

# Алгебра и начала анализа

## 11 класс

(учебник А.Г.Мордковича, профильный уровень)

# «Иррациональные уравнения»



Учитель Смолькова Н.П.

МОУ СОШ № 9 г.Кандалакши



# Домашнее задание:

$$x^2 + 2x + \sqrt{x^2 + 2x + 8} - 12 = 0$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} = 6$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x-6} = 2$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+7} + 2 \cdot \sqrt{x^2 + 7x} = 35 - 2x$$



Обязательное задание



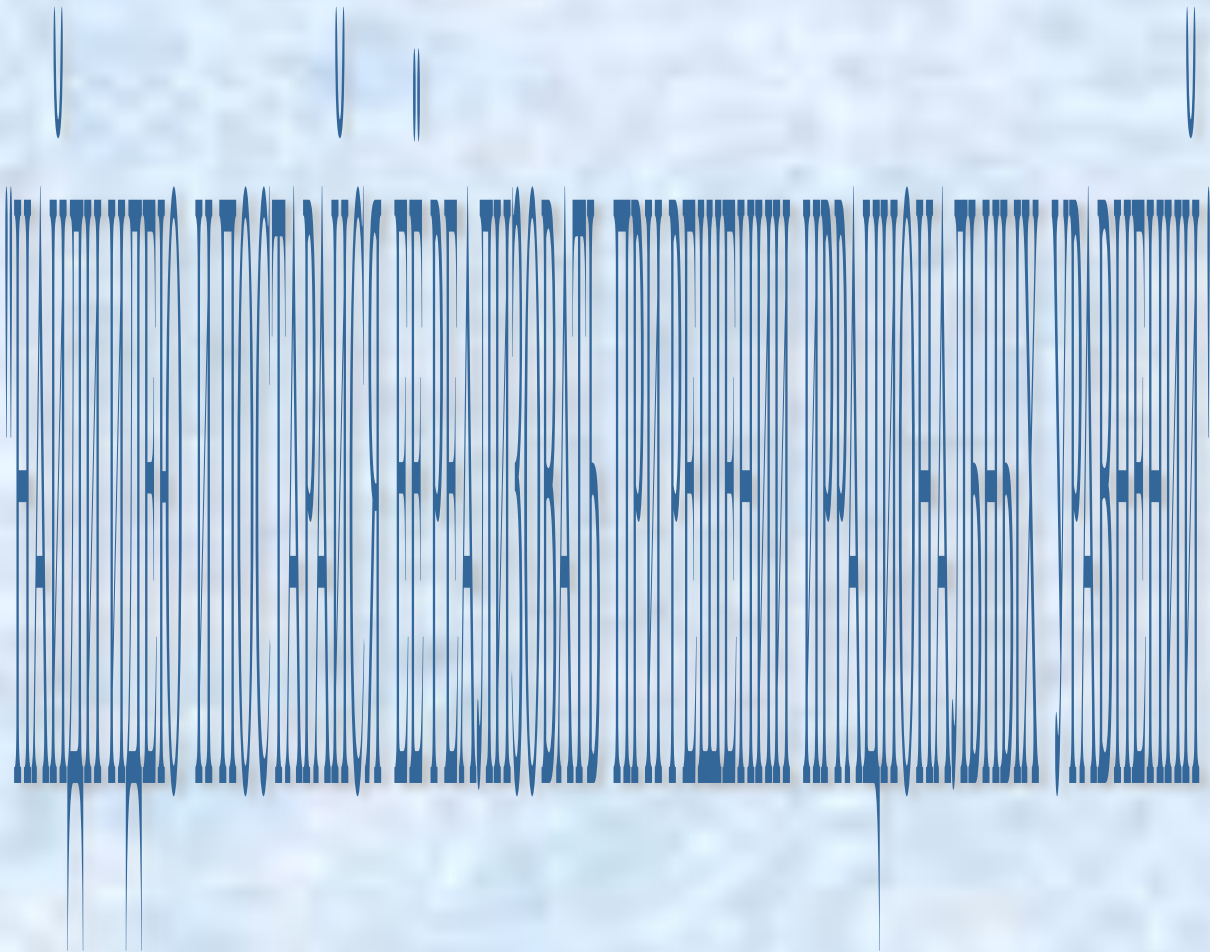
Сложное задание



Задание повышенной сложности

# «ХОД КОНЕМ»

|            |     |     |       |       |
|------------|-----|-----|-------|-------|
| ИД         | ЛИ  | НЫХ | НИИ   | И     |
| НАЛЬ       | ШЕ  | ЕЮ  | ЗО    | У     |
| РЕА        | ДИ  | НИЙ | ПОСТА | ИР    |
| РЕ         | ЦИО | ЕЁ  | РАВ   | ВАТЬ  |
| <b>НАЙ</b> | НЕ  | ПРИ | РА    | РАЙСЯ |



Решить уравнение

$$\sqrt{x} = 2$$

Вычислить  
производную

$$(\sqrt{x})'$$

В чем отличие?

$$\sqrt{t^2}$$
$$(\sqrt{t})^2$$

Разложить на множители

$$x^2 - 2x + 1$$

Воспроизвести  
формулы

$$(a+b)^3$$
$$a^3 + b^3$$

Формула :

$$\sin \alpha + \sin \beta$$

Определение  
возрастающей  
функции

Скалярное  
произведение  
векторов

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$

Решить уравнение

$$\sqrt[3]{x} = 2$$



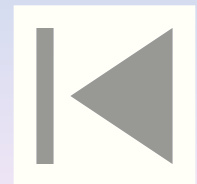
