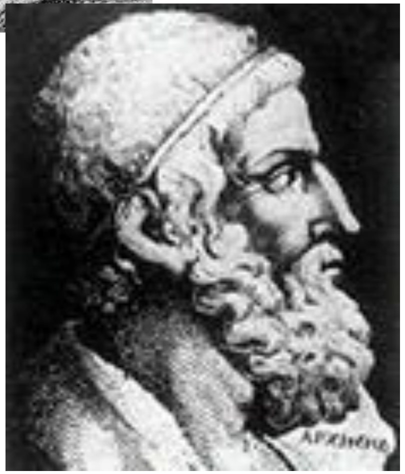
ИНТЕГРАЛЫ

ИСТОРИЯ

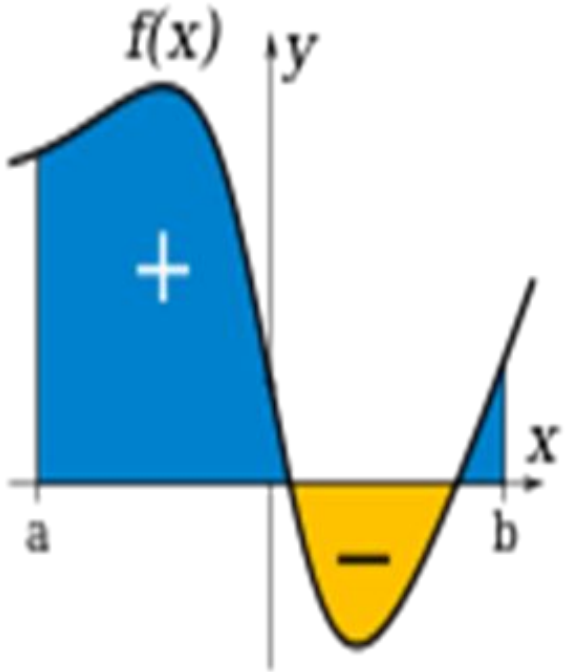
Первым известным методом для расчёта интегралов является метод исчерпывания Евдокса (примерно 370 до н. э.), который пытался найти площади и объёмы, разрывая их на бесконечное множество частей, для которых площадь или объём уже известны.

Этот метод был подхвачен и развит Архимедом, и использовался для расчёта площадей парабол и приближенного расчёта площади круга.



Аналогичные методы были разработаны независимо в Китае в 3-м веке н. э. Лю Хуэйем, который использовал их для нахождения площади круга

Интеграл функции — аналог суммы последовательности. Неформально, (определённый) интеграл является площадью части графика функции (в пределах интегрирования), то есть площадью криволинейной трапеции.

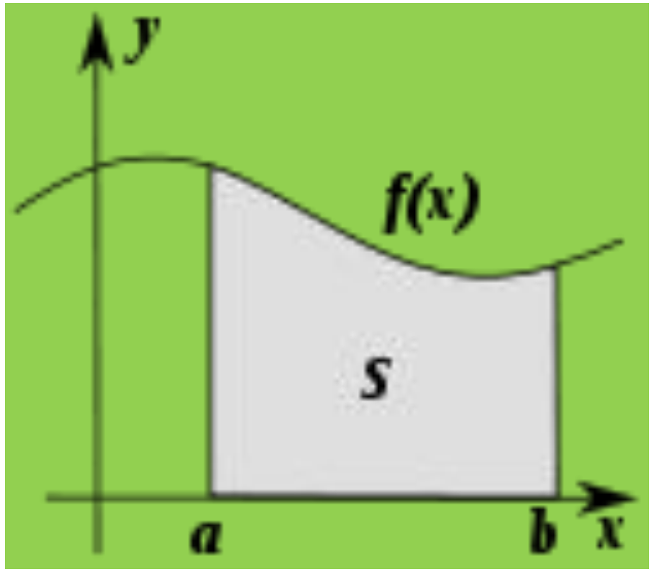


ИНТЕГРАЛ

Определённый интеграл

Неопределённый интеграл

Определённый интеграл — аддитивный монотонный нормированный функционал, заданный на множестве пар, первая компонента которых есть интегрируемая функция или функционал, а вторая — область в множестве задания этой функции (функционала)



