

Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики.

*МОУ лицей №10 города Советска
Калининградской области
учитель математики
Разыграева Татьяна Николаевна*

Работа устно:

Вычислите: $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$; $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$; $\operatorname{tg} 0$; $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}$; $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$

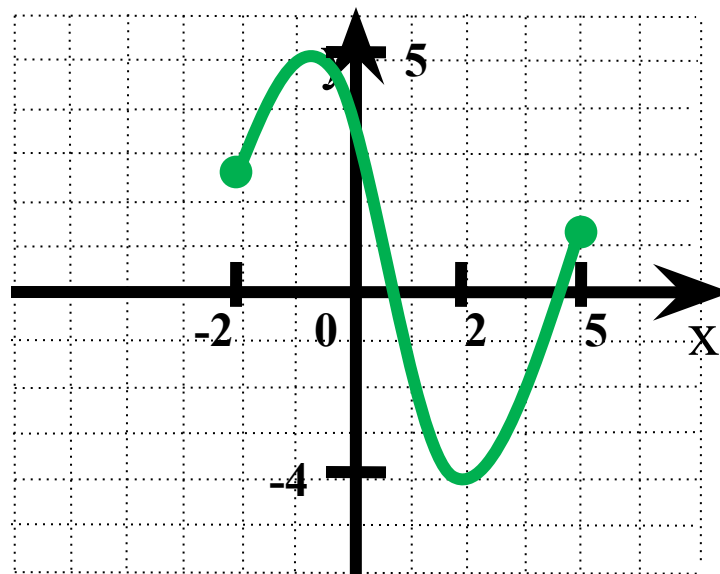
Докажите, что число π является периодом для функции $y = \sin 2x$.

$$\sin 2(x - \pi) = \sin 2x = \sin 2(x + \pi)$$

Докажите, что функция является нечётной:

$$f(x) = x^5 \cdot \cos 3x$$

Прочитайте
по графику
функцию:



Подсказка!

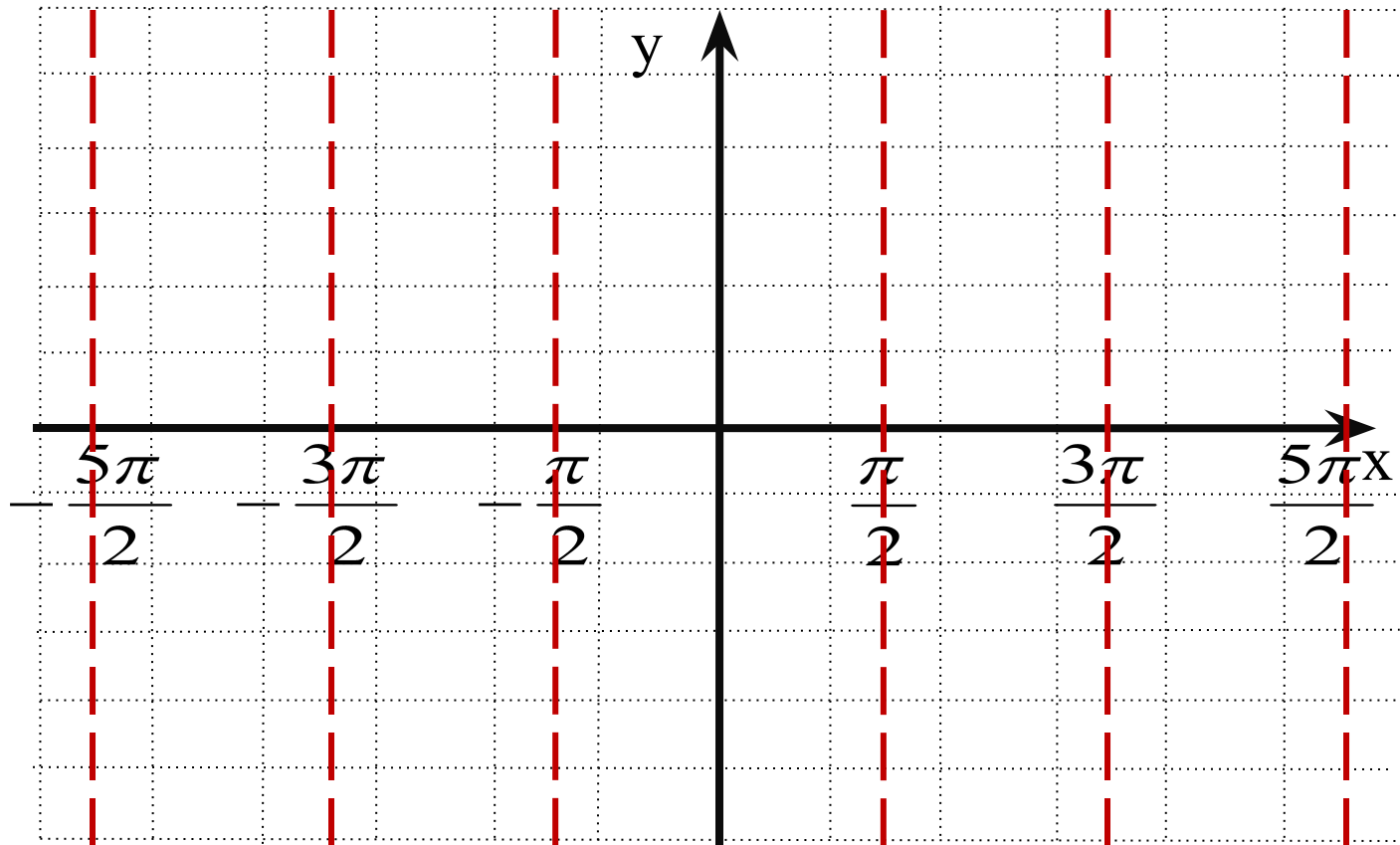
План прочтения графика:

- 1) $D(f)$ – область определения функции.
- 2) Чётность или нечётность функции.
- 3) Промежутки возрастания, убывания функции.
- 4) Ограниченность функции.
- 5) Наибольшие, наименьшие значения функции.
- 6) Непрерывность функции.
- 7) $E(f)$ – область значений функции.



Свойство 1.

Область определения функции $y = \operatorname{tg} x$ – множество всех действительных чисел, за исключением чисел вида $x = \pi/2 + \pi k$.



Свойство 2.

$y = \operatorname{tg} x$ – периодическая функция с периодом π .

$$\operatorname{tg}(x - \pi) = \operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(x + \pi)$$

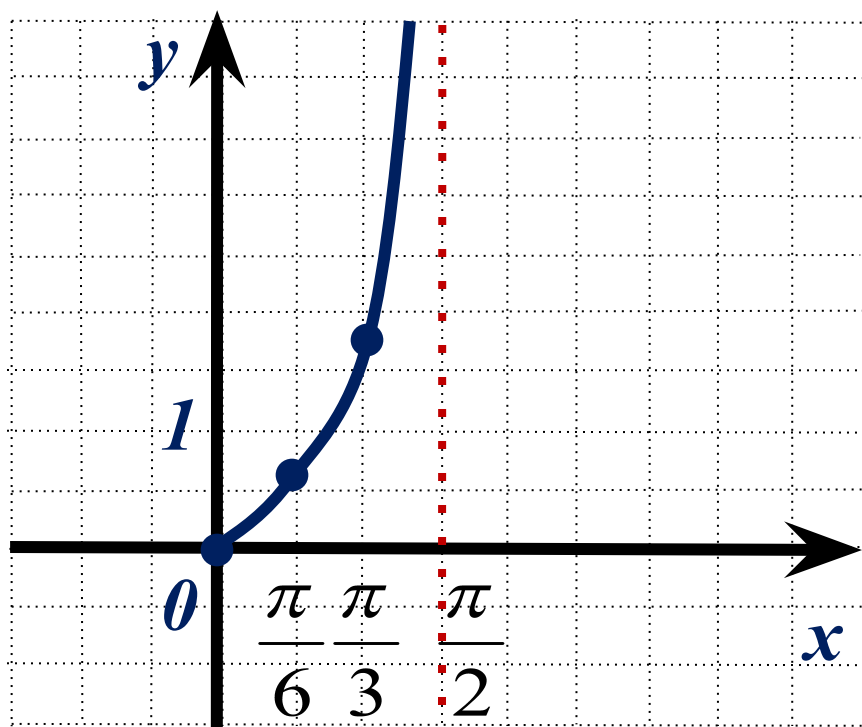
Свойство 3.

$y = \operatorname{tg} x$ – нечётная функция.

