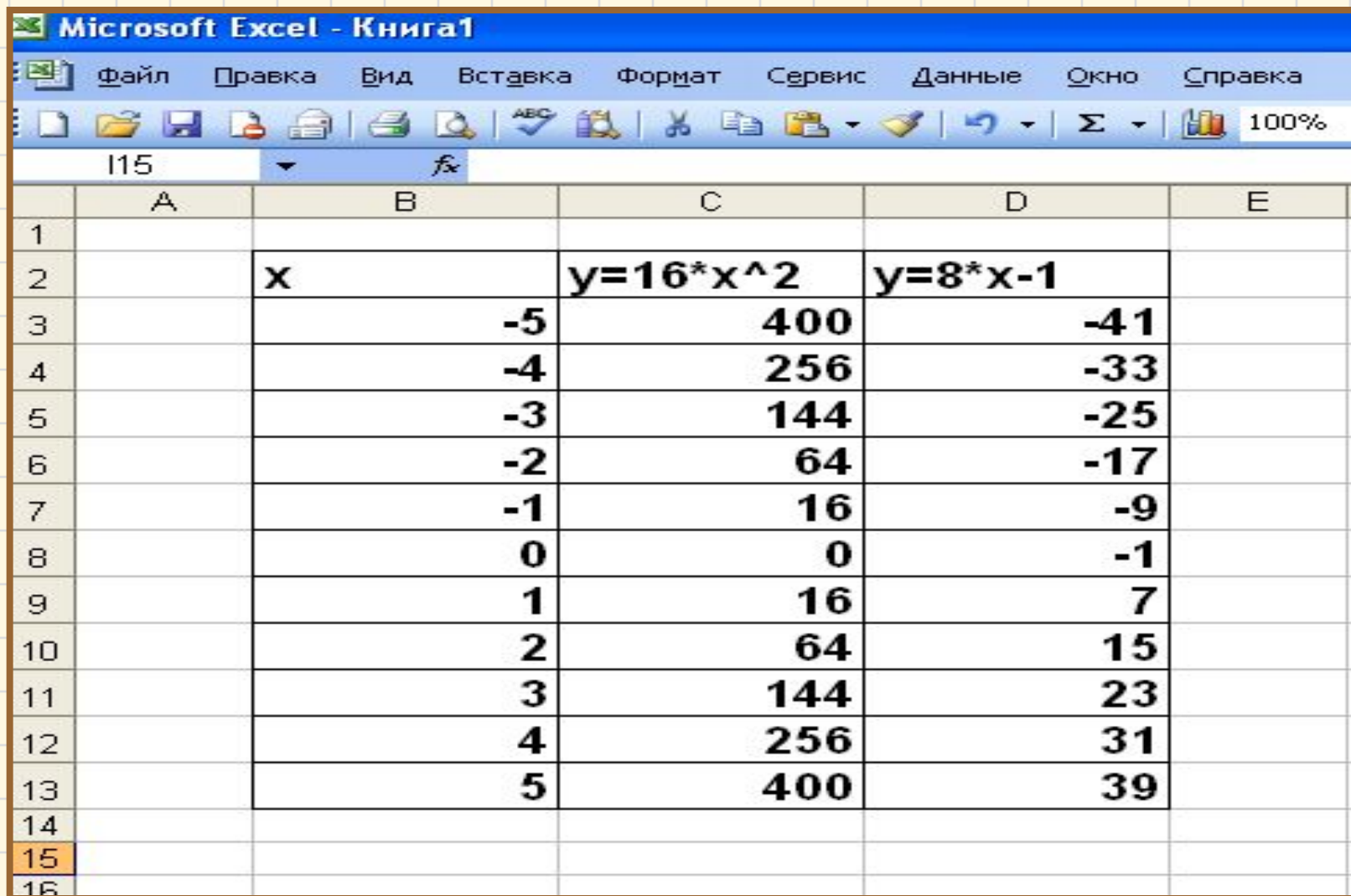
# Применение табличного процессора Excel для графического решения уравнений n-й степени.

