Касательная к графику функции. Уравнение касательной

Учитель математики
Скиданова Галина Алексеевна
МБОУ «Нестеровский лицей»

Геометрический смысл производной

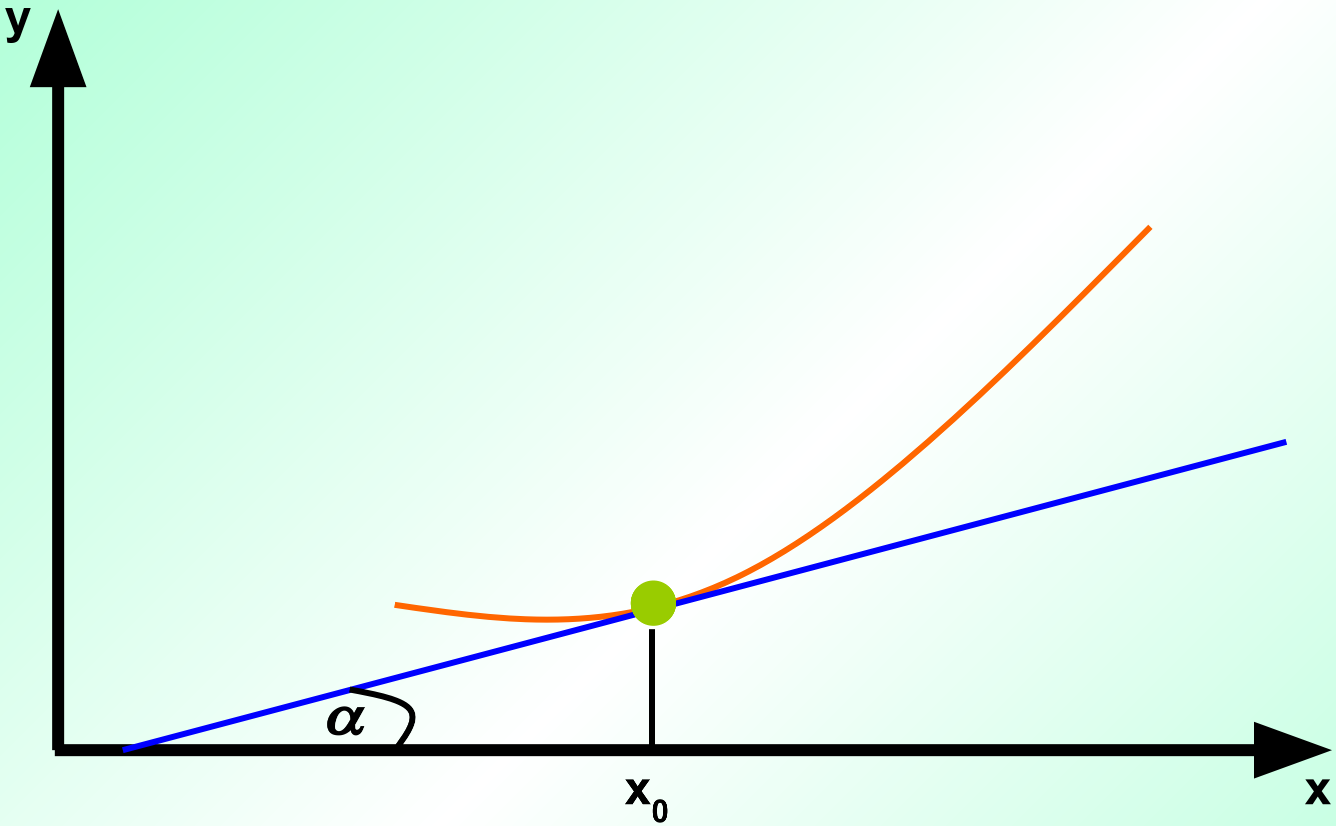
Производная в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной к графику функции у = *f*(x) в этой точке

$$k = tg\boldsymbol{\alpha} = f'(x_0)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{cases} \boldsymbol{\pi} + arctg\ f'(x_0), если\ f'(x_0) \square 0 \\ arctg\ f'(x_0), если\ f'(x_0) \ge 0 \end{cases}$$