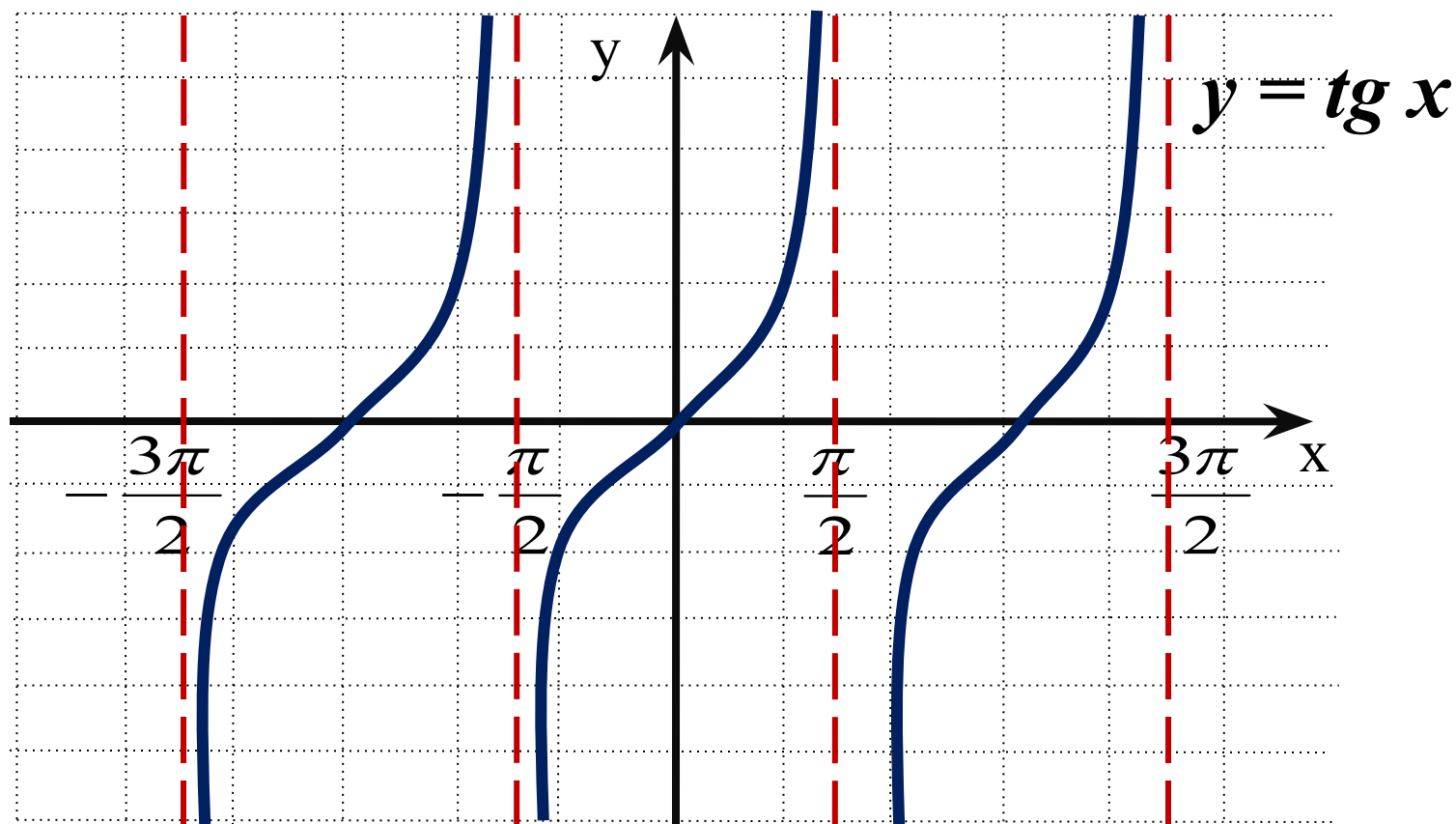
$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$$

(График функции симметричен относительно начала координат).

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



Свойство 4.



Функция возрастает на любом интервале вида:

$$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right)$$

*График функции $y = \operatorname{tg} x$ называется **тангенсоидой**.*

Свойство 5.

Функция $y = \operatorname{tg} x$ не ограничена ни снизу, ни сверху

Свойство 6.

У функции $y = \operatorname{tg} x$ нет ни наибольшего, ни наименьшего значений.

Свойство 7.

