
Графики квадратичных функций

Учитель: Чехова Нина Григорьевна

900igr.net

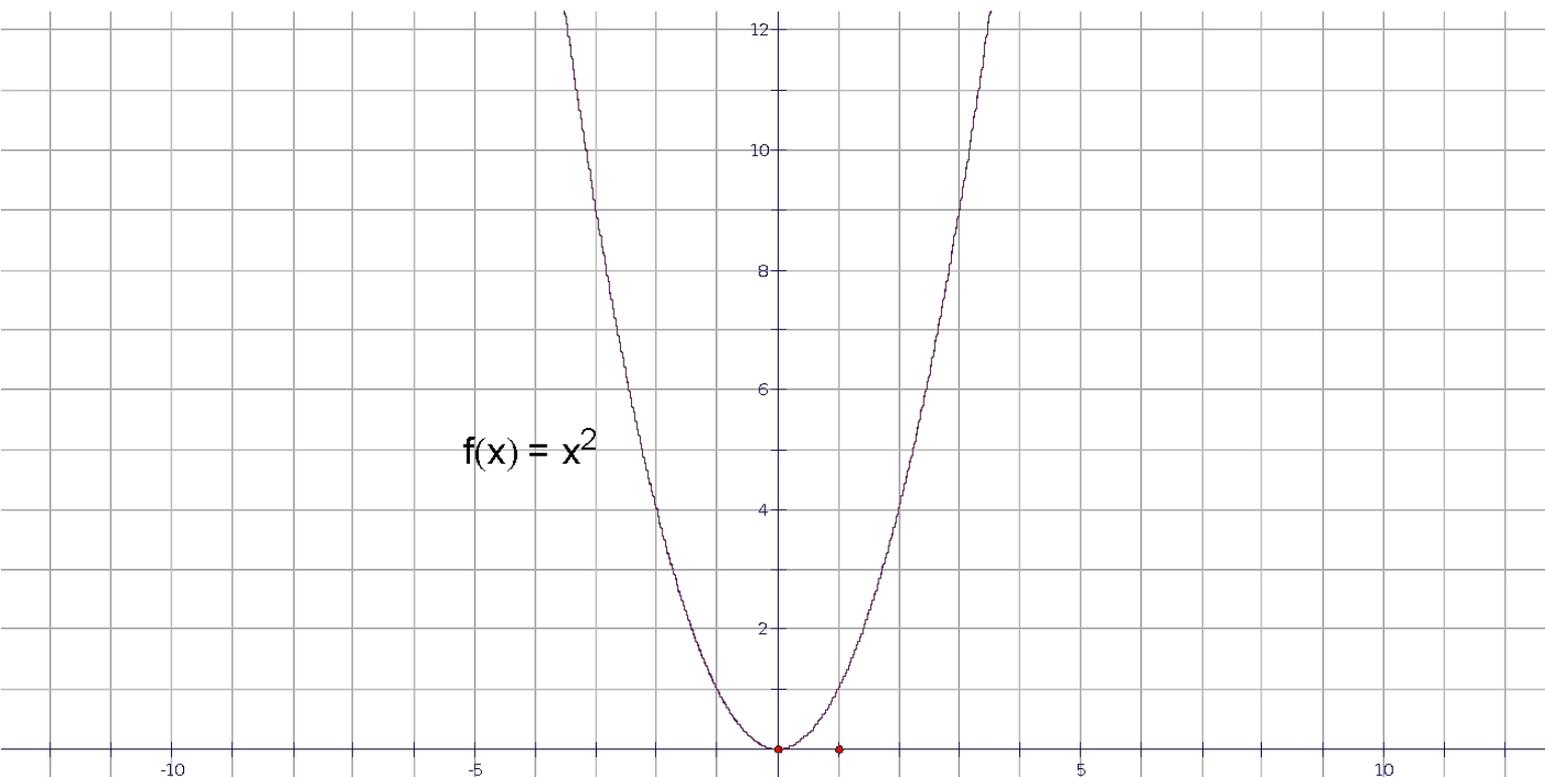
Графики квадратичных функций

Этапы рассмотрения

- Простейшие примеры
- Свойства графиков квадратичных функций
- Графики и коэффициенты уравнений – простейшие закономерности
- Динамические демонстрации