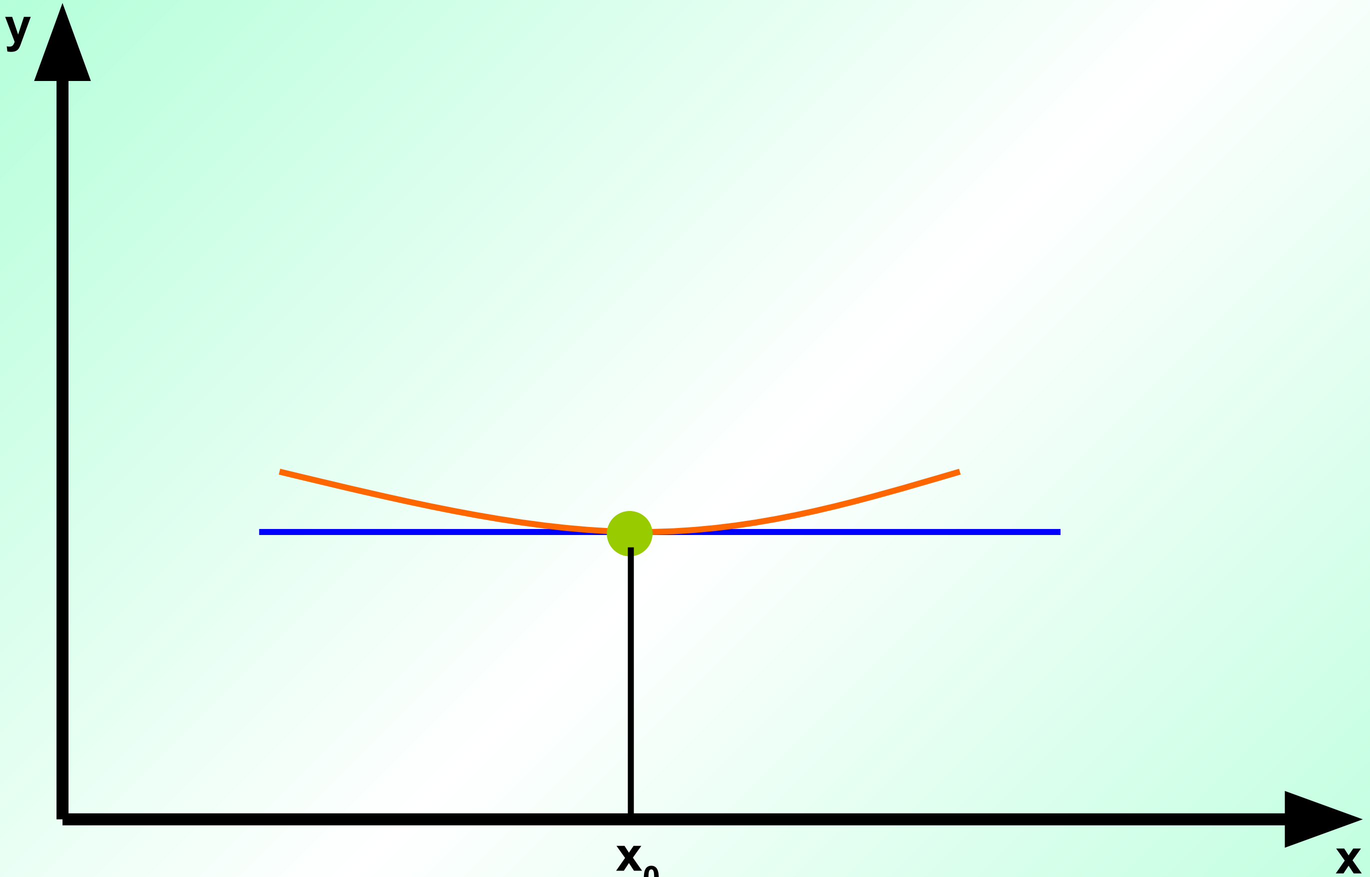
Рассмотрим 3 случая:

1.



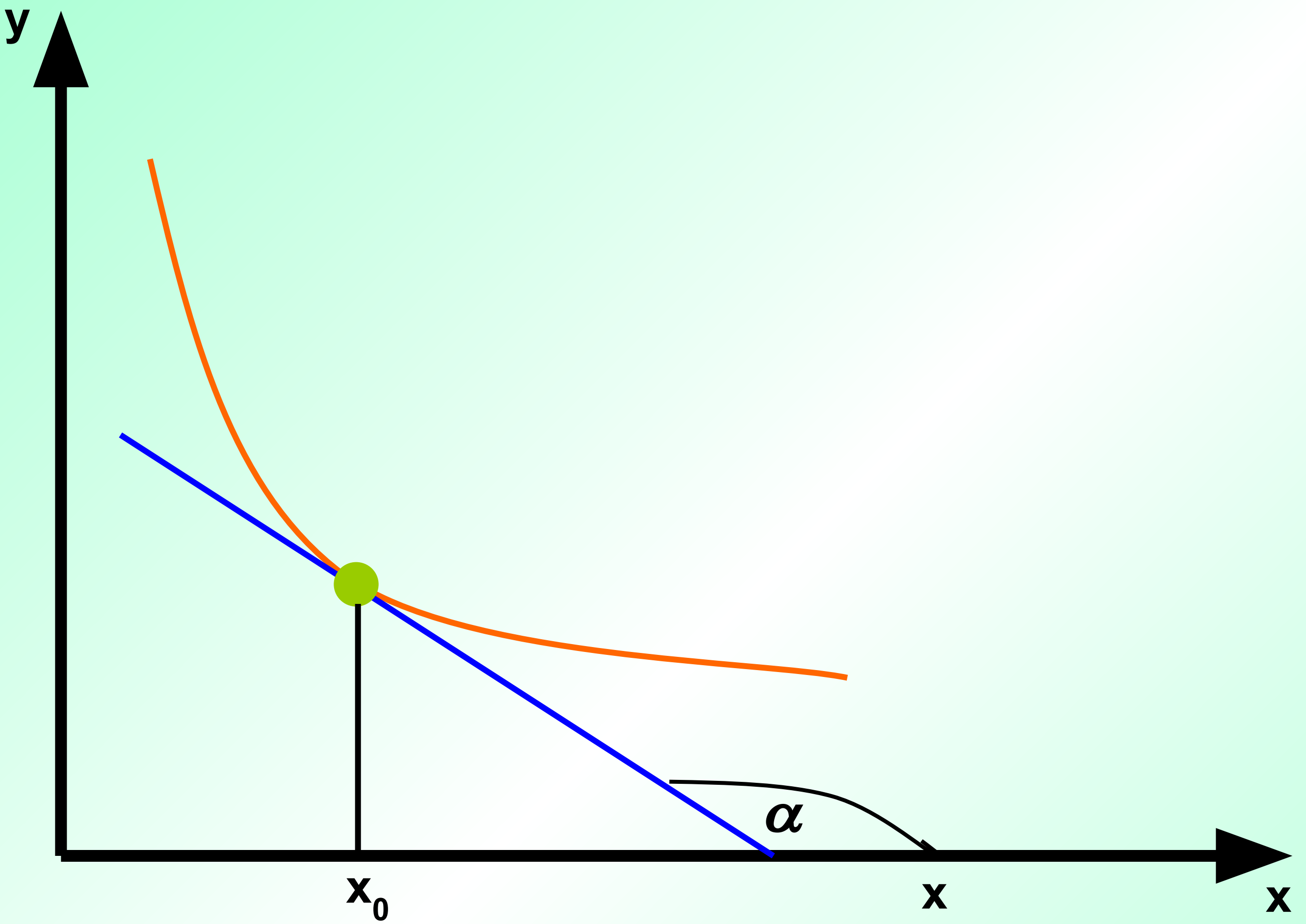
$$f'(x_0) = tg\,\boldsymbol{\alpha} \,\square\, 0$$

