# Квадратичная функция

9 класс

МОУ СОШ № 4

Заполярный, 2008.

5klass.net

# Квадратичная функция

- Определение
- График
- Свойства функции
- График и свойства функции $y = ax^2$
- Сдвиг графика $y = ax^2$
- Способы построения параболы
- Квадратичная функция в заданиях ГИА
- Примеры и комментарии
- Задания ГИА

Резюме

# Квадратичная функция

Квадратичной функцией называют функцию, которую можно задать формулой вида $y = ax^2 + bx + c$, где $a$, $b$ и $c$ - некоторые числа, причём $a \neq 0$.

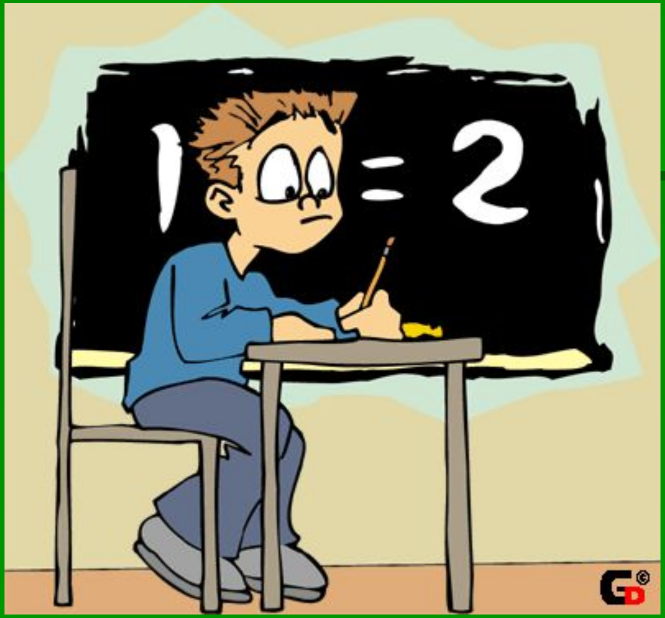
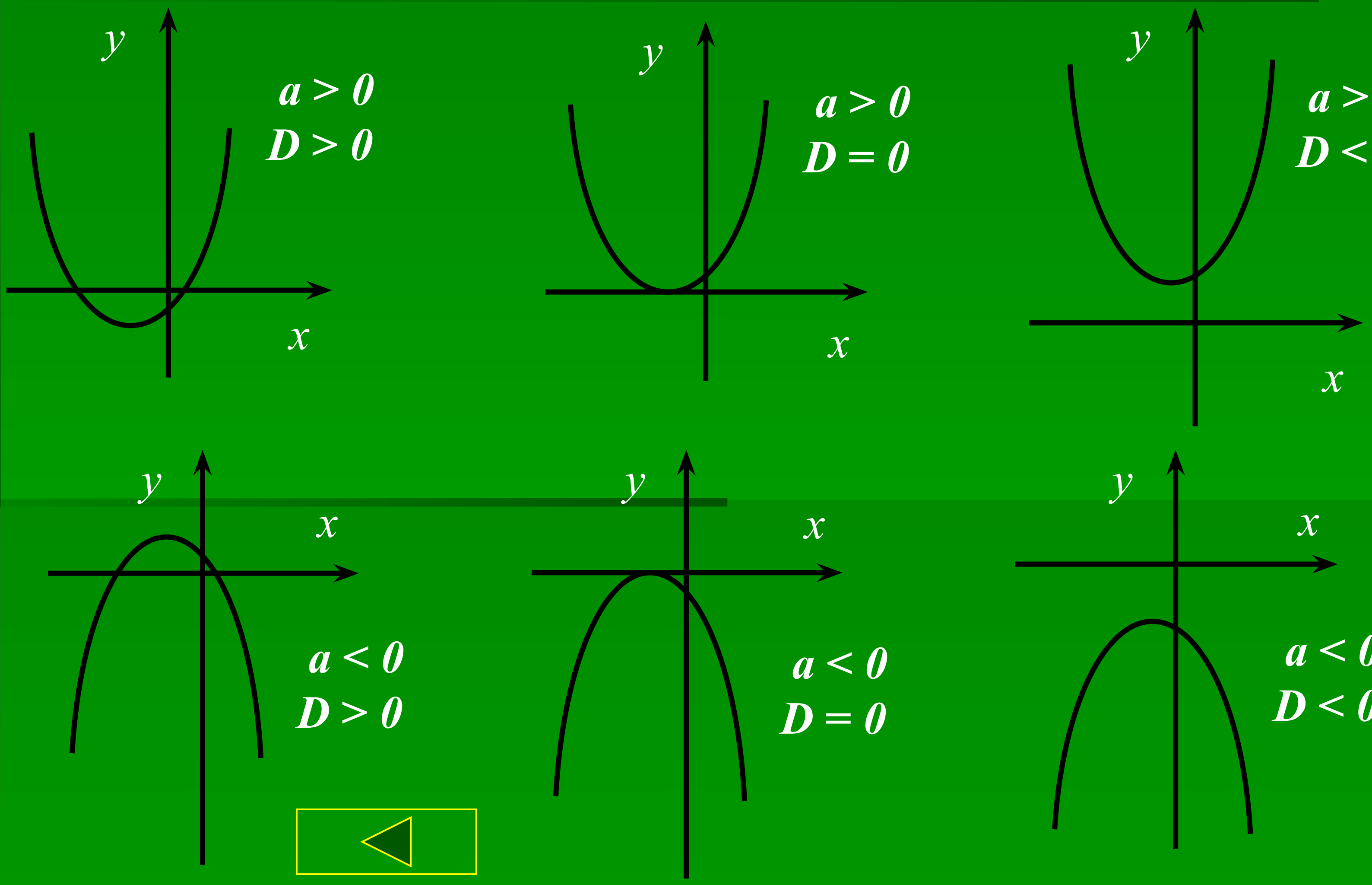


