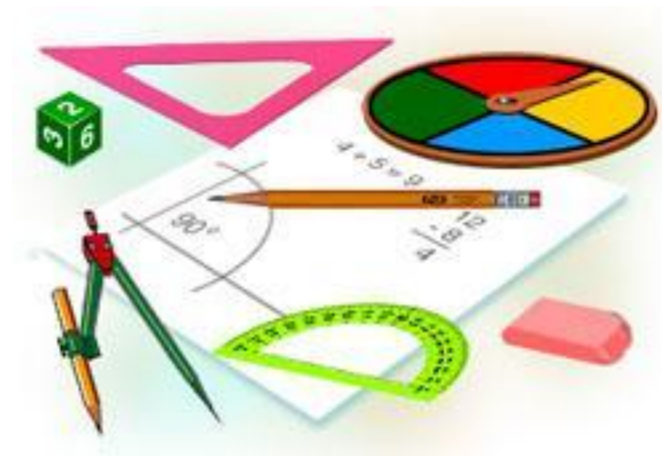
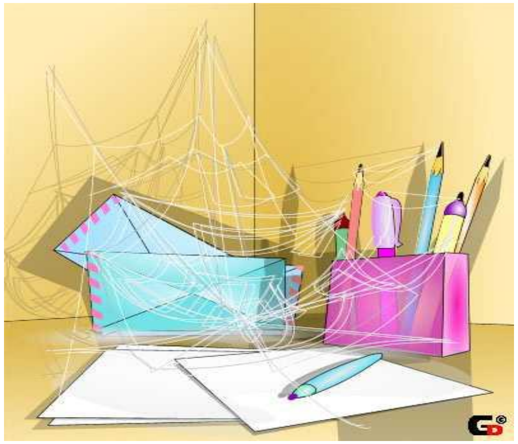
# Развитие тригонометрии с XVI века до нашего времени

- Издавна установилась такая практика, что при систематическом обучении математике ученику приходится встречаться с тригонометрией трижды. Соответственно её содержание представляется состоящим из трех частей. Эти части при обучении отделены друг от друга по времени и не похожи друг на друга как по смыслу, вкладываемому аппарату, так и по служебным функциям (приложениям).
- В самом деле, в школе тригонометрический материал впервые появляется в курсе планиметрии. С помощью тригонометрии решают плоские треугольники. Тригонометрические соотношения получают названия «синус», «тангенс» и т.д., а их значения предстают перед школьниками уже вычисленными и сведенными в таблицы. Остается лишь выработать навык пользования этими таблицами, что и оказывается основной целью на этом первом этапе занятий тригонометрией в рамках учебного предмета геометрии.



- Однако проходит время, и тригонометрия возвращается к школьникам. Но эта тригонометрия не похожа на ту, что изучали ранее. Её соотношения определяются теперь с помощью окружности (её обычно называют производящей окружностью), а не прямоугольного треугольника. Хотя они по-прежнему определяются как функции углов, но эти углы уже произвольно велики, их меры выражаются в радианах. Иначе выглядит и тригонометрические тождества, и постановка задач, и трактовка их решений. Вводится графики тригонометрических функций. Наконец, появляются тригонометрические уравнения. И весь этот материал представлен перед учащимися уже как часть алгебры, в не геометрии, как прежде.



- Третье обличие принимает тригонометрия, когда она появляется в системе начал математического анализа. Здесь речь идет о классе аналитических функций, называемых тригонометрическими, об их структуре, свойствах и приложениях. Их специфические свойства (периодичность, четность или нечетность и др.) позволяют с помощью формул приведения и иных формул тригонометрии и существенно упрощать аналитический аппарат выражений, связанных с этими функциями, и значительно облегчают операцию с ними.
- К настоящему времени структура тригонометрических частей математики сделалась весьма разветвленной, а связи их с другими частями математики – многообразными и взаимопроникающими. Поэтому все чаще отходят от первоначального смысла термина «тригонометрия» (который происходит от греческого triywvov – треугольник и uetpew – измеряю, что вместе означает измерение треугольников) и называют эту часть математики гониометрией или даже перестают использовать эти, очевидным образом, устаревшие, но сохраняющиеся в силу исторических традиций термины.

