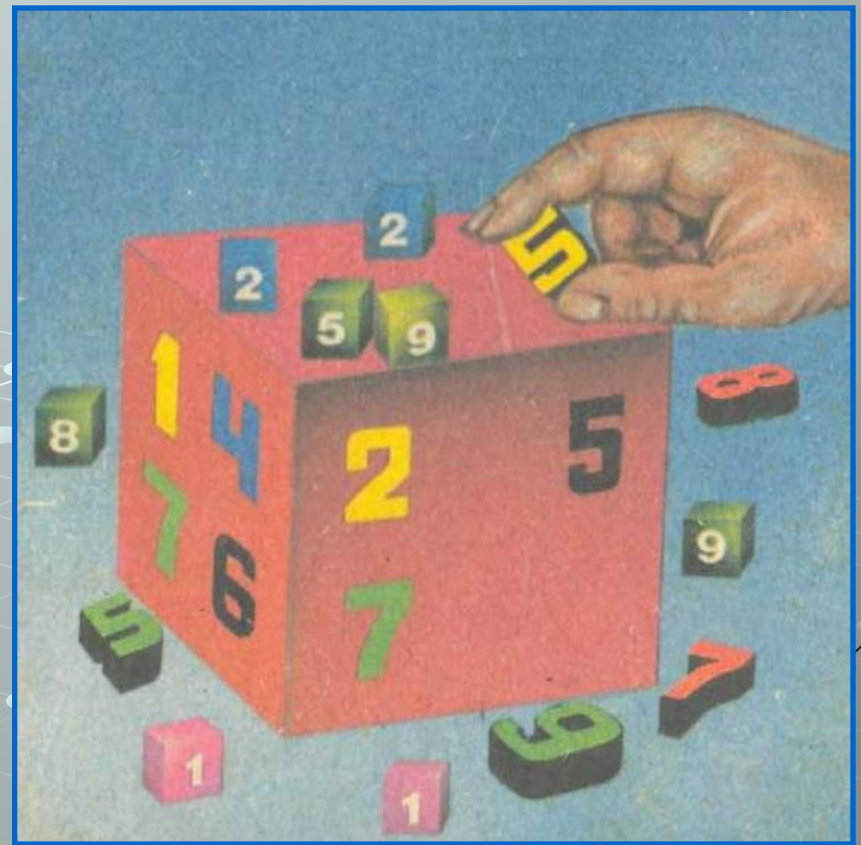




# Элементы комбинаторики

9 класс





*Не нужно нам владеть клинком,  
Не ищем славы громкой.  
Тот побеждает, кто знаком  
С искусством мыслить тонким  
Уордсворд*

## Пояснительная записка

В связи с включением в курс алгебры 9 класса изучение элементов комбинаторики, необходимо внести некоторые коррективы в планирование курса алгебры 9 класса, представленного программой МОНРФ 2001 г.

| №п/<br>п | Тема                                       | Кол-во часов по программе | Кол-во часов календарно-тематически. планирования |
|----------|--|---------------------------|---|
| 1.       | Квадратичная функция.                      | 25                        | 24  |
| 2.       | Уравнения и системы уравнений.             | 22                        | 21  |
| 3.       | Прогрессии.                                | 14                        | 14  |
| 4.       | Степенная функция. Корень $n$ -ой степени. | 6                         | 6   |
| 5.       | Тригонометрические выражения.              | 15                        | 13  |
| 6.       | Элементы комбинаторики.                    | 6                         | 6   |
| 7.       | Повторение.                                | 20                        | 18  |

# Содержание курса.

| №<br>п/<br>п | Название темы          | Кол. часов   |                          | Основная цель  | Обязательный минимум содержания основного общего образования            |
|--------------|------------------------|--------------|--------------------------|--|---|
|              |                        | По программе | календ.-тематич. планир. |  |   |
| 1            | Элементы комбинаторики | 6            | 6                        | Ввести начальные понятия теории вероятностей: перестановок, размещений, сочетаний. | Научить использовать формулы комбинаторики при вычислении вероятностей. |





# Содержание курса

## Тема 1. Знакомство с комбинаторикой.

**Основная цель-** на популярном уровне познакомить с разделом дискретной математики, который приобрёл сегодня серьёзное значение в связи с развитием теории вероятностей, математической логики, информационных технологий. Учащиеся должны получить представление о том , что такое комбинаторная задача, познакомиться с комбинаторным правилом умножения и систематическим перебором.