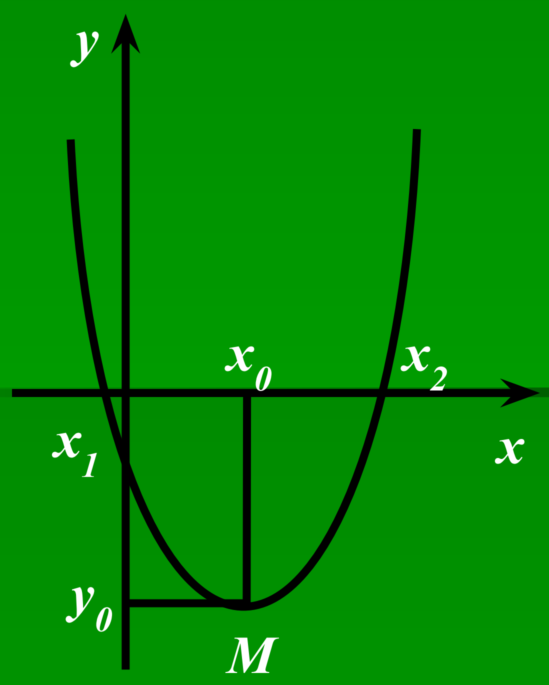

График любой квадратичной функции – парабола.

# График функции



# График

- $y = ax^2 + bx + c$,




- $D = b^2 – 4ac$ - дискриминант
- $M(x_0, y_0)$ – вершина параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$$

- Уравнение параболы, проходящей через точку $M$:

$y = a(x – x_0)^2 + y_0$

- $x_1$, $x_2$ – корни параболы:

$ax^2 + bx + c = 0$

# Свойства функции

- 1. Нули функции: y=0 (пересечения с осью Ox)
- 2.Точки пересечения с осью Oy
- 3.Возрастание функции( если $X_2 > X_1$, то $f(X_2) > f(X_1)$):

с возрастанием аргумента увеличивается значение функции.

