



ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И АППРОКСИМАЦИЯ

**Кафедра Информационных технологий и
управляющих систем**

Предмет «Вычислительные методы и их
применение в ЭВМ»

Лекция

Доцент Стрельцова Г. А.



Введение

Если зависимость $y(x)$ представлена рядом табличных отсчетов $y_i(x_i)$, то интерполяция значений $y(x)$ – это вычисление значений $y(x)$ при заданном x , расположенном в интервале между отсчетами.

За пределами общего интервала определения $y(x)$, вычисление $y(x)$ называют экстраполяцией (предсказанием значений функции).

Аппроксимация в системах компьютерной математики – это получение приближенных значений какого-либо выражения.



Повестка дня

- Список изучаемых разделов:
- **Интерполяция и ее виды.**
- **Особенности аппроксимации функций.**
- **Методы интерполяции и аппроксимации.**
- **Примеры решения задач интерполяции и аппроксимации в Maple**
- **Время, отводимое на каждый раздел: 5-10 минут.**



Обзор

Разделы лекции

**Интерполяция и ее
виды**

**Методы интерполяции
и аппроксимации**

**Особенности
аппроксимации
функций**

**Примеры решений задач
интерполяции и
аппроксимации в Maple**



Словарь терминов

Интерполирующая функция – это функция $F(x)$, которая принадлежит известному классу и принимает в узлах интерполяции те же значения, что и искомая $y(x)$.

Узлы интерполяции $y(x)$ – это значения x в интервале $[a, b]$ определения данной функции $y(x)$, которые однозначно определены.



Интерполяция и ее виды

Основная задача интерполирования.

На отрезке $[a, b]$ заданы $n+1$ точки $x_0, x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$ (узлы интерполяции) и значения функции $y(x)$ в этих точках $y(x_0) = y_0, y(x_1) = y_1, \dots, y(x_i) = y_i, \dots, y(x_n) = y_n$.

Требуется определить интерполирующую функцию $F(x)$, которая:

1. Относится к известному классу,
2. Принимает в узлах интерполяции те же значения, что и $y(x)$: $F(x_0) = y_0, F(x_1) = y_1, \dots, F(x_i) = y_i, \dots, F(x_n) = y_n$.



Интерполяция и ее виды

Геометрическое представление:

Найти кривую $y = F(x)$ определенного типа, проходящую через заданную систему точек

$M(x_i, y_i)$, где $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

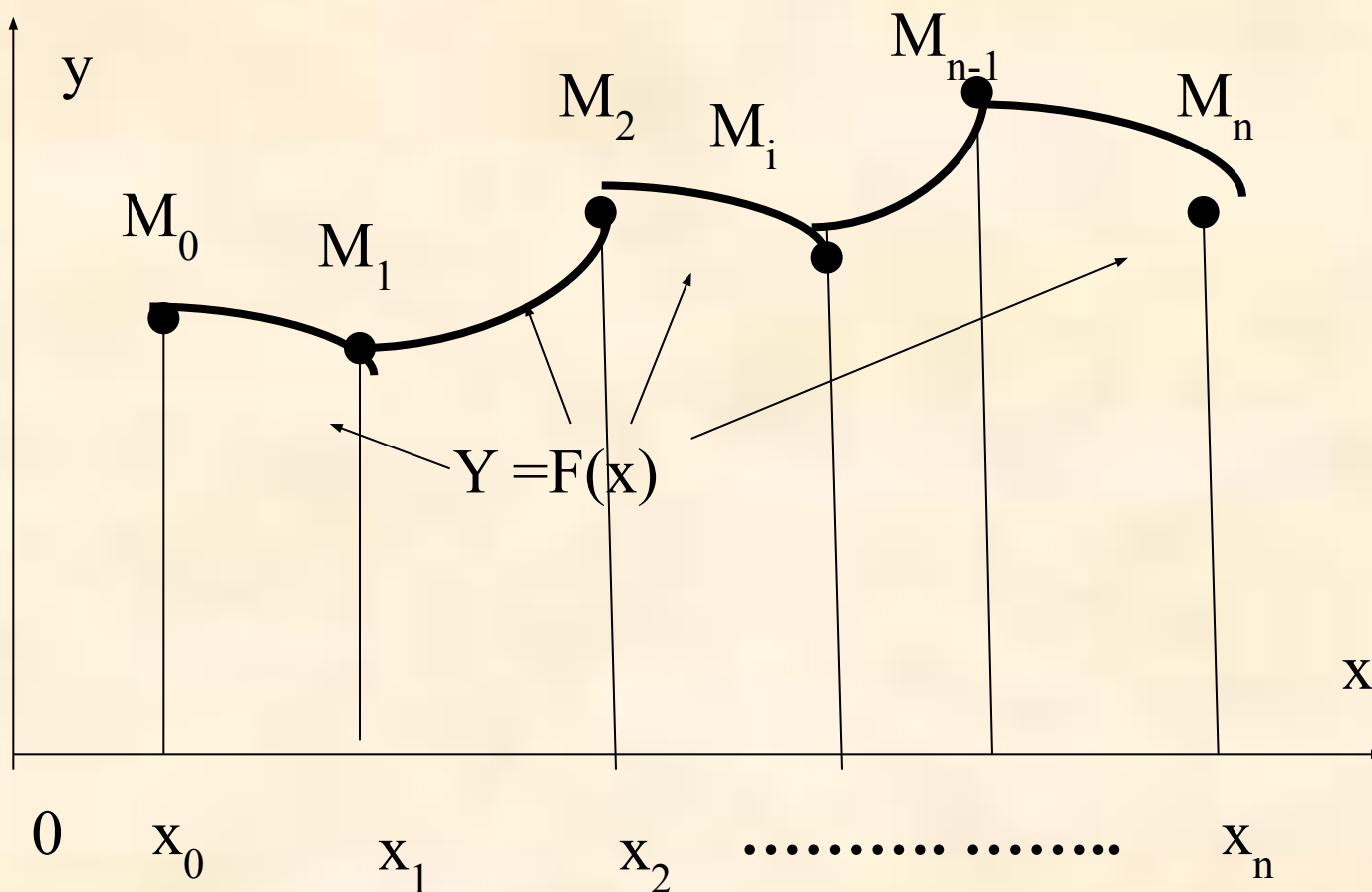
В общем случае задача является неопределенной.