# Метод оценки функций

$$\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = s(x)$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}; \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}; \dots$$

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{f(x) \cdot 1} \leq \frac{f(x) + 1}{2}$$

$$\sqrt{g(x)} = \sqrt{g(x) \cdot 1} \leq \frac{g(x) + 1}{2}$$

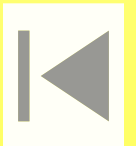


# МЕТОД ЗАМЕНЫ ПЕРЕМЕННОЙ

$$2x^2 + 3x + \sqrt{2x^2 + 3x + 9} = 33$$

$$\sqrt[3]{9 - x} + \sqrt[3]{7 + x} = 4$$

$$\sqrt{5x + 7} - \sqrt{3x + 1} = \sqrt{x + 3}$$



# МЕТОД МОНОТОННОСТИ ФУНКЦИИ

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} + \sqrt{x+24} = 11$$

$x_1$  — корень,  $x_1 > 1$   
 Сумма возрастающих функций

Постоянная функция

$\sqrt{x_1} > 1$   
 Подбор корня:  $x=1$

$$\sqrt{x_1 + 3} > 2$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{1+3} + \sqrt{1+8} + \sqrt{1+24} = 11$$

$$\sqrt{x_1 + 8} > 3$$

$1+2+3+5=11$ , верно

$$\sqrt{x_1 + 24} > 5$$

$$\dots > 11$$

1 решение





# ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД

$$12\sqrt{x} + 5\sqrt{9-x} = 39$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 9-x \geq 0, \end{cases} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 9, \end{cases} \quad 0 \leq x \leq 9$$

пусть  $\vec{a}(12;5)$ ,  $\vec{b}(\sqrt{x};\sqrt{9-x})$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

$$\text{ОТВЕТ : } x = \frac{1296}{169}$$



# МЕТОД МАЖОРАНТА

Мажоранта- объявлять большим,  
Миноранта- объявлять меньшим.

- $f(x) = q(x)$

после нахождения О.Д.З.