Убывание функции( если $X_2 > X_1$, то $f(X_2) < f(X_1)$):

с возрастанием аргумента уменьшается значение функции

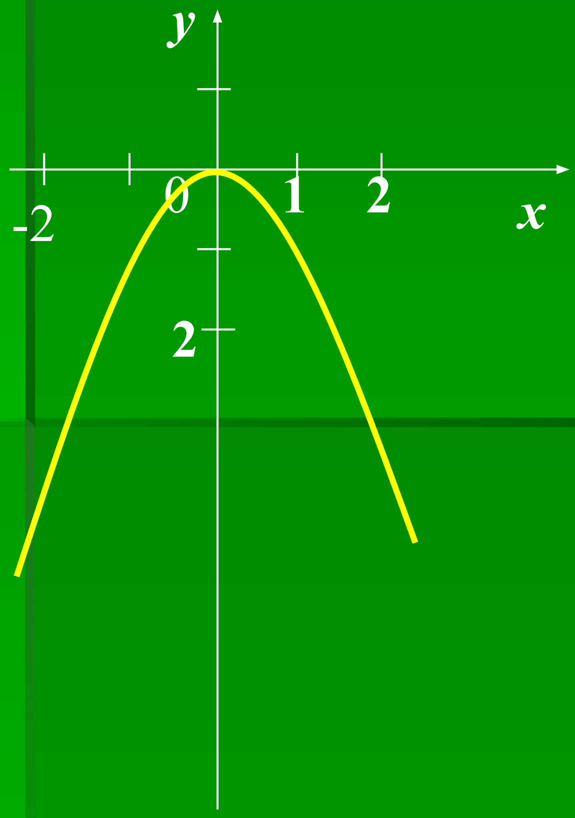
- аргумент и функция связаны противоположными знаками.

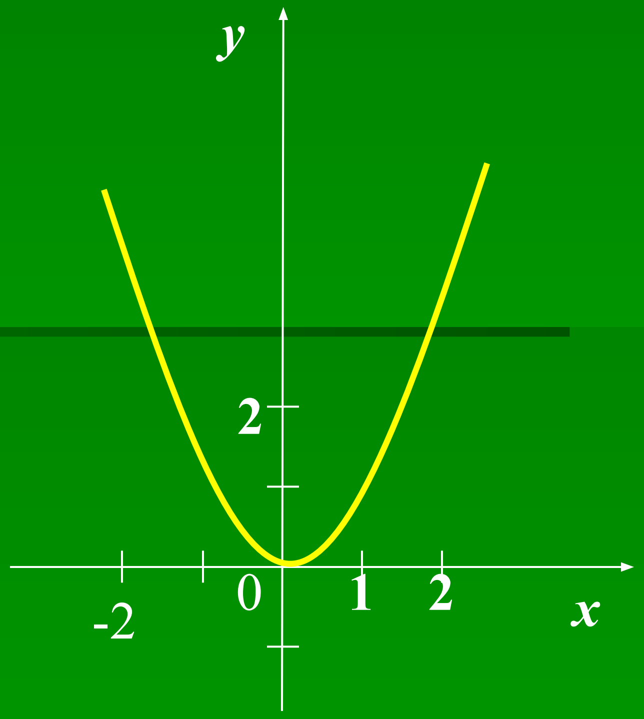
- 4. Промежутки знакопостоянства : $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$.
- 5. Непрерывность функции (разрыв - нельзя провести график не отрываясь).
- 6. Наибольшее и наименьшее значение.