2.



$$f'(x_0) = tg\,\alpha = 0$$

3.



$$f'(x_0) = tg\boldsymbol{\alpha} \;\square\; 0$$

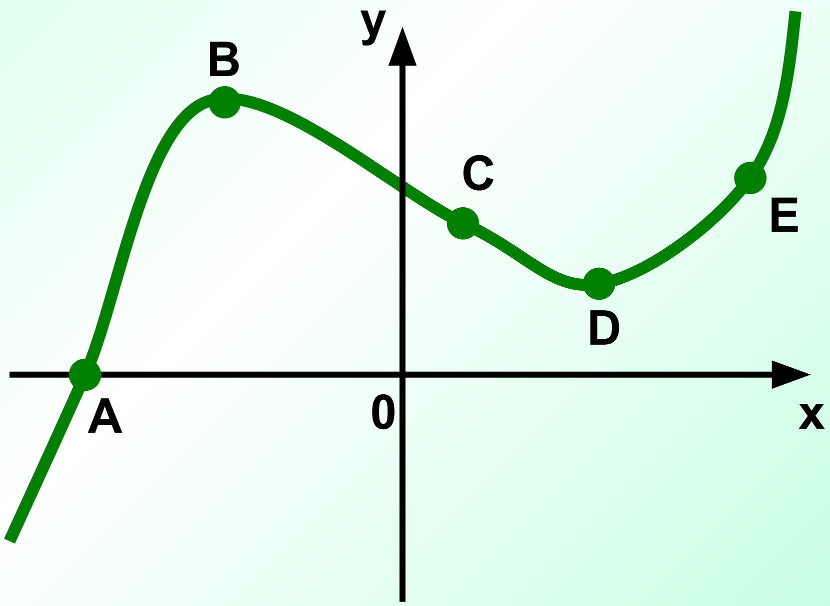
№ 251 а

В каких точках графика функции f касательная к нему:

а) горизонтальна

б) образует с осью абсцисс острый угол

в) образует с осью абсцисс тупой угол



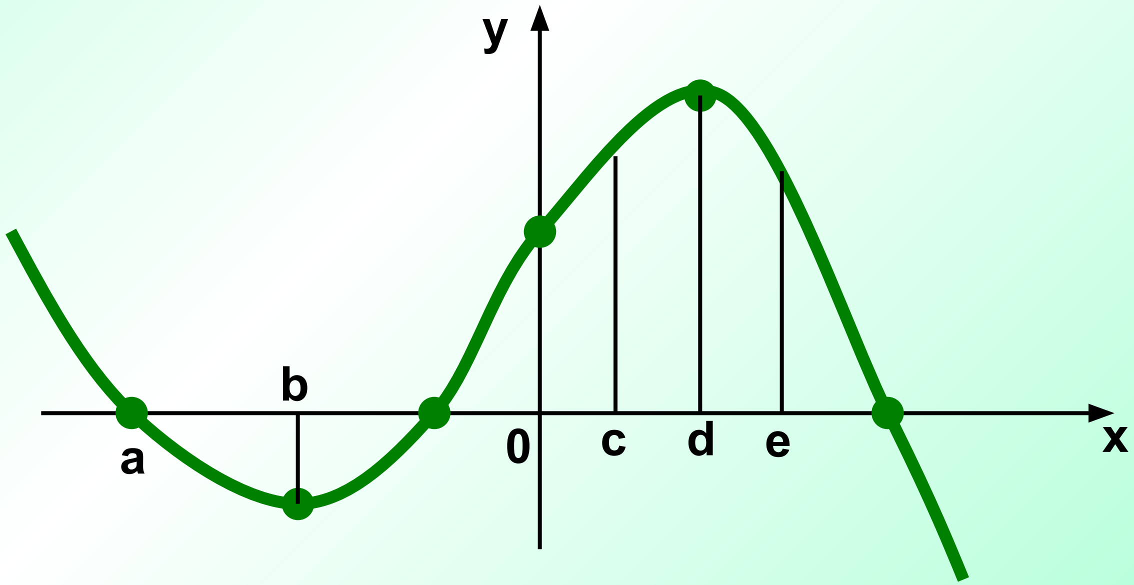
№ 252 а

При каких значениях аргумента (отмеченных на оси абсцисс) производная функции, заданной графиком:

а) равна нулю

б) больше нуля

в) меньше нуля



№ 253 в

Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проходящей через данную точку М функции *f*