Рассмотрим решение  
следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} y - 16x^2 = 0 \\ y - 8x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 16x^2 \\ y = 8x - 1 \end{cases}$$



# Построим таблицу в табличном процессоре Excel, используя следующие формулы:

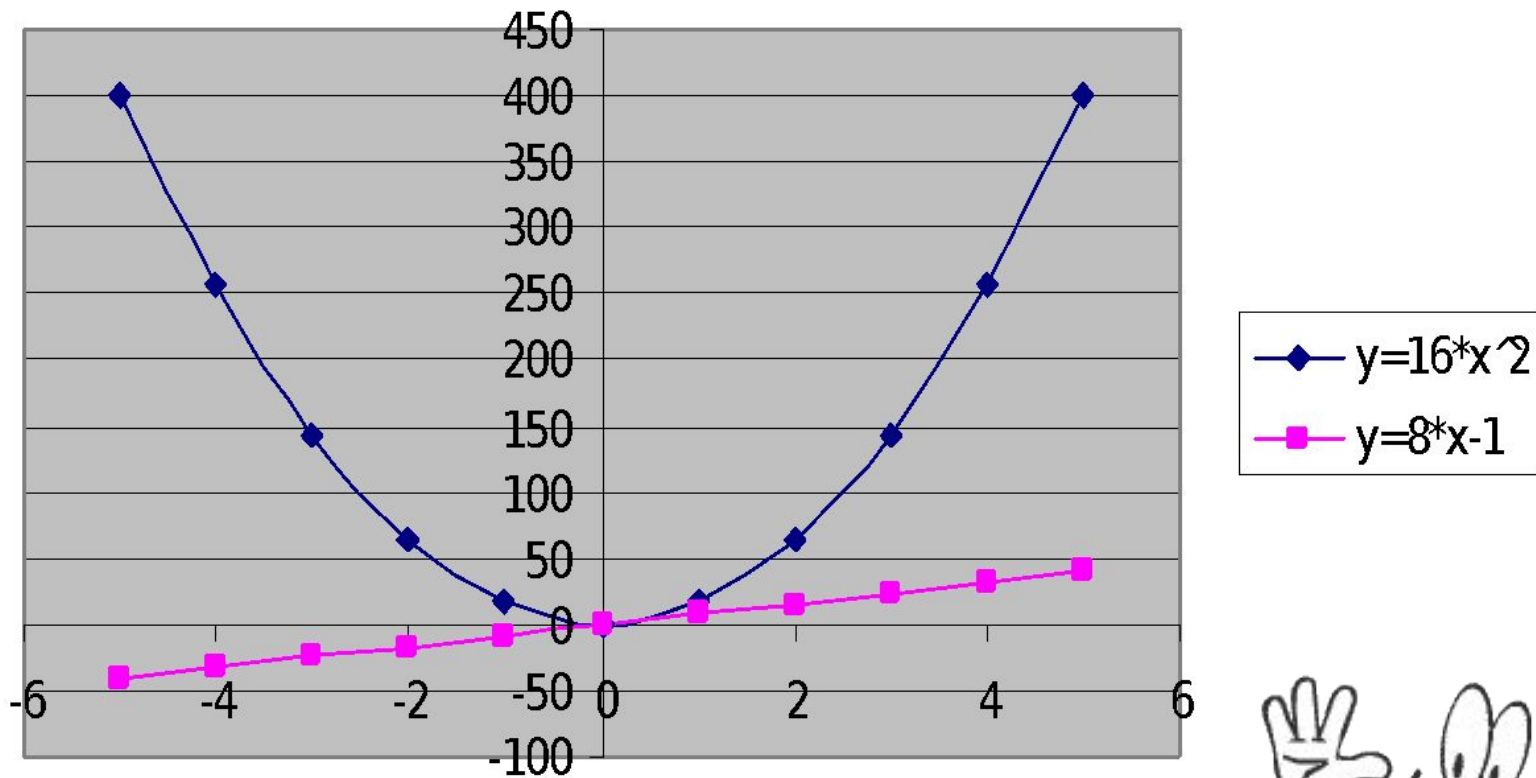


The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the following data table:

|    | A | B         | C                            | D                           | E |
|----|---|-----------|------------------------------|-----------------------------|---|
| 1  |   |           |                              |                             |   |
| 2  |   | <b>x</b>  | <b><math>y=16*x^2</math></b> | <b><math>y=8*x-1</math></b> |   |
| 3  |   | <b>-5</b> | <b>400</b>                   | <b>-41</b>                  |   |
| 4  |   | <b>-4</b> | <b>256</b>                   | <b>-33</b>                  |   |
| 5  |   | <b>-3</b> | <b>144</b>                   | <b>-25</b>                  |   |
| 6  |   | <b>-2</b> | <b>64</b>                    | <b>-17</b>                  |   |
| 7  |   | <b>-1</b> | <b>16</b>                    | <b>-9</b>                   |   |
| 8  |   | <b>0</b>  | <b>0</b>                     | <b>-1</b>                   |   |
| 9  |   | <b>1</b>  | <b>16</b>                    | <b>7</b>                    |   |
| 10 |   | <b>2</b>  | <b>64</b>                    | <b>15</b>                   |   |
| 11 |   | <b>3</b>  | <b>144</b>                   | <b>23</b>                   |   |
| 12 |   | <b>4</b>  | <b>256</b>                   | <b>31</b>                   |   |
| 13 |   | <b>5</b>  | <b>400</b>                   | <b>39</b>                   |   |
| 14 |   |           |                              |                             |   |
| 15 |   |           |                              |                             |   |
| 16 |   |           |                              |                             |   |