Однако она становится однозначной, если вместо произвольной функции $F(x)$ искать, например, полином $P_n(x)$ степени, удовлетворяющий условиям $P_n(x_0) = y_0, P_n(x_1) = y_1, \dots, P_n(x_i) = y_i, \dots, P_n(x_n) = y_n$.



Интерполяция и ее виды

Геометрическое представление интерполяции





Интерполяция и ее виды

Основные виды интерполяционных полиномов:

1. Канонический полином,
2. Полином Ньютона,
3. Полином Лангранжа,
4. Полином Эйткена,
5. Полином Чебышева.



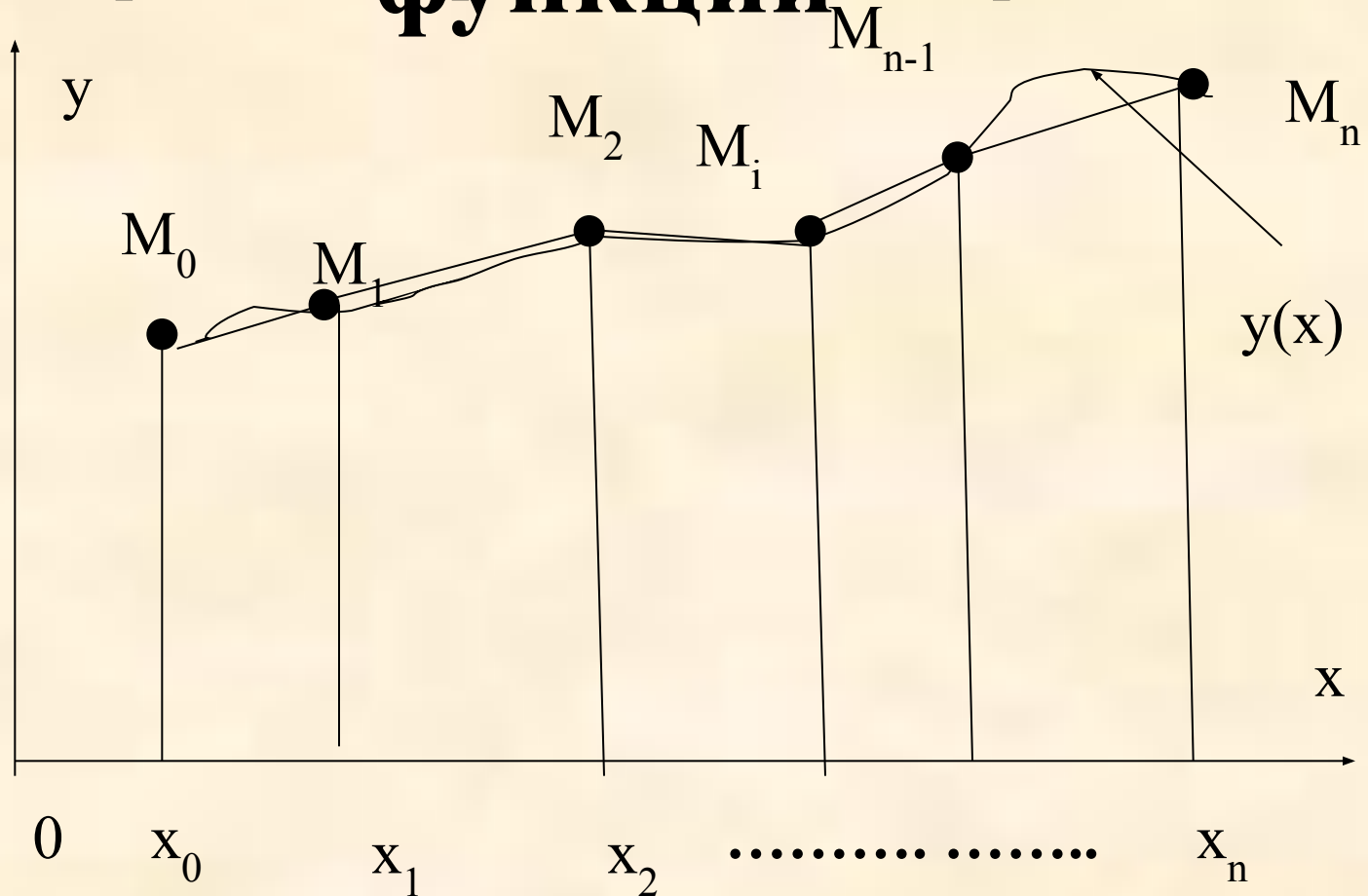
Особенности аппроксимации функций

Под аппроксимацией функциональных зависимостей подразумевается получение некоторой конкретной функции, вычисленные значения которой с некоторой точностью аналогичны аппроксимируемой зависимости. Обычно предпочитают найти одну зависимость, которая дает точное значение искомой функции $y(x)$ в узловых точках в пределах погрешности вычислений по умолчанию. Для этого также используют степенные многочлены - полиномы или линейные функции.



Особенности аппроксимации

Геометрическое представление аппроксимации функций





Методы интерполяции и аппроксимации

- Полиномиальные
- Сплайновые
- Линейные
- Рациональные (отношение двух полиномов)
- Метод наименьших квадратов
- Тригонометрические (рядами Фурье).



Примеры решений задач интерполяции и аппроксимации