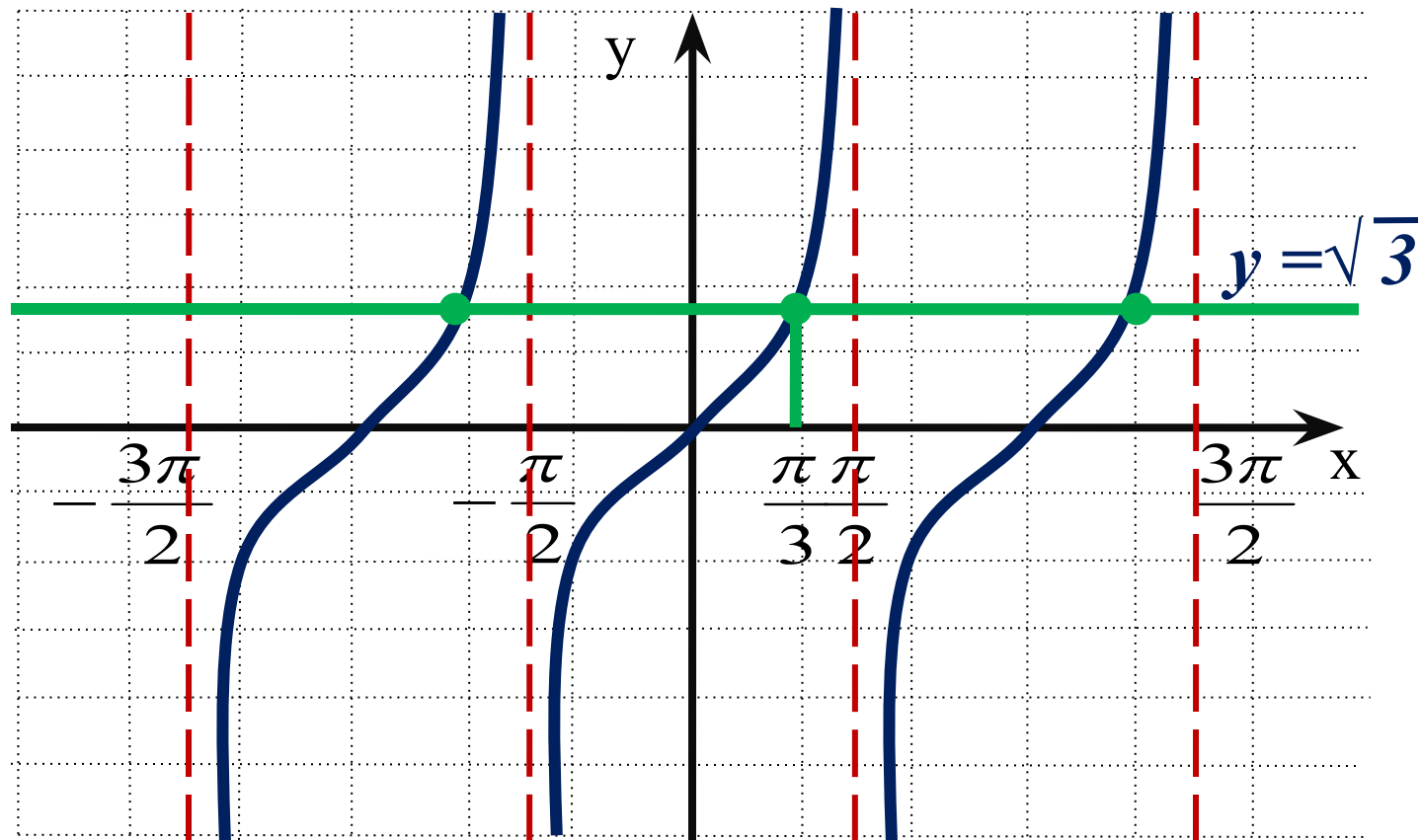
Функция $y = \operatorname{tg} x$ непрерывна на любом интервале вида

$$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right)$$

Свойство 8. $E(f) = (-\infty; +\infty)$

Пример 1.