- Рано и естественно определились направления развития плоской тригонометрии. Они состояли во введении других тригонометрических характеристик, кроме  птолемеевских хорд; в отыскании формул, выражающих связи между  этими характеристиками: в разработке вычислительных приемов, имеющих целью составления таблиц тригонометрических функций.
- По этим направлениям и происходило накопление тригонометрических знаний в последующие века. Процесс накопления замедлялся или ускорялся в зависимости от общего хода развития математических и вообще научных знаний.

- До сих пор тригонометрия формировалась и развивалась под определяющим влиянием астрономии. Положение в этом смысле мало изменилось даже тогда, когда самостоятельное существование тригонометрии стало общепризнанным фактом. Вслед за Региомонтаном, тригонометрией много занимался Коперник, посвятивший ей две главы своего знаменитого капитального труда «Об общепринятых небесных тел» (1543). К таблице тангенсов Региомонтана Коперник добавил таблицу секансов, что позволило ему заменять деление на синус и косинус умножением в целях облегчения вычисления. Знаменитый астроном Тихо-Браге (1546-1601) разработал много вычислительных приемов, облегчающих задачу решения треугольников как плоских, так и сферических. Таблицы тригонометрических функций, по форме и составу близкие к ныне употребляемым, составил в 1551 году Ретик, ученик Коперника. К концу 16 века в устойчивый характер приобрели названия всех тригонометрических функций.

- Техника оперирования с тригонометрическими функциями достигла к этому времени высокого уровня, и математики не встречали в этом вопросе принципиальных трудностей. В сочинениях И.Кеплера, Й.Бюрги, Ф.Виета и других математиков встречаются сложные преобразования с тригонометрическими функциями, выведены многие формулы. Особенно примечательным для тематики, рассматриваемой в настоящей главе, представляются работы Виета.
- Исходя из известных уже формул для синуса и косинуса двух углов, Виет получил выражения для этих же функций в случае кратных аргументов, а также многие формулы, в том числе рекуррентные. Среди результатов Виета появились и такие, в которых устанавливались связи между тригонометрией и алгеброй. Он сумел установить связь между задачами о делении угла на равные части и задачами выделения классов алгебраически разрешимых уравнений.

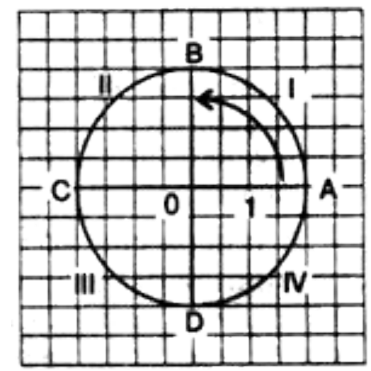
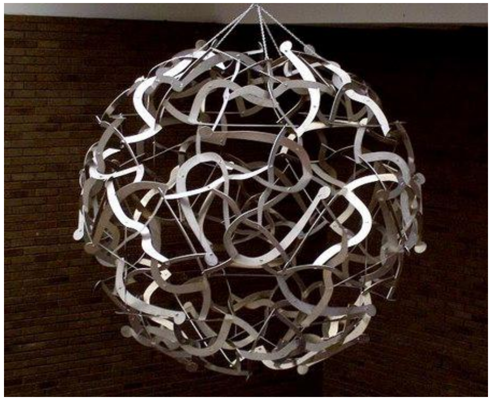


Рис. 1

- Новое обогащение содержания тригонометрии происходило как часть истории математического анализа. И когда после первых ошеломляющих открытий понадобилось привести в систему математический анализ, пришлось сделать тоже и с тригонометрическими уравнениями. Эта работа, ее результаты нашли свое отчетливое выражение в трудах Л.Эйлера.
- Эйлер ввел близкую к привычной нам символику, полностью разъяснил вопрос о знаках всех тригонометрических функций любого аргумента. Эти функции он рассматривал как безразмерные числа, называя их общим термином «трансцендентные количества, получающиеся из круга.
- Теперь тригонометрические функции составили просто некоторый класс аналитических функций как действительных, так и комплексных аргументов.
- В 1770 году появилось и удерживающее до наших дней название тригонометрические функции. Его ввел Г.С. Клюгель в работе «Аналитическая тригонометрия».