Графики квадратичных функций

Простейший пример: $y = x^2$

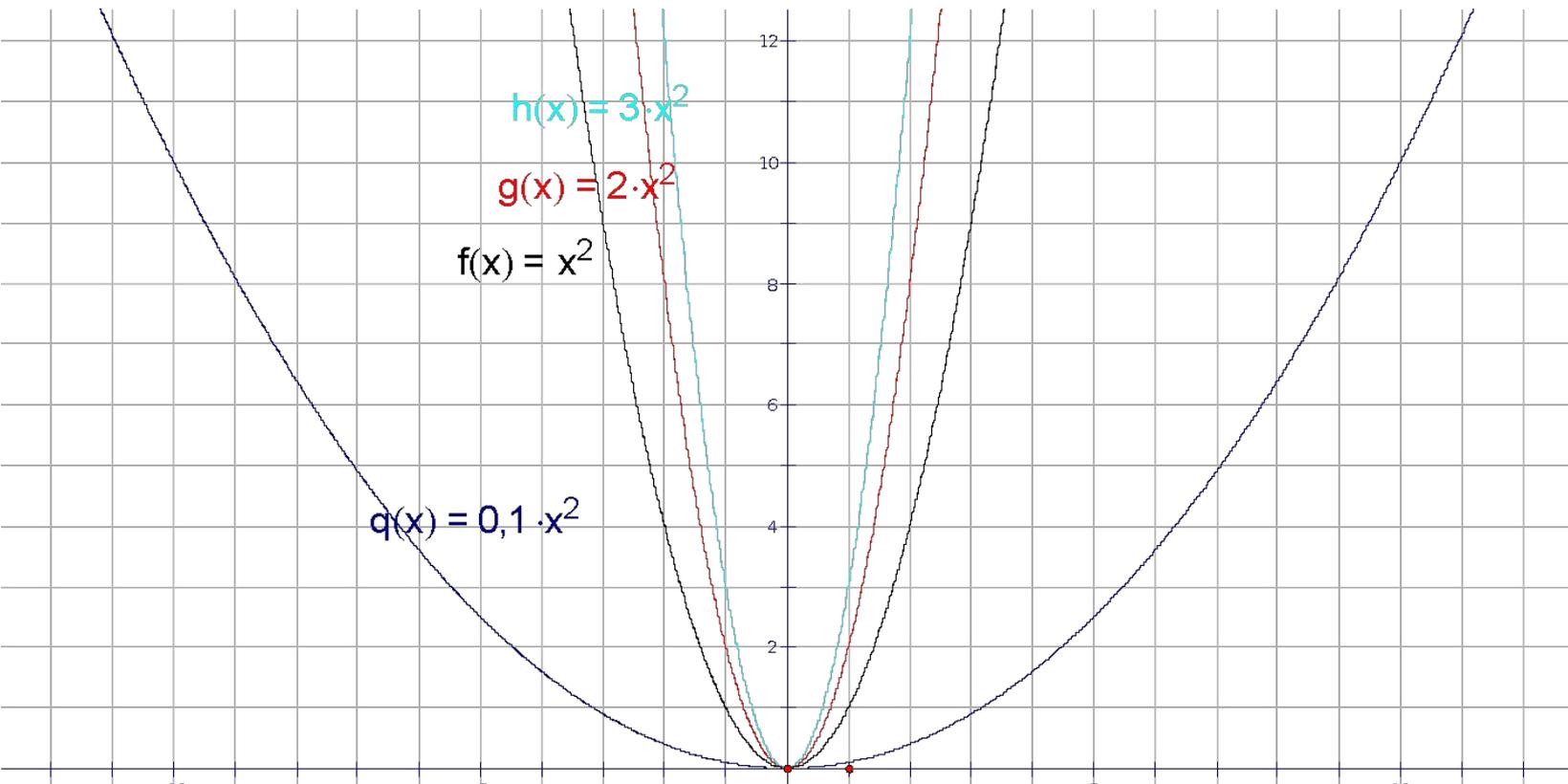


x	y
-4	16
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

Какие особенности графика вы могли бы отметить?

Графики квадратичных функций

Проведем эксперимент: $y = kx^2$, k меняется.



Какие особенности первого графика сохранились? Какие нет?