$$f(x)=x^3,\qquad M(-1;-1)$$

$$f'(x)=(x^3)'=3x^2$$

$$f'(x_0)=f'(-1)=3\cdot(-1)^2=3$$

$$y=kx+b$$

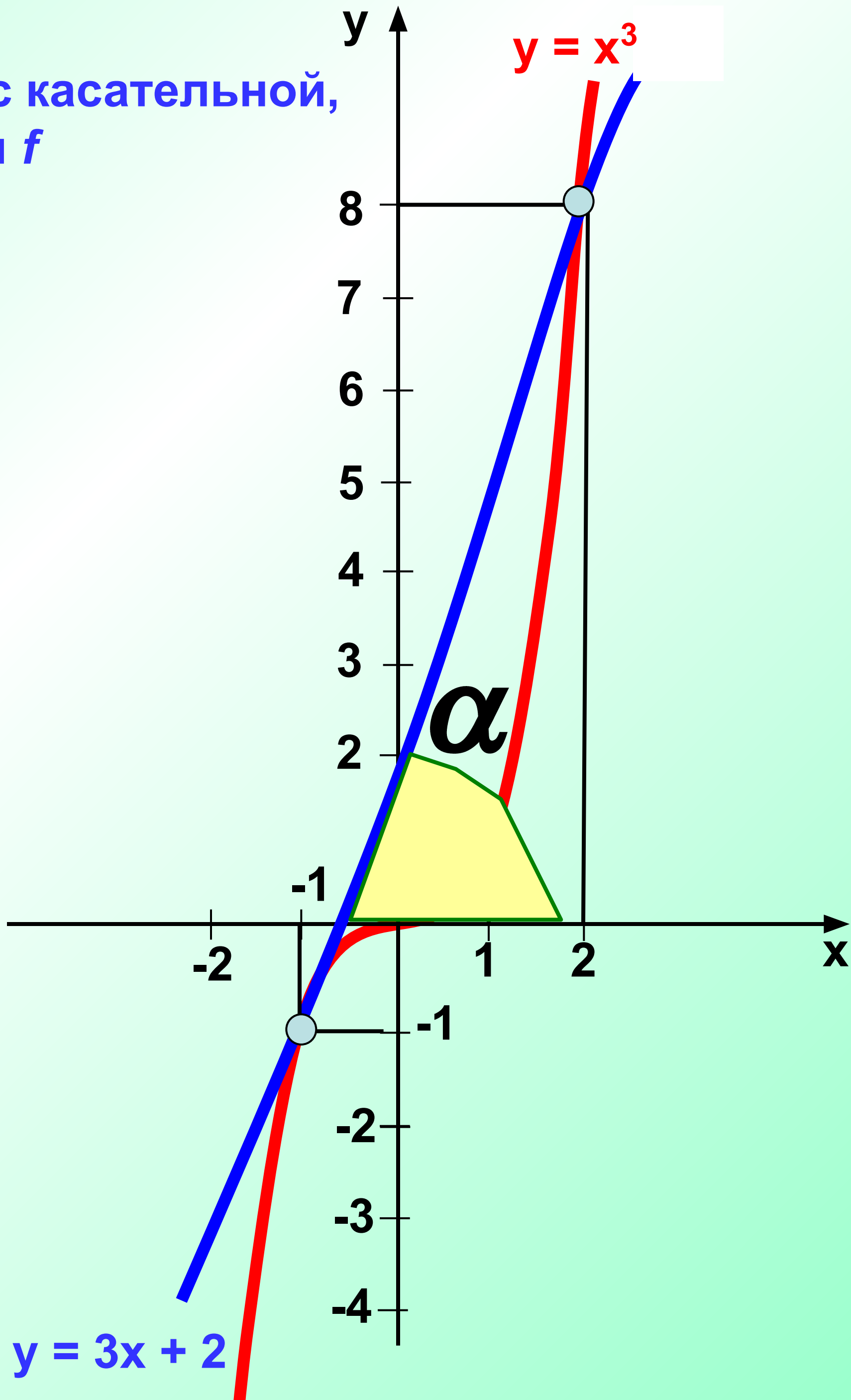
$$-1=3\cdot(-1)+b$$

$$b=2$$

$$y=3x+2$$

$$tg\alpha=3.$$

$$Ответ:\quad tg\alpha=3.$$



№ 254 г

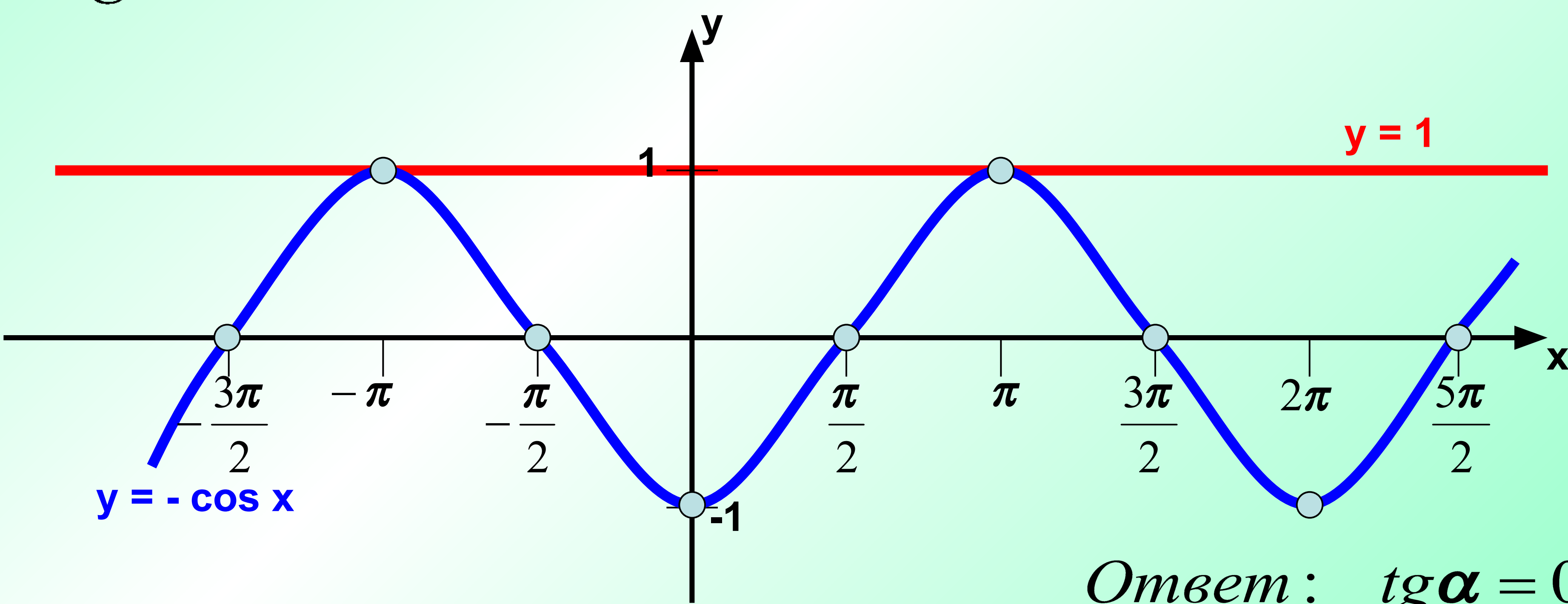
Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проходящей через данную точку М графика функции *f*