Пример. Найти приближенное значение функции $z(t)$ при заданном значении аргумента в табличной форме в точках $x = 1, 1.5, 2$. построить график найденной зависимости $y(x)$.

t	0.66	0.9	1.17	1.47	1.7	1.74	2.08	2.63	3.12
z	38.9	68.8	64.4	66.5	64.95	59.36	82.6	90.63	113.5

Решение.

```
>t:=[данные из таблицы];
```

```
>z:=[данные из таблицы];
```

```
>x;=[1, 1.5, 2.0];
```

```
>interp(t,z,x);
```



Примеры решений задач

```
>z:=y→interp(t,z,x);
```

```
>for i from 1 to 3 do x[i]=z(x[i]); end do;
```

```
>l:=[[t[n], z[n] Sn=1..9];
```

```
> plot(l,z(y)), y=0.66..3.12,style=[point, line], symbol=circle)
```

Maple

Задача сплайн-интерполяции

Используется функция `spline(X, Y, x, method)`, где параметр `method` определяет вид сплайна.

В качестве данного параметра используются ключевые слова `linear`, `quadratic`, `cubic`, `quartic` или числа 1, 2, 3, 4. Если параметр не указан, то используется кубический сплайн.



Примеры решений задач

Решения интерполяции и аппроксимации в

Maple

```
> spline(t, z, y);
```

```
> zs:=y → spline(t, z, y);
```

```
> for I from 1 to 3 do xs[i]:=zs(x[i]); end do;
```

```
ZSL:=y → spline(t, z, y, l);
```

```
> l:=[[t[n], z[n] Sn=1..9];
```

```
> plot(l, zs(y), zsl(y)), y=0.66..3.12, style [point, line, line],  
symbol=circle)
```



ВЫВОДЫ

Рассмотренные вопросы

- **Примеры решений в Maple.**

Практические работы

- 1. Примеры вычислений в Maple.**