Графики квадратичных функций

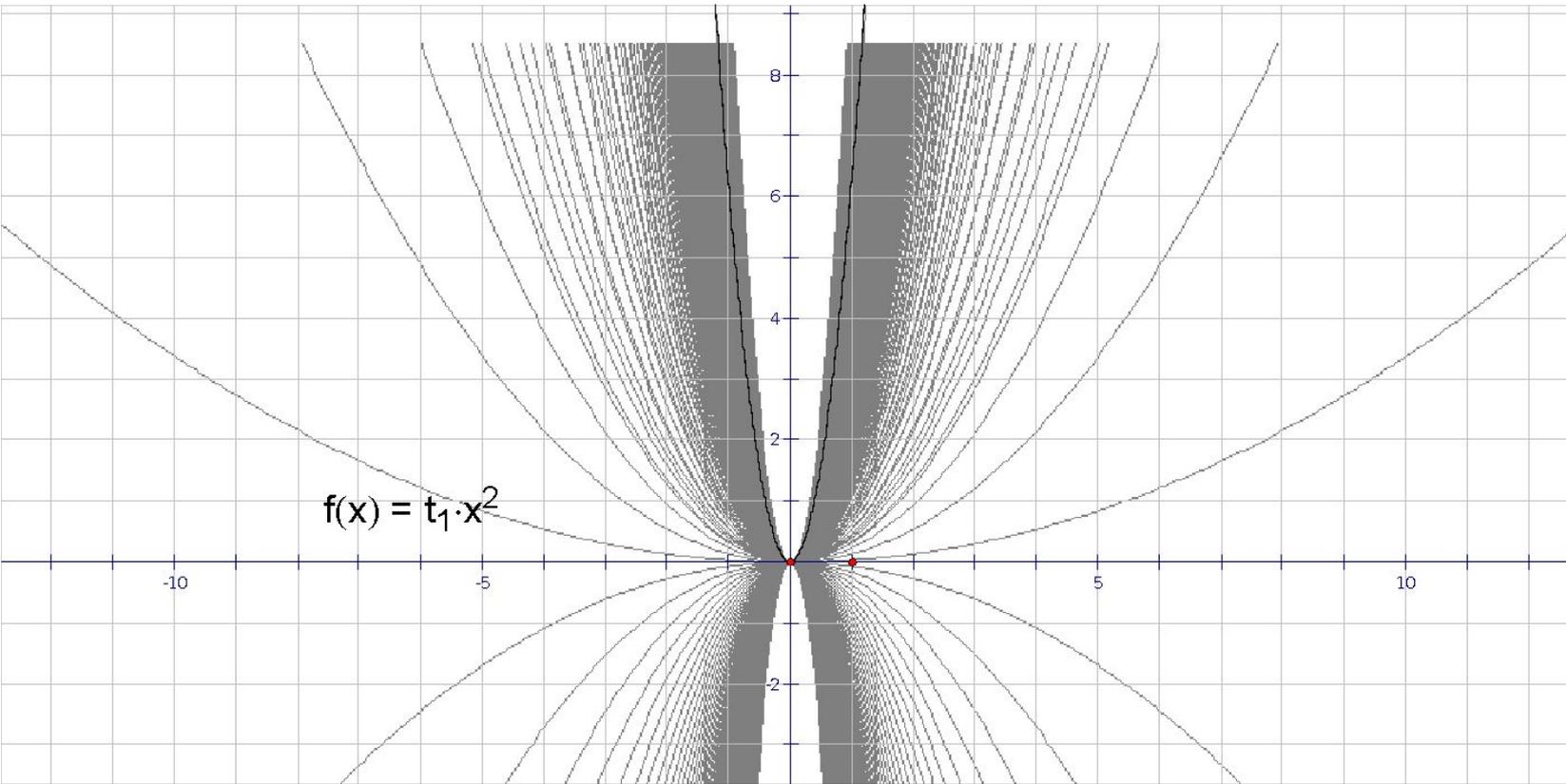
Определение: квадратичная функция задается уравнением $y = ax^2 + bx + c$, причем $a \neq 0$ (в противном случае мы приходим к случаю линейной функции).

Вопросы:

1. Сохранится ли «форма» уже знакомой нам параболы при ненулевых b и c ?
2. Сохранится ли симметрия графика?
3. Сохранится ли «вершина»?

Графики квадратичных функций

Продолжение эксперимента: $y = kx^2$, k меняется, при этом k принимает также и отрицательные значения.



Какие особенности графиков сохранились? Какие нет?

Графики квадратичных функций

Первые гипотезы

Связь формы графика с коэффициентами:

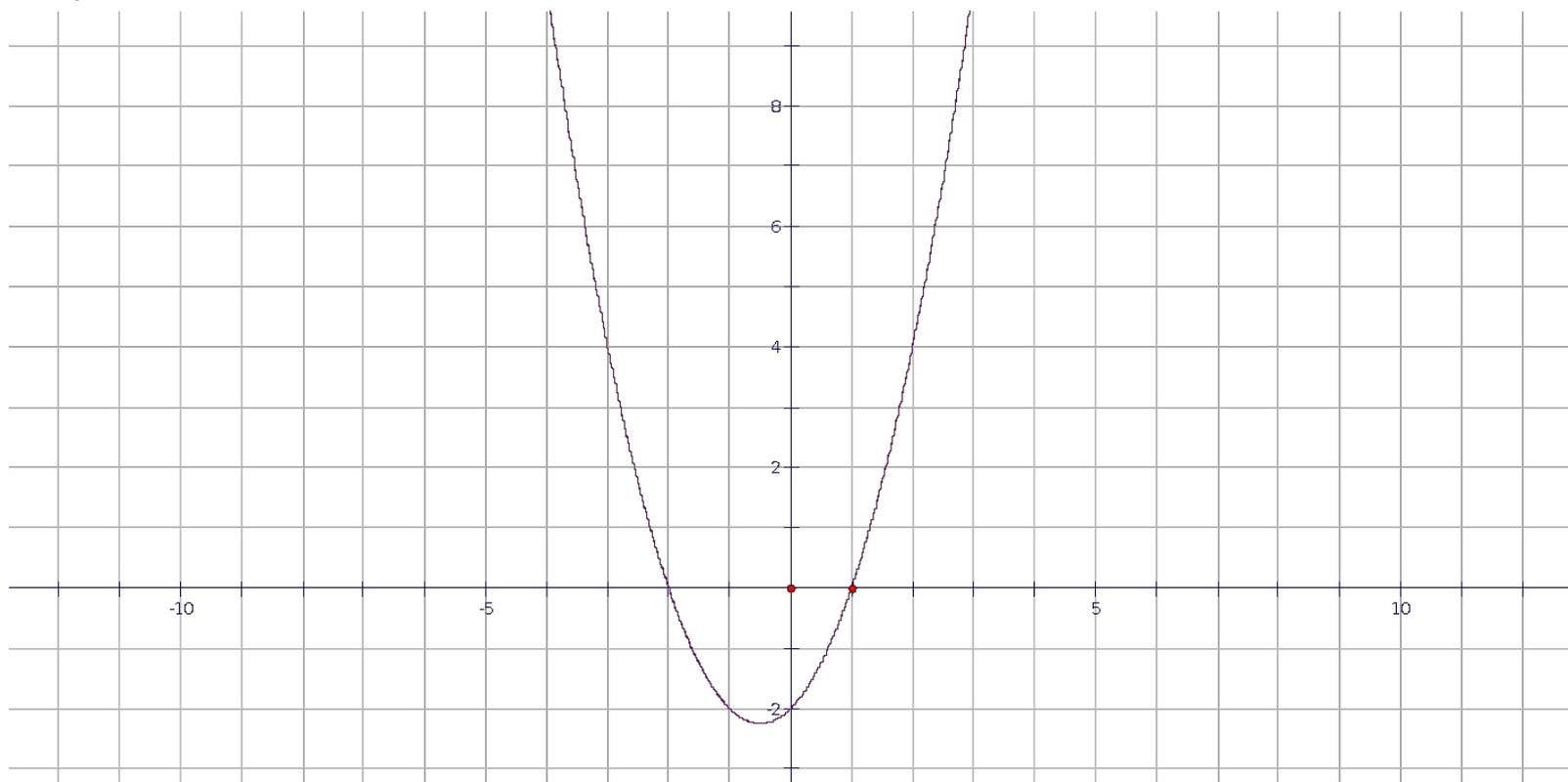
1. Если коэффициент при x^2 положительный, «ветви» параболы направлены вверх.
2. Если коэффициент при x^2 отрицательный, «ветви» параболы направлены вниз.
3. Если коэффициент при x^2 равен 0? Стоп! Получившая функция выпадает из определения квадратичных! Но закономерность, тем не менее, сохраняется!!! Возникает прямая, «ветви» которой направлены ни вверх, ни вниз! .
4. При изменении коэффициента при x^2 меняется «крутизна» графика.

Графики квадратичных функций

Проверка гипотез

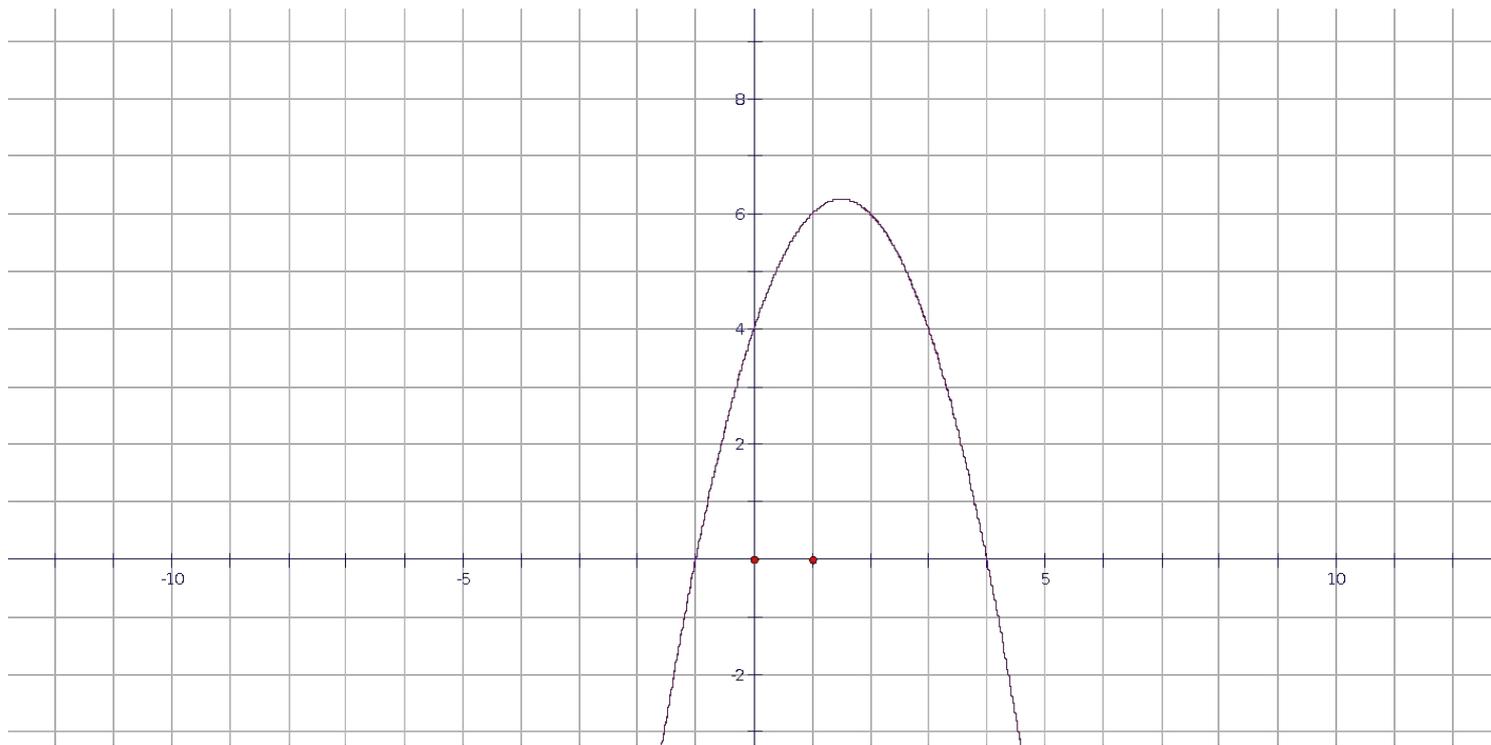
Несколько экспериментов (Куда будут направлены ветви?)