$$f(x) = -\cos x, \quad M(-\pi;1)$$

$$f'(x) = (-\cos x)' = -(-\sin x) = \sin x$$

$$f'(x_0) = f'(-\pi) = \sin(-\pi) = 0$$

$$tg\alpha = 0$$



$$Ответ: \quad tg\alpha = 0.$$

№ 257 в

$$f(x)=3x^4-6x^2+2$$

$$tg\alpha = f'(x_0)=0$$

$$f'(x)=(3x^4-6x^2+2)'=12x^3-12x$$

$$f'(x)=0, \quad 12x^3-12x=0$$

$$12x(x^2-1)=0$$

$$x=0 \text{ или } x^2-1=0$$

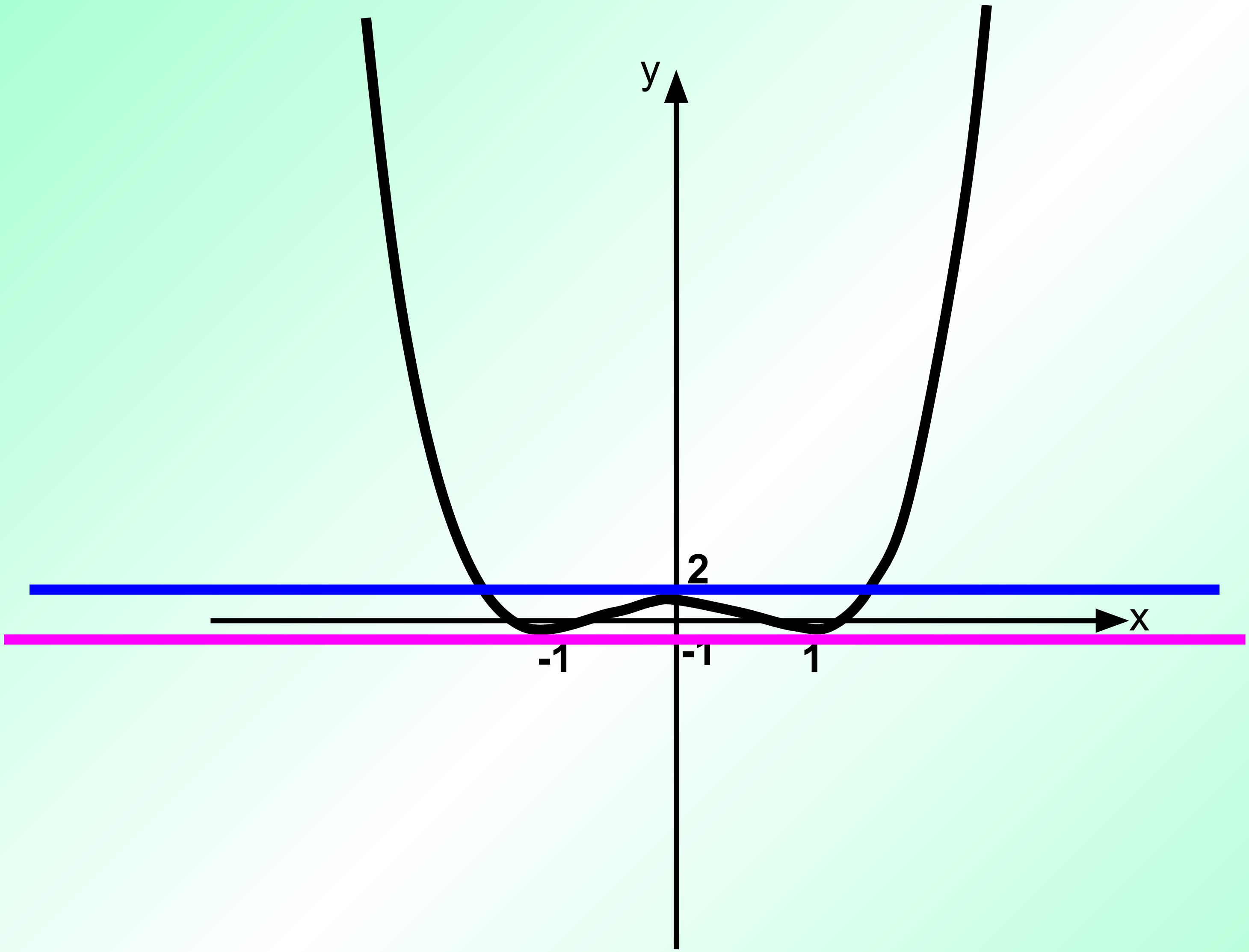
$$x=\pm 1$$

$$\text{Если } x=0,\ y=f(0)=3\cdot 0^4-6\cdot 0+2=2 \quad (0;2)$$

$$\text{Если } x=1,\ y=f(1)=3\cdot 1^4-6\cdot 1+2=-1 \quad (1;-1)$$

$$\text{Если } x=-1,\ y=f(-1)=3\cdot (-1)^4-6\cdot (-1)+2=-1 \quad (-1;-1)$$

Ответ: $(0;2), \quad (1;-1), \quad (-1;-1).$



y
x
2
-1
-1
1

№ 259 г

Под каким углом пересекается с осью Ох график функции $f(x) = -\cos x$

$$Ox: \quad -\cos x = 0$$

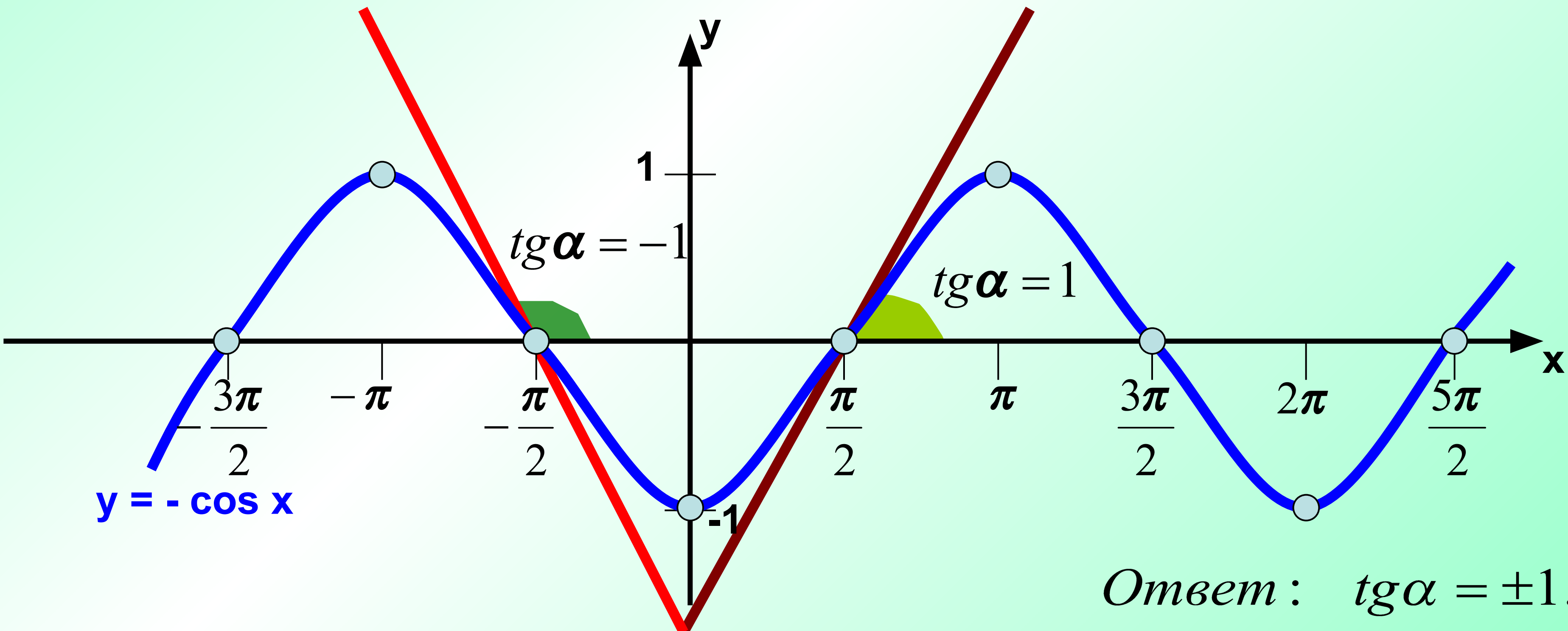
$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$$