Если определить, что

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \geq M \\ q(x) \leq M \end{array} \right\} f(x) = q(x) = M$$



$$\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = x^2 - 6x + 11$$

# МЕТОД ПЕРЕХОДА К СИСТЕМЕ

$$\sqrt[m]{ax + b} \pm \sqrt[n]{cx + d} = p$$

$$\sqrt[3]{\tilde{o} - 2} + \sqrt{\tilde{o} + 1} = 3$$

введем переменные  $u = \sqrt[3]{x - 2}$ , и  $v = \sqrt{x + 1}$

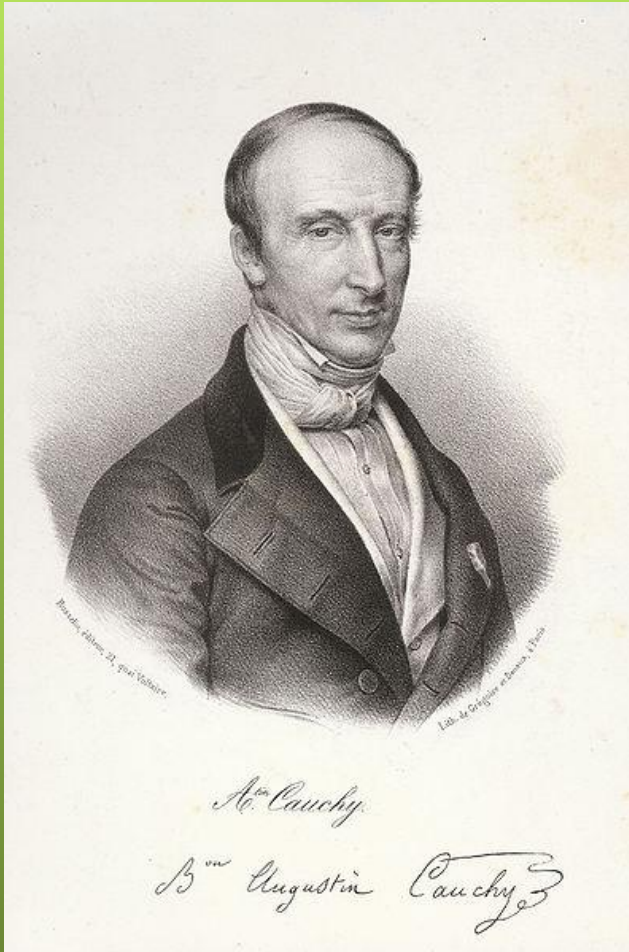
$$\begin{cases} u + v = 3 \\ \text{????????} \end{cases}$$

$$u^3 + v^2 = x - 2 + x - 1 = 2x - 3$$

$$\underline{u^3 - v^2 = x - 2 - (x + 1) = -3}$$



# ПРИМЕНЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА КОШИ



*Огюстен Луи Коши*

( 1789-1857 г.г.)

Равенство,  
если  $a=b$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab};$$

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$$

$$\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{a \cdot b \cdot c \cdot d}$$