Пример 1: $y = x^2 + x - 2$



Графики квадратичных функций

Пример 2: $y = -x^2 + 3x + 4$



Графики квадратичных функций

Примеры подтверждают выдвинутые нами гипотезы!
Одновременно возникают новые **вопросы**:

1. Всегда ли коэффициент при x^2 определяет направление «ветвей» параболы?
2. Если да, то как это **доказать**?
3. Всегда ли коэффициент при x^2 определяет «крутизну» графика?
4. Если да, то как это доказать?
5. Симметрия графика вроде бы сохраняется. Но **ось симметрии** уже не совпадает с осью Oy . Чем определяется ее положение?
6. Графики перестают проходить через начало координат. Появляются новые точки пересечения с осями. Чем они определяются?

Графики квадратичных функций

Будем шаг за шагом искать ответы на возникшие вопросы.

Начнем с последнего. Вопрос №6 : «Графики перестают проходить через начало координат. Появляются новые точки пересечения с осями. Чем они определяются?»

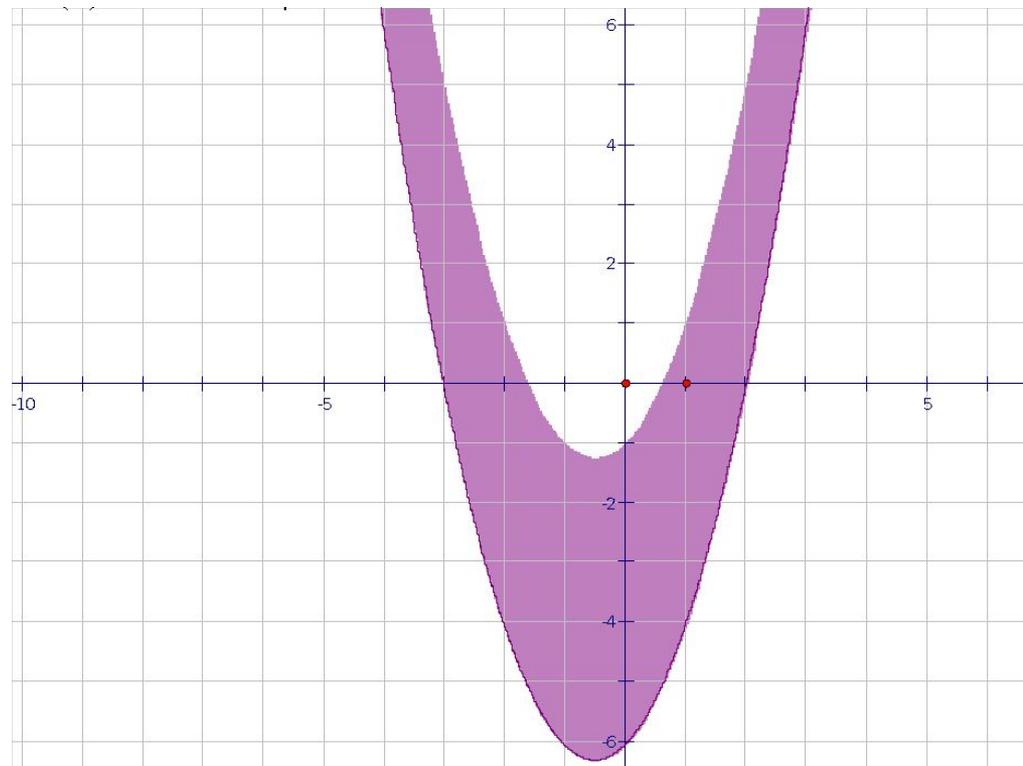
Графики квадратичных функций

Прежде чем *в общем случае* искать ответы на поставленный вопрос, проведем еще несколько экспериментов.