$$tg\alpha = f'(x_0)$$

$$f'(x) = (-\cos x)' = -(-\sin x) = \sin x$$

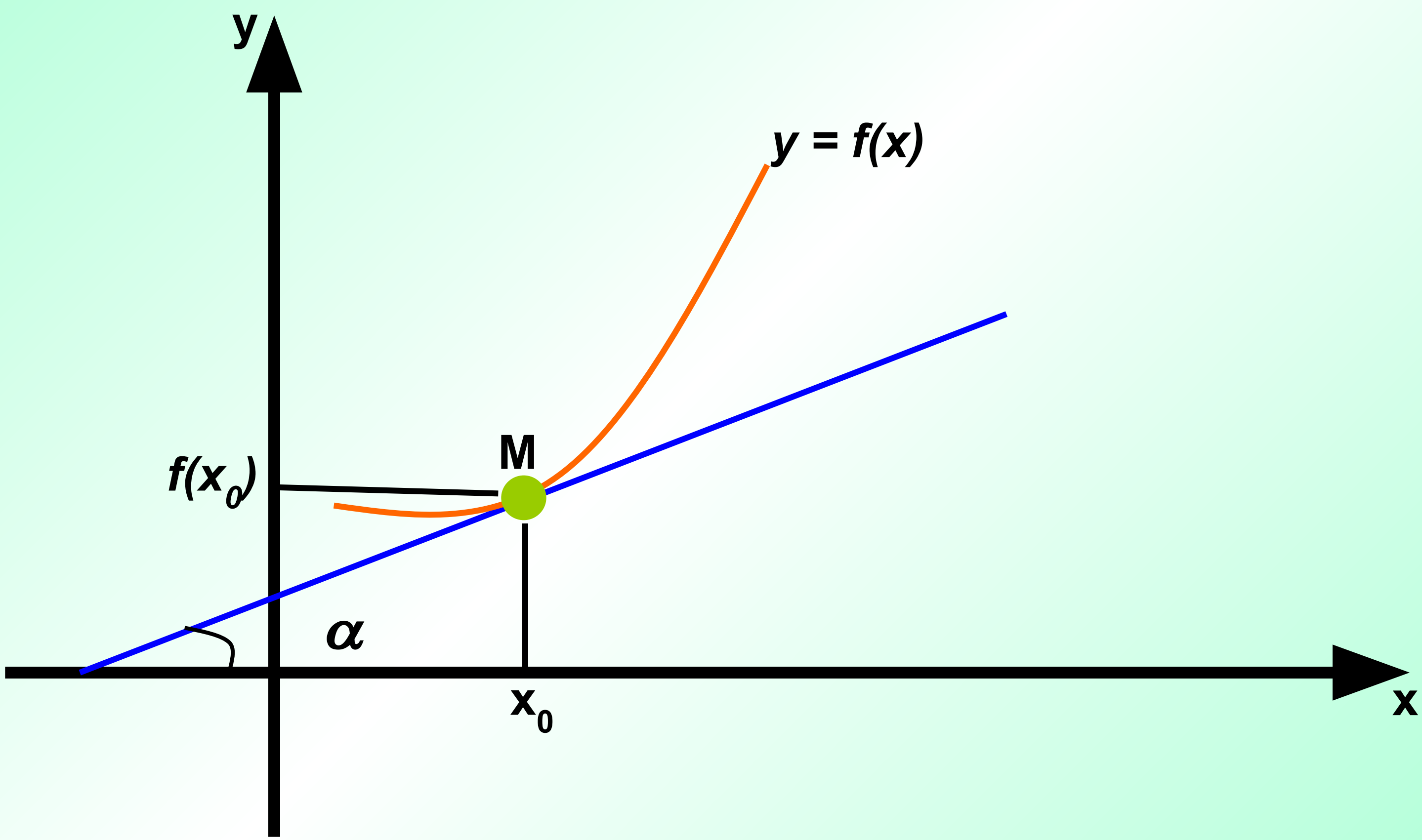
$$tg\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) = 1,\ n - четное,\ \frac{\pi}{4}$$