### **Основное содержание:**

1. Какую задачу называют комбинаторной.  
Исторический экскурс.
2. Решение задач с помощью правила умножения.
3. Знакомство с другими приёмами.

## Тема 2 . Перестановка.

**Основная цель-** познакомить учащихся с простейшими комбинациями, составленные из элементов конечного множества или перестановками, познакомить уч-ся с перестановками без повторений и с повторением.

**Основное содержание.**

1. Ввести понятие факториала
2. Ввести определение перестановкам
3. Перестановки без повторения
4. Перестановки с повторением

**Закрепить тему при решении задач**



## Тема 3. Размещение

**Основная цель-** сформулировать определение размещений с повторениями и без повторений, вывести формулы для вычисления размещений, развитие вычислительных навыков.

**Основное содержание:**

1. Ввести определение размещений
2. Размещения с повторениями
3. Размещения без повторений
4. Решение задач практической направленности.

## Тема 4. Сочетания

**Основная цель** - ввести и сформулировать понятие сочетаний вывести и научить использовать формулы сочетаний при решении задач.

**Основное содержание:**

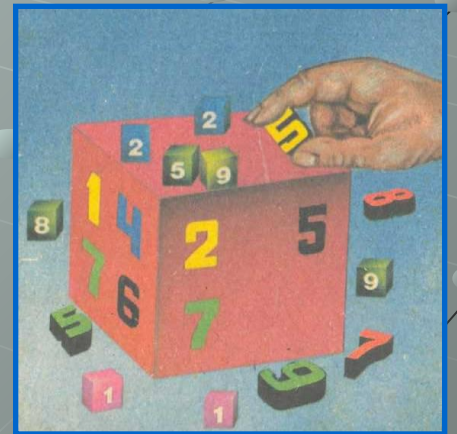
1. Ввести определение сочетаний.
2. Сочетания с повторениями.
3. Сочетания без повторений.
4. Решение задач простейшего типа, умение пользоваться выведенными формулами.

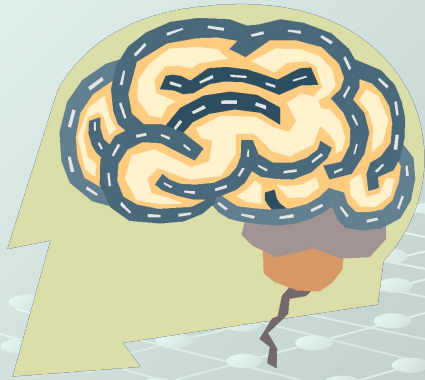


## Тематическое планирование.

| № | Содержание учебного материала                              | № пункта страниц в учебнике | Дата проведения | Повторение                               | Домашнее задание                        |
|---|--|-----------------------------|-----------------|--|---|
| 1 | Примеры комбинаторных задач                                | §3 п.1<br>стр. 37-40        |                 | Степень с целым показателем              | п.1<br>№№9.3,9.7, 9.11                  |
| 2 | Перестановки   | §3 п.2<br>стр. 40-44        |                 | Вычисление дробно-рациональных выражений | п.2<br>№№9.21,9.37,<br>9.24(б), 9.27(б) |
| 3 | Размещения   | §3 п.3<br>стр. 44-47        |                 | Решение систем линейных уравнений        | п.3<br>№№9.42,9.45,9.5<br>5             |
| 4 | Сочетания  | §3 п.4<br>стр. 47-51        |                 | Решение квадратичных неравенств          | п.4<br>№№9.59,9.61,9.7<br>2             |
| 5 | Решение задач по теме «Элементы комбинаторики»             | §3 п.1-4<br>стр. 37-51      |                 |  | п.1-4<br>№№9.36,9.56,9.7<br>0           |
| 6 | <u>Контрольная работа по теме «Элементы комбинаторики»</u> |                             |                 |  | п.1-5                                   |

Обобщающий урок  
по теме  
«Элементы комбинаторики»





## Цель урока:

- Систематизировать изученный материал, подготовить учащихся к контрольной работе;
- Развивать математическое мышление.