Попробуем динамически *изменять коэффициенты* уравнений и следить за тем, как *меняется график*.

Пример 1: $y = x^2 + x - 2$

Будем менять свободный член:
член: $y = x^2 + x - a$



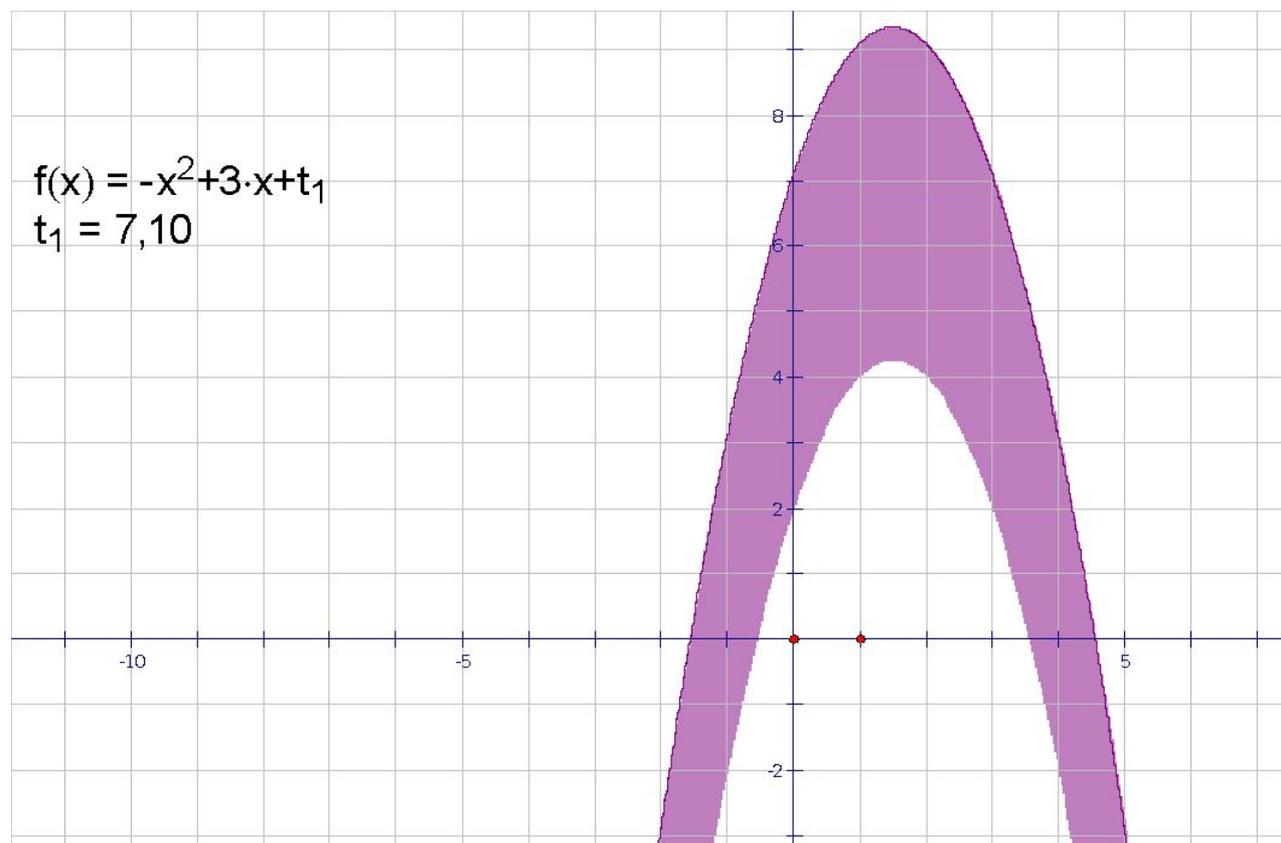
Графики квадратичных функций

Пример 2: $y = -x^2 + 3x +$

4

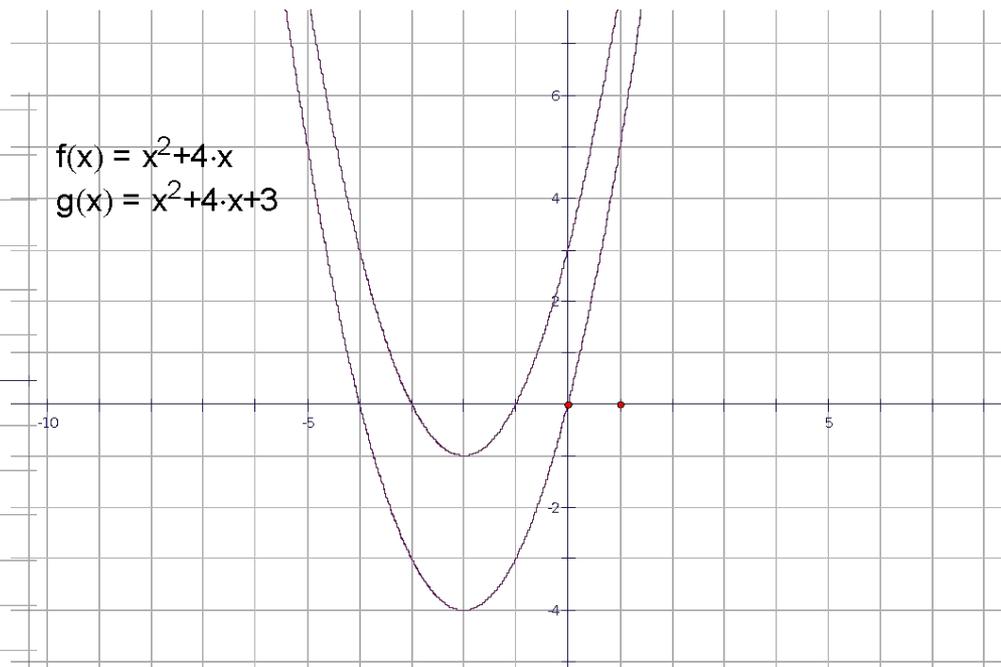
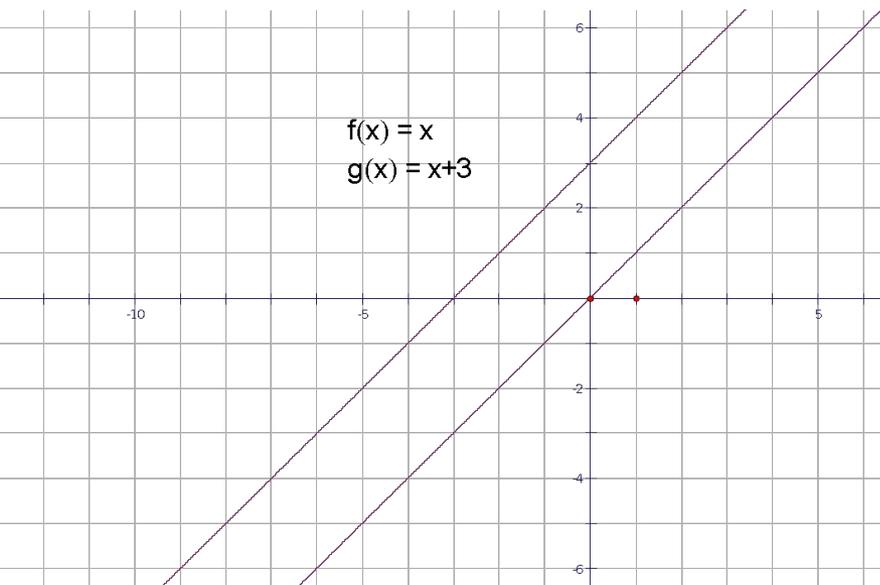
Будем менять свободный

член: $y = -x^2 + 3x + a$



Графики квадратичных функций

Эксперименты показывают, что при изменении свободного члена график параллельно сдвигается! Результат, аналогичный случаю линейной функции.



В обоих случаях каждая точка «поднимается» на 3 вверх!

Графики квадратичных функций

Вернемся к вопросу №6 : «Графики перестают проходить через начало координат. Появляются новые точки пересечения с осями. Чем они определяются?»

Иными словами, как найти координаты точек пересечения графика квадратичной функции с осями координат?

Интересный ответ: **по очереди!**

С какой бы оси вы начали? – В парах определите, кто чем занимается и мы через несколько минут оценим результаты. В качестве пробной функции возьмем последний пример: $y = x^2 + 4x + 3$

Как координаты точек пересечения с осями координат связаны с коэффициентами?

Графики квадратичных функций

Так уж получилось, что быстрее справились со своей задачей те, кто искал координаты точки пересечения графика с осью Oy .

В общем-то, это неудивительно. В наших экспериментах такая точка была всегда одна! Тогда как точек пересечения с осью Ox могло быть целых две! А могло и не быть вообще!!!

Для функции $y = x^2 + 4x + 3$ точка пересечения с осью Oy имеет координаты $(0; 3)$.