$$\sqrt[3]{25x(2x^2 + 9)} = 4x + \frac{3}{x}$$



# МЕТОД ПРИСТАЛЬНОГО ВЗГЛЯДА

$$\sqrt{x^2 - 3} + 10 = 0$$

Решений нет

$$\sqrt{x - 5} + \sqrt{x^2 + 4} = 0$$

Решений нет

$$\sqrt{x - 7} + 3 = \sqrt{5 - x}$$

Решений нет

$$\sqrt{-4 - x^2} = 12$$

Решений нет

$$\sqrt{x + 2} + \sqrt{x + 7} = 5$$

**X=2**



# ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ЗАМЕНА

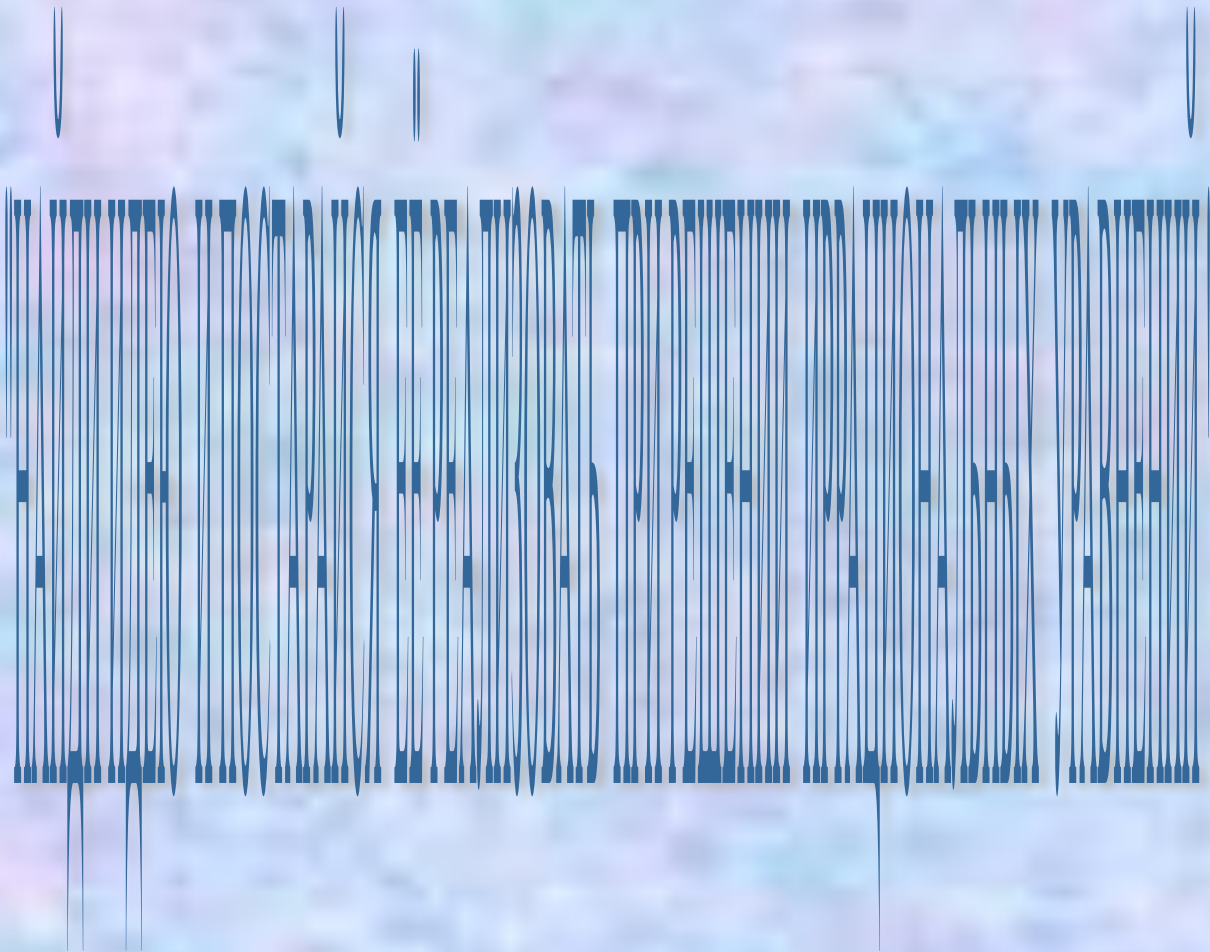
$$\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$$

$4x^3 - 3x$  существует при любых значениях  $x$

$\sqrt{1-x^2}$  существует при  $x \in [-1; 1]$

*пусть*  $x = \sin \alpha$





# Домашнее задание:

$$x^2 + 2x + \sqrt{x^2 + 2x + 8} - 12 = 0$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} = 6$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x-6} = 2$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+7} + 2 \cdot \sqrt{x^2 + 7x} = 35 - 2x$$



Обязательное задание



Сложное задание



Задание повышенной сложности



# Вы молодцы!