$$tg\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) = -1,\ n - нечетное,\ \frac{3\pi}{4}$$



$$Ответ: \quad tg\alpha = \pm 1.$$

УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ



$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

№ 255 в

I. $f(x)=x^2+1,\ x_0=0$

$f'(x)=2x$

$f'(x_0)=f'(0)=2\cdot 0=0$

$f(0)=0^2+1=1$

$y=f'(x_0)\cdot(x-x_0)+f(x_0)$

$y=0\cdot(x-0)+1;\quad y=1$

II. $f(x)=x^2+1,\ \ x_0=1,$

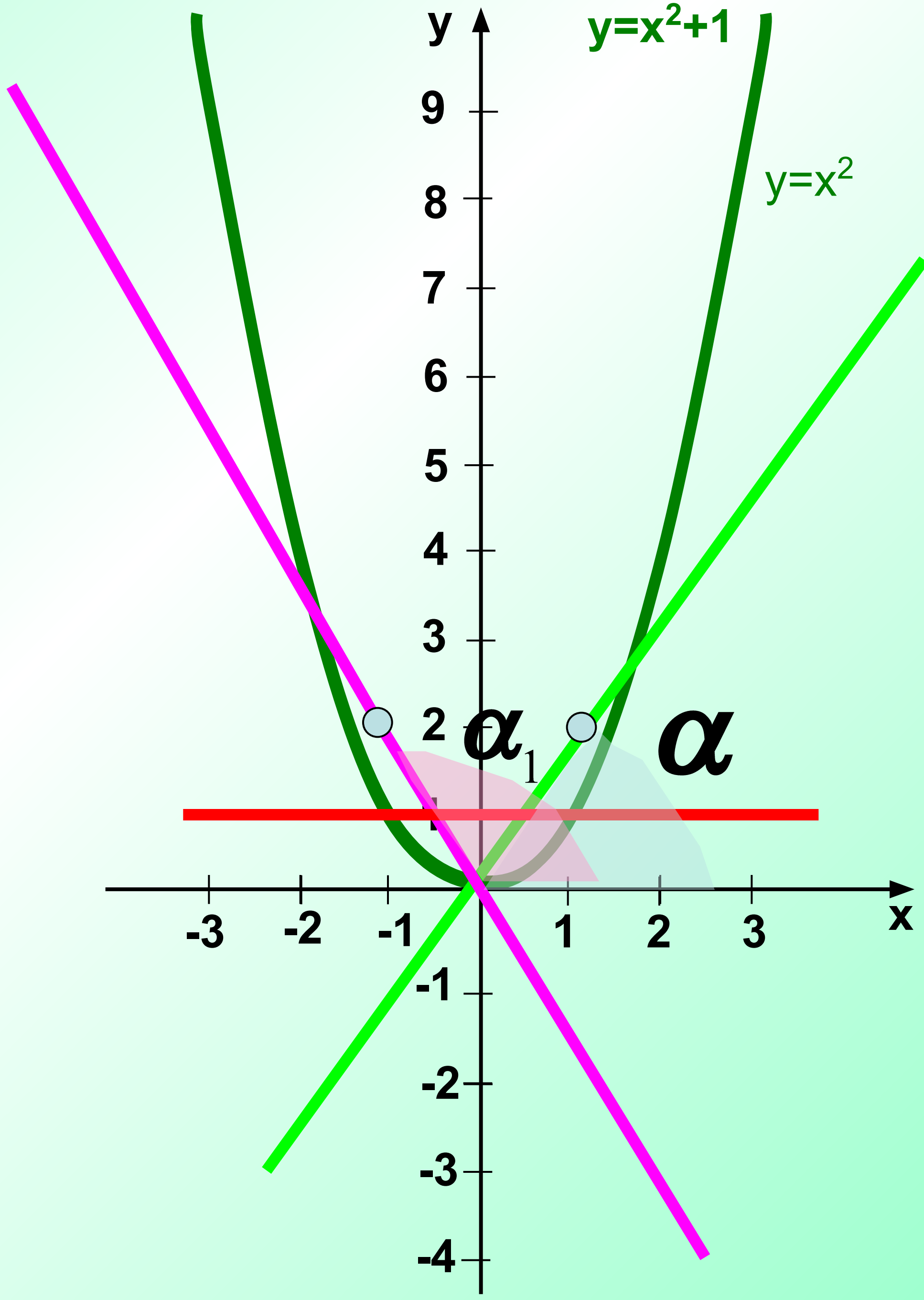
$f(x)=2x$

$f'(x_0)=f'(1)=2\cdot 1=2$

$f(1)=1^2+1=2$

$y=f'(x_0)\cdot(x-x_0)+f(x_0)$

$y=2\cdot(x-1)+2;\quad y=2x$



III. $f(x) = x^2 + 1,\ x_0 = -1$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(x_0) = f'(-1) = 2 \cdot (-1) = -2$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = -2 \cdot (x - (-1)) + 2; \quad y = -2x$$