# Ход урока

## I. Фронтальный опрос







## Вопрос 1 :

Как обозначается произведение чисел от 1 до  $n$ ?

**Ответ:**

Произведение всех натуральных чисел от 1 до  $n$  обозначается  $n!$  ( $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$ )

## Вопрос 2 :

Что называется размещением?  
По какой формуле вычисляется  
размещение?



**Ответ:**

Размещением из  $n$  объектов по  $k$  называют любой выбор  $k$  объектов, взятых в определенном порядке из  $n$  объектов.

Число размещений из  $n$  объектов по  $k$  обозначают  $A_n^k$  и вычисляют по формуле:

$$A_n^k = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$$

# Решите задачу

Учащиеся 9 класса изучают 10 предметов.  
Сколькими способами можно составить  
расписание уроков на один день так,  
чтобы было 6 различных уроков?

Решение:

$$A_{10}^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151.200$$

Ответ: 151.200





## Вопрос 3 :

Что называется перестановками?

Как обозначаются перестановки?

По какой формуле вычисляются перестановки?

Ответ:

- Размещения из  $n$  элементов по  $n$  называются перестановками.
- Обозначение:  $P_n$
- Формула для вычисления перестановок:

$$P_n = A_n^n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$



# Решите задачу:

Сколькими способами могут сесть в автомобиль 5 человек, каждый из которых может быть водителем?

Решение:

$$P_5 = A_5^5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$





## Вопрос 4.

Что называется сочетаниями? Как обозначаются сочетания и по какой формуле производятся вычисления?

Ответ:

- Сочетаниями из  $n$  объектов по  $k$  называют любой выбор  $k$  объектов, взятых из  $n$  объектов.
- Обозначение:  $C_n^k$
- Формула для вычисления сочетаний:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

# Решите задачу

В классе 25 учеников. Сколькими способами можно из них выбрать 4 учащихся для дежурства?

Решение:

$$C_{25}^4 = \frac{25!}{4! \cdot 21!} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 12650$$

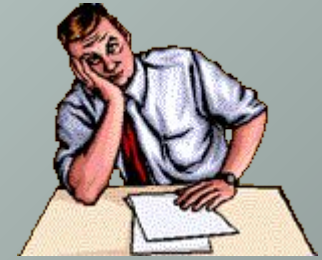
Ответ: 12650



II. Решение задач в группах с последующим обсуждением.







1. Вычислить: а)  $3!$  б)  $5!$

Решение:

$$\text{а) } 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{б) } 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

2. В конкурсе участвуют 20 человек. Сколькими способами можно присудить первую, вторую и третью премии?

Решение:

$$A^3_{20} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$$

3. Сколько перестановок можно получить из букв, составляющих слово «апельсин».

Решение:  $P_n = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

4. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеются ткани 6 цветов?

Решение: 
$$C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$$



# III. Подведение итогов урока



# Устные упражнения:

- 1. Делится ли число  $30!$  на:  
а) 90 б) 92 в) 94 г) 96 ?
- 2. Найти значение выражения:  
а)  $\frac{15!}{14!}$  б)  $\frac{8!}{10!}$  в)  $\frac{16!}{14! \cdot 3!}$
- 3. Что больше:  $6! \cdot 5$  или  $5! \cdot 6$





# IV. Сообщение домашнего задания.

- п. 2,3,4 из дополнительных глав.
- № 9.30, № 9.34, № 9.47, № 9.62.