# Диаграмма решений данной системы уравнений

## Решение системы уравнений



**Ответ: (0;0).**

# Решить системы уравнений в табличном процессоре Excel:

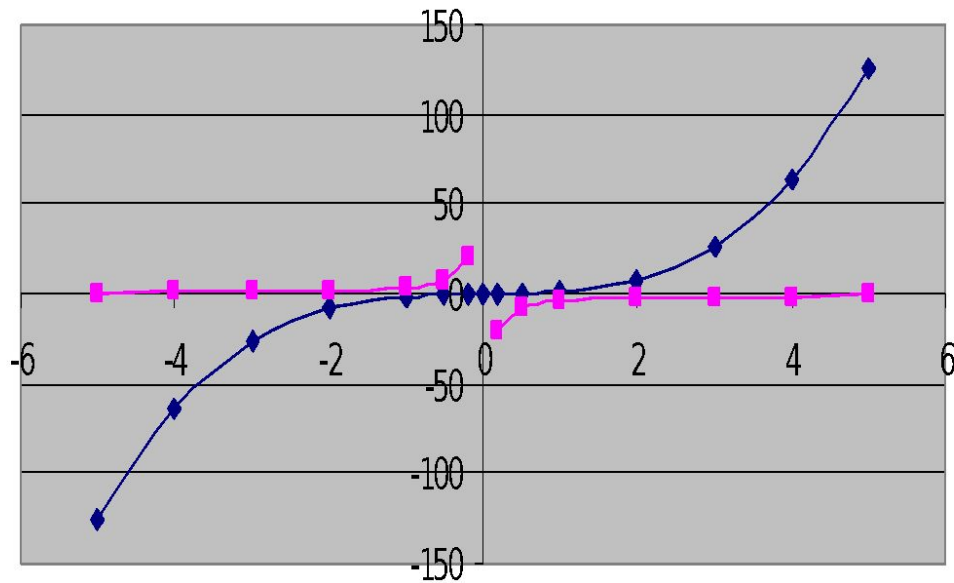
1. 
$$\begin{cases} y = x^3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

2. 
$$\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ y = |x| \end{cases}$$

3. 
$$\begin{cases} y + x^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} y = x^3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

### Решение системы уравнений



◆  $y = x^3$     ■  $y = 4/x$



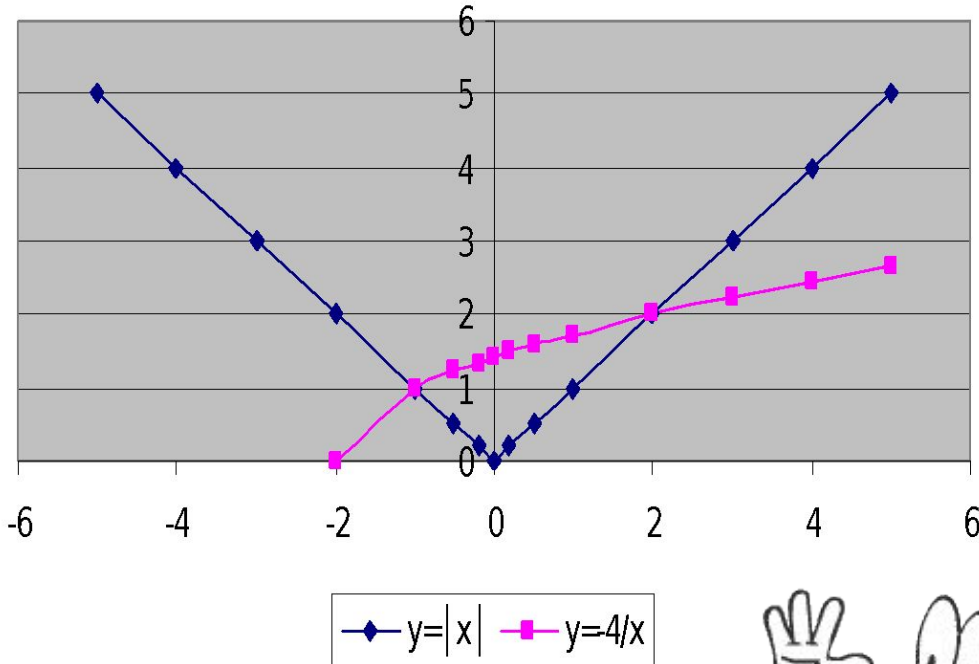
| x    | $y = x^3$ | $y = -4/x$    |
|------|-----------|---------------|
| -5   | -125      | 0,8           |
| -4   | -64       | 1             |
| -3   | -27       | 1,3333333333  |
| -2   | -8        | 2             |
| -1   | -1        | 4             |
| -0,5 | -0,125    | 8             |
| -0,2 | -0,008    | 20            |
| 0    | 0         |               |
| 0,2  | 0,008     | -20           |
| 0,5  | 0,125     | -8            |
| 1    | 1         | -4            |
| 2    | 8         | -2            |
|      |           | -1,3333333333 |
| 3    | 27        | 3             |
| 4    | 64        | -1            |
| 5    | 125       | -0,8          |