Возьмем несколько других примеров. Найти координаты точки пересечения графиков функций

$$y = x^2 + 4x - 3$$

$$y = x^2 - x + 3$$

$$y = x^2 + 2x + 1 \text{ с осью } Oy.$$

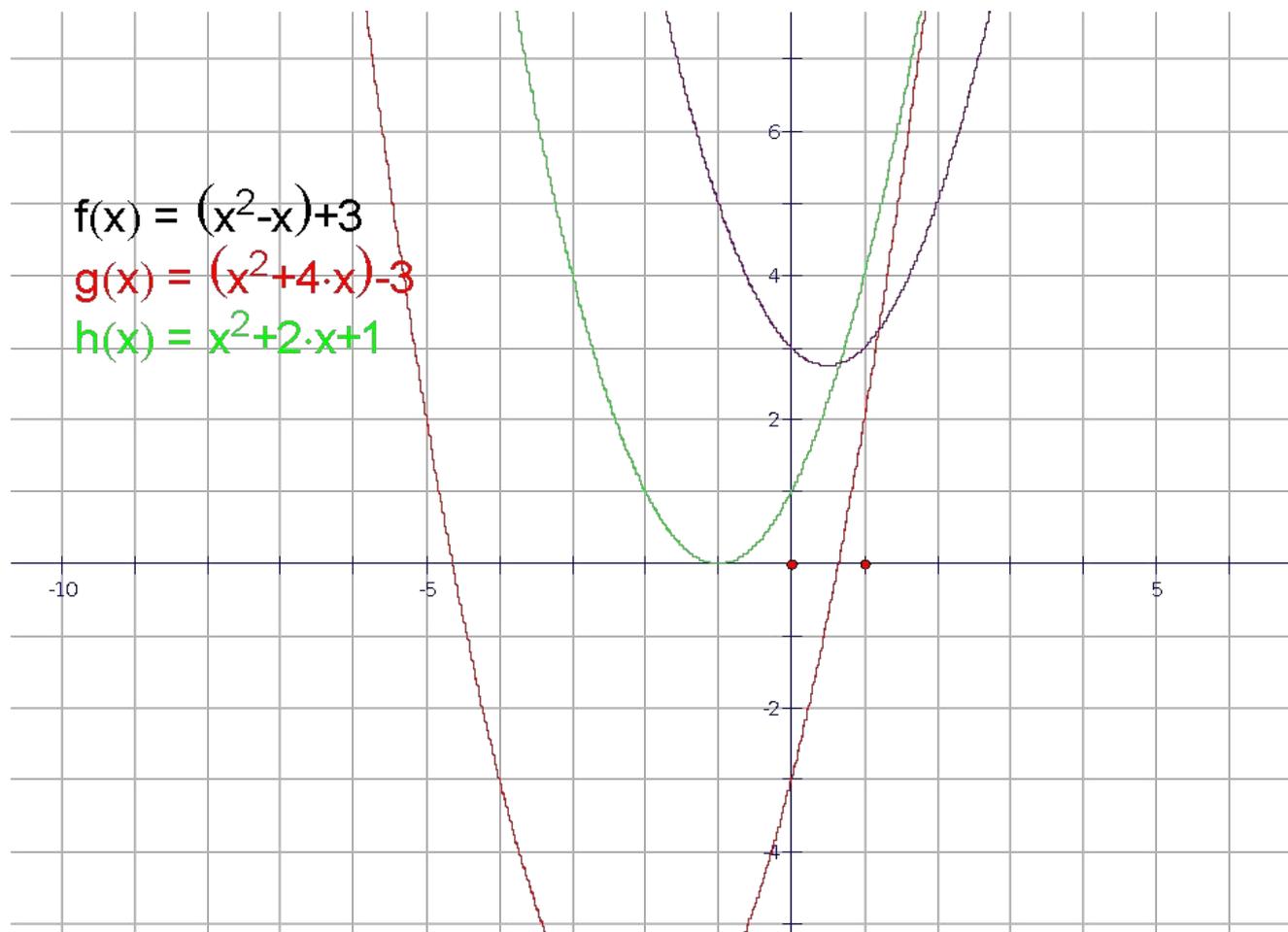
Графики квадратичных функций

Вот графики.

Возможно, кто-то решил эту задачу, не прибегая к построению?

Отлично!

Кто мог бы дать ответ **в общем случае?**



Графики квадратичных функций

Совершенно верно!

Координаты точки пересечения с осью Oy в общем случае, для квадратичной функции, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$, **(0; c)**.

Нужно выявить **метод поиска**.

Шаг 1: Точка пересечения с осью Oy имеет абсциссу, равную 0. Это ясно.

Шаг 2: Теперь нужно понять, как найти ординату. – Правильно, подставить абсциссу (0) в уравнение и найти y . Получим $y = c$!

Вопрос: можно ли, несколько модифицировав, **применить этот метод** к поиску точек пересечения с осью Ox ?

Графики квадратичных функций

Модификация метода для поиска точек пересечения с осью Ox .

Шаг 1: Точка пересечения с осью Ox имеет ординату, равную 0. Это ясно.

Шаг 2: Теперь нужно понять, как найти абсциссу. – Правильно, подставить ординату (0) в уравнение и найти x . Что мы получим?

Давайте сравним.

Что изменилось?

Каков ответ? – Его поиск требует решения квадратного уравнения

$$0 = ax^2 + bx + c$$