**Задачи**  
**для домашней зачетной работы**  
**по теме**  
**«Элементы комбинаторики»**

- 1 группа – «слабые»
- 2 группа – «средние»
- 3 группа – «сильные»





# 1–я группа

- На тренировке занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером различных стартовых пятерок?
- Сколько разных слов можно составить из слова «комбинаторика»?
- Для составления букета из девяти цветов в магазине имеются розы, гвоздики, хризантемы и пионы. Сколькими способами можно составить из этих цветов букет?
- Сколько существует четырехзначных номеров, не содержащих цифр 0, 5, 8?

# 2-я группа



- Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 и 5 при условии, что ни одна цифра не повторится?
- Сколько чисел меньше миллиона можно записать при помощи цифр 8 и 9?
- В магазине имеются в продаже яблоки, апельсины, груши и мандарины. Сколькими способами можно образовать набор из 12 фруктов?

# 3-я группа



- Во скольких девятизначных числах все цифры различны?
- Между четырьмя игроками в домино поровну распределяется 28 костей. Сколькими способами могут распределяться кости домино( очередность выбора костей не влияет на результат).
- У ювелира есть пять изумрудов. Сколькими способами он может сделать браслет, включив в него два изумруда, три алмаза и два топаза?



# Ответы и решения.

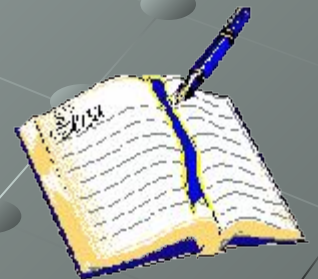
## 1-я группа

1. -  $C_{12}^5 = 792$

2. -  $P(2,2,1,1,2,1,2,1,1,1) = \frac{13!}{16!}$

3. -  $C_4^9 = 220$

4. -  $A_4^7 = 74$

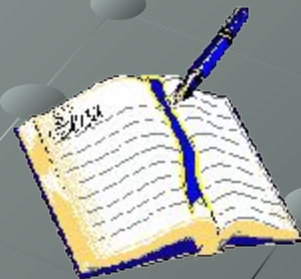


# Ответы и решения. 2-я группа

1.  $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$

2. Шестизначных чисел  $A_6^2 = 64$ , пятизначных – 32  
четырёхзначных – 16, трёхзначных – 8, двухзначных – 4,  
однозначных – 2. Всего – 126

3.  $C_4^{12} = 455$



# Ответы и решения. 3-я группа



1.  $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 =$   
 $3265920$

2. Первый игрок 7 костей может выбрать  $C_{28}^7$  способами, второй игрок

$C_{21}^7$  способами, третий игрок  $C_{14}^7$  способами, четвертый игрок  $C_7^7$

способами. Общее число способов  $C_{28}^7 \cdot C_{21}^7 \cdot C_{14}^7 \cdot C_7^7 = \frac{28!}{(7!)^4}$

3. Два изумруда из пяти можно выбрать  $C_5^2 = 10$  способов, три

алмаза из восьми  $C_8^3 = 56$  способов, два топаза из восьми  $C_8^2 = 21$

способ. Всего способов  $10 \cdot 56 \cdot 21 = 11760$

# Контрольная работа по теме: «Элементы комбинаторики»

**Цель:** выявить степень усвоения учащимися изученного материала и проанализировать ошибки, допущенные учащимися с целью дальнейшего их устранения: развивать навыки самостоятельной работы.



# I – вариант



1. Из 30 участников собрание надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
2. Курьер должен развести пакеты в 7 различных учреждений. Сколько маршрутов он может выбрать?
3. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?





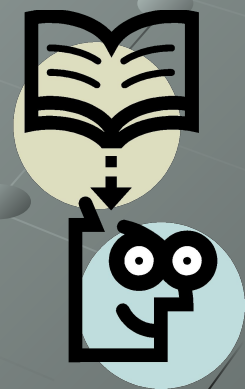
4. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории требуется выделить 4 мальчика и 3 девочки. Сколькими способами это можно сделать?
5. Сколько шестизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 0, 3, 5, 6, 7, 8?