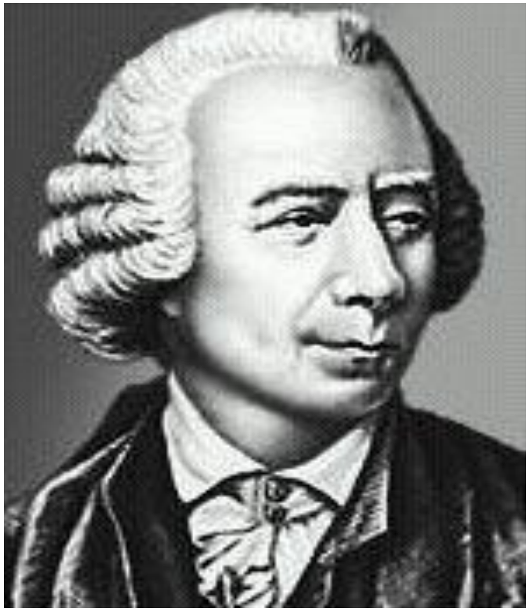
- В то же примерно время (т.е. во второй половине 18 века) построение общей системы тригонометрических и примыкающих к ним знаний развивалось и в несколько ином направлении. И.Г. Ламберт (1728-1777) в «Очерках об употреблении математики и её приложений» (1770) провел обобщение тригонометрии на четырехугольники, создав, таким образом, тетрагонометрию. Еще через несколько лет, в 1774-1776 годах, в работах А. И. Лекселя (1741-1784) было произведено дальнейшее обобщение и построена полигонометрия.
- Результаты Лекселя были существенно дополнены С. Люилье (1750-1840) в книге «Полигонометрия, или об измерении прямолинейных фигур» (1789). Основную роль в исследованиях Люилье играло выражение для площади многоугольника, которую он вычислял так: откинув одну из $n$ сторон, он составил все парные произведения остальных $n-1$ сторон на синусы углов между этими сторонами и, складывая полученные $(n-1)(n-2)/2$ произведений, нашел удвоенную площадь многоугольника. Исходя из этой формулы, Люилье получил все формулы полигонометрии, в том числе и формулы Лекселя. Свои теоремы Люилье применил к решению $n$-угольника: по $n-1$ сторонам и $n-2$ углам; по всем углам и $n-2$ сторонам; по всем сторонам и $n-3$ углам.

- Наконец, Люилье обобщил  и эти результаты на пространственные случаи и, развивая работы Эйлера о многогранниках, создал (в 1799-1805) полиэдрометрию  - учение об измерении многогранников (полиэдров), описав её в работе «Теоремы полиэдрометрии». Основной теоремой полиэдрометрии является следующая: «Площадь каждой грани многогранника равна сумме произведений площадей остальных граней на косинусы углов, образуемых ими с этой гранью.
- Таким образом, к 19 веку тригонометрия приобрела разнообразные интерпретации, не теряя своей теоретической целостности, а наращивая её.

# Леонард Эйлер

Леонард Эйлер ввел и само понятие функции и принятую в наши дни символику.

Он придал всей тригонометрии ее современный вид.



# Якоб Бернулли

Якоб Бернулли

- Якоб Бернулли, совместно с братом Иоганном, положил начало вариационному исчислению. Они доказал в 1713г. так называемую теорему Бернулли - важный частный случай закона больших чисел.

# Франсуа Виет

- Франсуа Виет дополнил и систематизировал различные случаи решения плоских и сферических треугольников, открыл формулы для тригонометрических функций от кратных углов.

# Итоги

Мы узнали о различных ученых, которые внесли вклад в развитие тригонометрии. Подробно узнали о том, как происходило развитие тригонометрии с 16 века до настоящего времени.

# Ресурсы.

- Материл : Большой энциклопедический словарь по математике
- Картинки : http://www.sduto.ru/87/http://www.rezko.ru/other/oth16/002Картинки : http://www.sduto.ru/87/http://www.rezko.ru/other/oth16/002 http://nature.web.ru/db/msg.html?mid=1158396&uri=s2node2.html