Определение

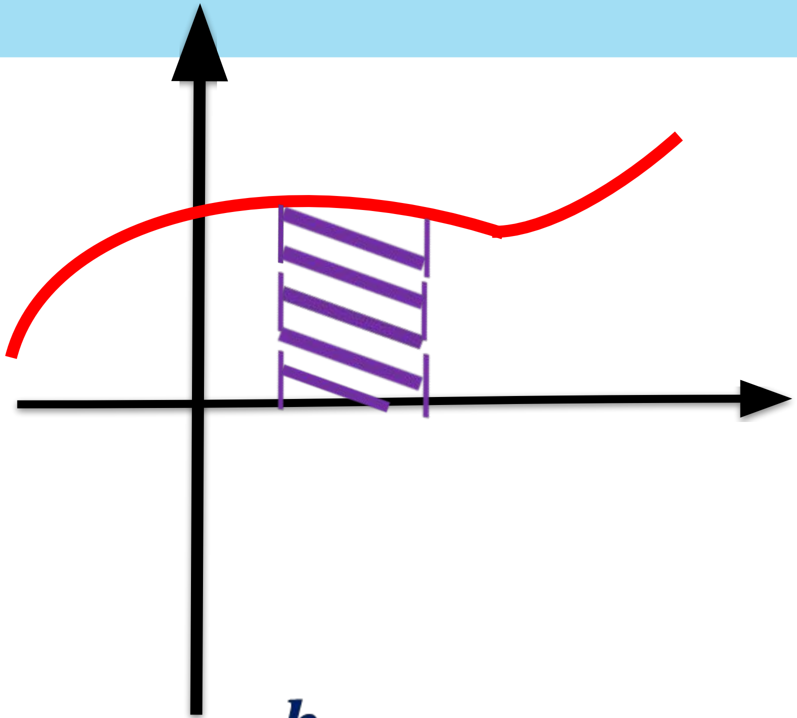
$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i)\Delta x_i$$

Неопределённый интегра́л для функции f(x), — это совокупность всех первообразных данной функции.

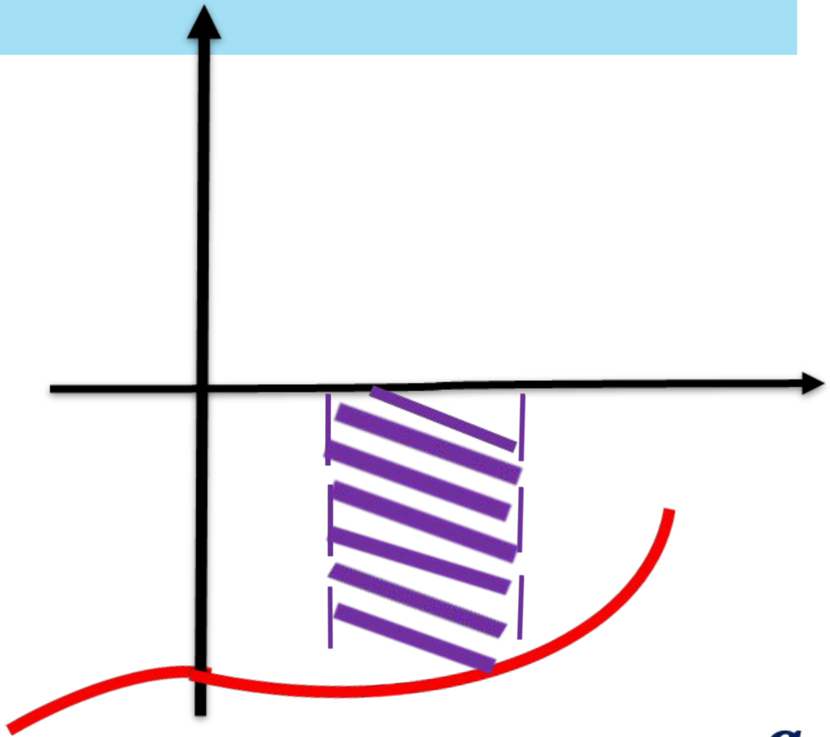
Если функция $f(x)$ определена и непрерывна на промежутке (a, b) и $F(x)$ — её первообразная, то есть $F'(x) = f(x)$ при $a < x < b$ то $\int f(x)dx = F(x) + C,\ a < x < b$

где C — произвольная постоянная.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ



$$S = \int_a^b (f(x)) - g(x)dx$$



$$S - \int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$$

ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ

1. $\int k\,dx = k \cdot x + C$

2. $\int x^a dx = \dfrac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad (a \neq -1)$

3. $\int \dfrac{dx}{x} = \ln|x| + C$

4. $\int \dfrac{dx}{ax+b} = \dfrac{1}{a}\ln|ax+b| + C$

5. $\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$

6. $\int e^{kx} dx = \dfrac{1}{k} \cdot e^{kx} + C$

7. $\int \sin kx\,dx = -\dfrac{1}{k} \cdot \cos kx + C$

8. $\int \cos kx\,dx = \dfrac{1}{k} \cdot \sin kx + C$

9. $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C$

10. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C$

11. $\int \operatorname{tg} kx\,dx = -\dfrac{1}{k} \cdot \ln|\cos kx| + C$

http://godkosmicheskojjery.ru/tabl_proizv.html
http://ru.wikipedia.org/