## II– вариант

1. Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если других пассажиров в купе нет?
2. Сколькими способами 8 человек могут встать в очередь в театральную кассу?
3. Учащимся дали список из 10 книг, которые нужно прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?

4. В библиотеке читателю предложили на выбор 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?
5. Сколько пятизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 0, 2, 5, 6, 7?



# Решения

## I- варианта



1.  $A_{30}^2 = 30 \cdot 29 = 870$  (способов)

2.  $P_7 = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$  (способов)

3.  $C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56$  (способов)

4.  $C_{16}^4 \cdot C_{12}^3 = \frac{16!}{4! \cdot 12!} \cdot \frac{12!}{3! \cdot 9!} = 400400$  (способов)

5.  $P_6 - P_5 = 6! - 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 720 - 120 = 600$   
(способов)

# Решения

## II- варианта

1.  $A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$  (способа)

2.  $P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$  (способов)

3.  $C_{10}^6 = \frac{10!}{6! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$  (способов)

4.  $C_{10}^3 \cdot C_4^2 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 3}{1} = 720$  (способов)

5.  $P_5 - P_4 = 5! - 4! = 120 - 24 = 96$  (способов)





# Ответы:

## I вариант

- 870
- 5040
- 56
- 400400
- 600

## II вариант

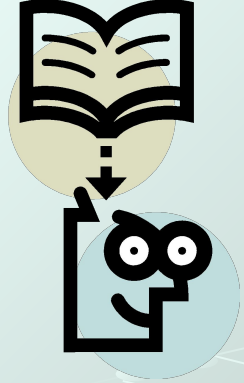
- 24
- 40320
- 210
- 720
- 96

# Литература для учителя.



1. Алгебра. Элементы статистики и теории вероятностей. Учебное пособие для учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г. Под ред. С. А. Теляковского Москва Просвещение 2003г.
2. События. Вероятности. Статистика. Дополнительные материалы к курсу алгебры для 7-9 классов. Мордкович А. Г., Семенов П. В. – Москва Мнемозина 2002г (к учебникам А. Г. Мордковича)
3. Алгебра 7-9. Элементы статистики и вероятности. Ткачев М. В., Федоров М. Е. - Москва Просвещение 2003г (к учебникам А. М. Алимova и др.)
4. Виленкин Н. Я. Индукция. Комбинаторика – Москва Просвещение 1976г.

5. Лютикас В. С. Факультативный курс по математике. Теория вероятностей. Учебное пособие для 9-11 средней школы. Москва Просвещение 1990г.
6. М. И. Зайкин. Математический тренинг. Москва Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС 1996г.
7. Основные понятия комбинаторики. Газета «Математика» №7 2004г.
8. Комбинаторика. Газета «Математика» №15, 16, 17 2004г.
9. Алгебра. Поурочные планы. 9 класс по учебнику Ю. Н. Нешкова, С.Б. Суворовой. Издательство «Учитель» 2004г.



# Литература для учащихся.

1. Алгебра. Элементы статистики и теории вероятностей. Учебное пособие для учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г. Под ред. С. А. Теляковского Москва Просвещение 2003г.
2. События. Вероятности. Статистика. Дополнительные материалы к курсу алгебры для 7-9 классов. Мордкович А. Г., Семенов П. В. – Москва Мнемозина 2002г (к учебникам А. Г. Мордковича)
3. Алгебра 7-9. Элементы статистики и вероятности. Ткачев М. В., Федоров М. Е. - Москва Просвещение 2003г (к учебникам А. М. Алимova и др.)

4. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и развлечениях. Москва Просвещение 1979г.
5. Математический энциклопедический словарь
6. Энциклопедия для детей Москва Аванта + 1998г
7. М. И. Зайкин. Математический тренинг. Москва Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС 1996г.