**Ответ: решений нет.**

2.

$$\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ y = |x| \end{cases}$$

### Решение системы уравнений



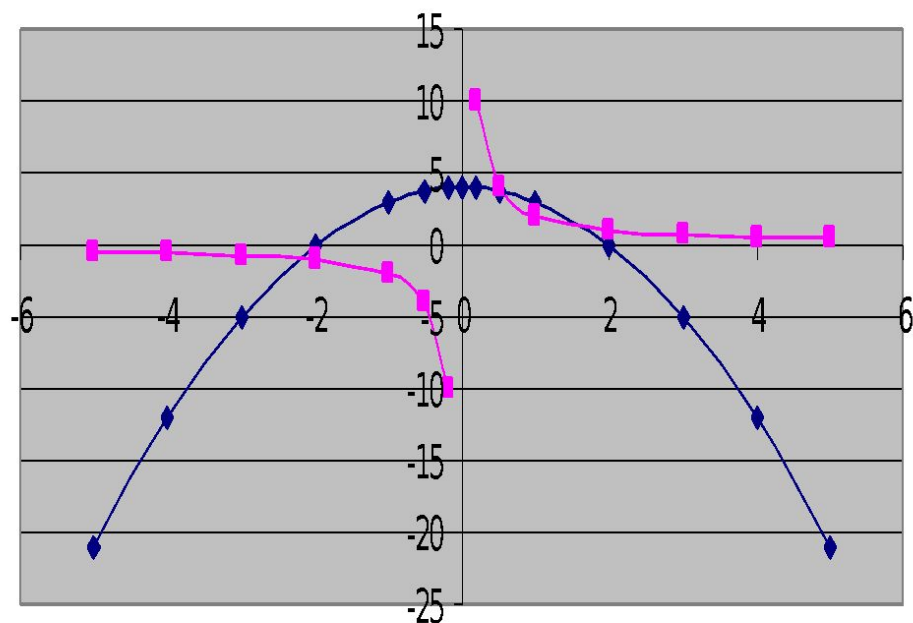
| x    | y= x | y=-4/x      |
|------|------|-------------|
| -5   | 5    |             |
| -4   | 4    |             |
| -3   | 3    |             |
| -2   | 2    | 0           |
| -1   | 1    | 1           |
| -0,5 | 0,5  | 1,224744871 |
| -0,2 | 0,2  | 1,341640786 |
| 0    | 0    | 1,414213562 |
| 0,2  | 0,2  | 1,483239697 |
| 0,5  | 0,5  | 1,58113883  |
| 1    | 1    | 1,732050808 |
| 2    | 2    | 2           |
| 3    | 3    | 2,236067977 |
| 4    | 4    | 2,449489743 |
| 5    | 5    | 2,645751311 |

**Ответ: (-1;1), (2;2).**

3.

$$\begin{cases} y + x^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

## Решение системы уравнений



◆  $y = x^2 + 4$     ■  $y = 2/x$



| x    | $y = -x^2 + 4$ | $y = 2/x$    |
|------|----------------|--------------|
| -5   | -21            | -0,4         |
| -4   | -12            | -0,5         |
| -3   | -5             | -0,666666667 |
| -2   | 0              | -1           |
| -1   | 3              | -2           |
| -0,5 | 3,75           | -4           |
| -0,2 | 3,96           | -10          |
| 0    | 4              |              |
| 0,2  | 3,96           | 10           |
| 0,5  | 3,75           | 4            |
| 1    | 3              | 2            |
| 2    | 0              | 1            |
| 3    | -5             | 0,666666667  |
| 4    | -12            | 0,5          |
| 5    | -21            | 0,4          |

Ответ:  $(-2, 2; -0, 9)$ ,  $(0, 5; 3, 7)$ ,  $(1, 8; 1, 1)$ .

# Домашнее задание:

**П. 12 учебника;  
№238,  
№241(а),  
№242(а),  
№243.**

До скорой  
встречи на  
следующем  
уроке!