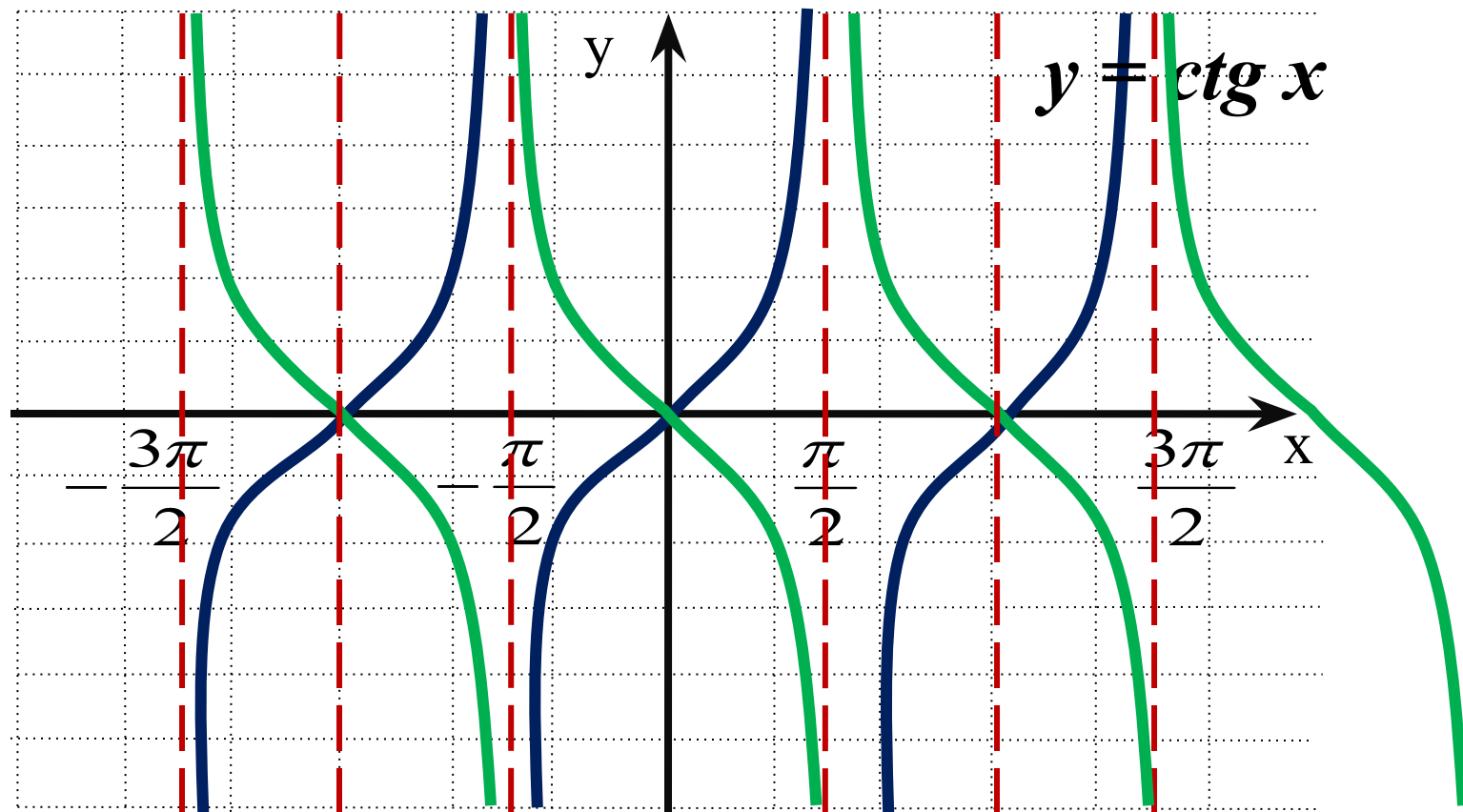
Решите уравнение $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$



Ответ: $x = \frac{\pi}{3} + \pi k$.

Пример 2.

Построить график функции $y = -\operatorname{tg}(x + \pi/2)$.



Т.к. $-\operatorname{tg}(x + \pi/2) = \operatorname{ctg} x$, то построен график функции $y = \operatorname{ctg} x$.

Опишите свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$.

- 1) $D(f)$: множество всех действительных чисел, кроме чисел вида $x = \pi k$.*
- 2) Периодическая с периодом π .*
- 3) Нечётная функция.*
- 4) Функция убывает на любом интервале вида $(\pi k; \pi + \pi k)$.*
- 5) Функция не ограничена ни снизу, ни сверху.*
- 6) Функция не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.*
- 7) Функция непрерывна на любом интервале вида $(\pi k; \pi + \pi k)$.*
- 8) $E(f) = (-\infty; +\infty)$.*

- 1). Пример №3 по учебнику
разобрать самостоятельно.**
- 2). № 254, 255, 257, 258 – устно.**
- 3). № 261 (в), 262 (в) – письменно.**
- 4). Домашнее задание:
№ 256 (а), 259 (а), 261(а), 262(а).**