# Функция $y=x^2$

Построим график функции $y=x^2$

| $x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y=x^2$ | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 |

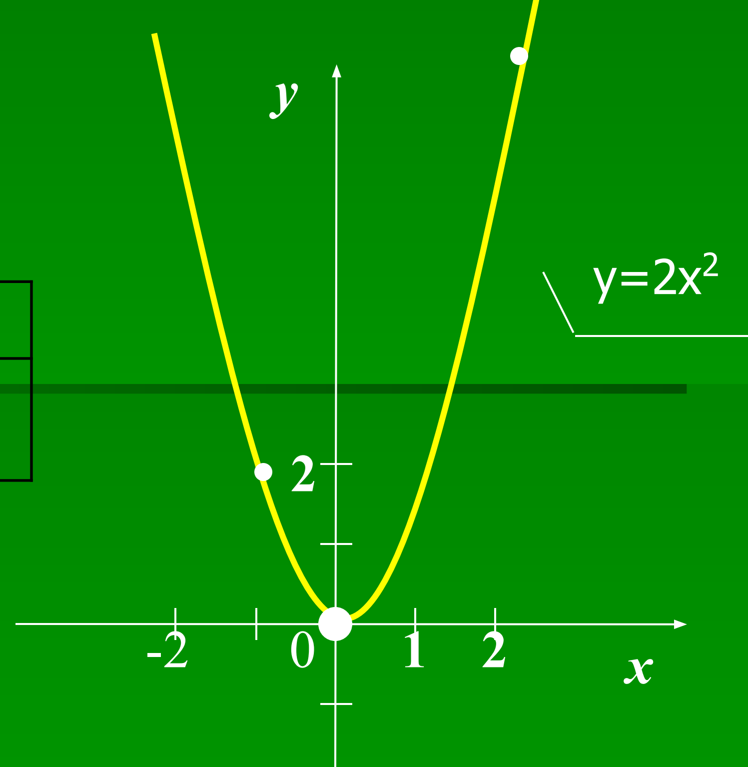


# Функция **$y=ax^2$**

Построим график функции **$y=2x^2$**

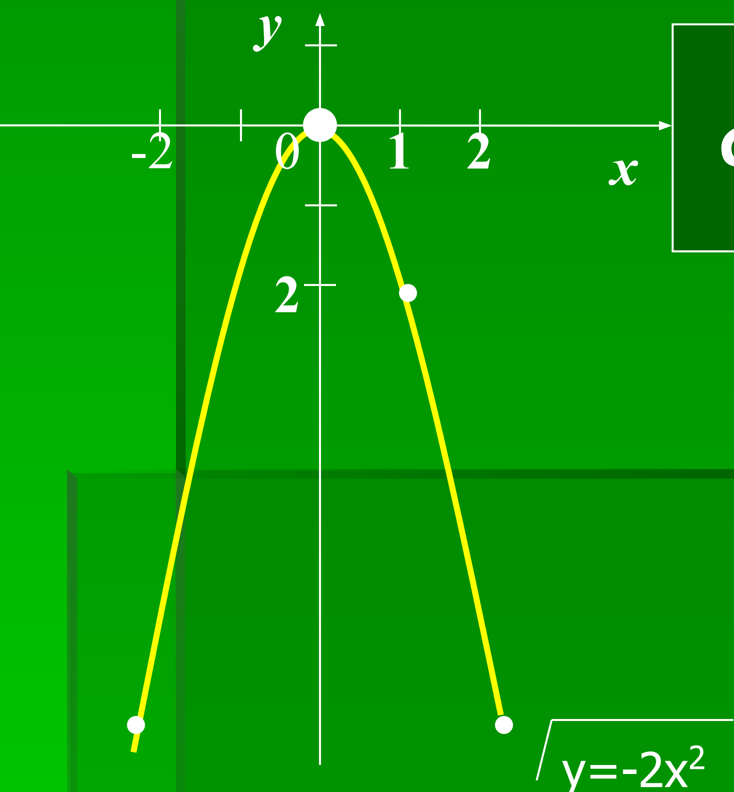
| $x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = 2x^2$ | 18 | 8 | 2 | 0 | 2 | 8 | 18 |




**a>0**

Построим график функции **$y=-2x^2$**

**a<0**




| $x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = 2x^2$ | -18 | -8 | -2 | 0 | -2 | -8 | -18 |

# График и свойства функции $y=ax^2$

Графиком функции $y=ax^2$, где $a \neq 0$, является парабола с вершиной в начале координат;

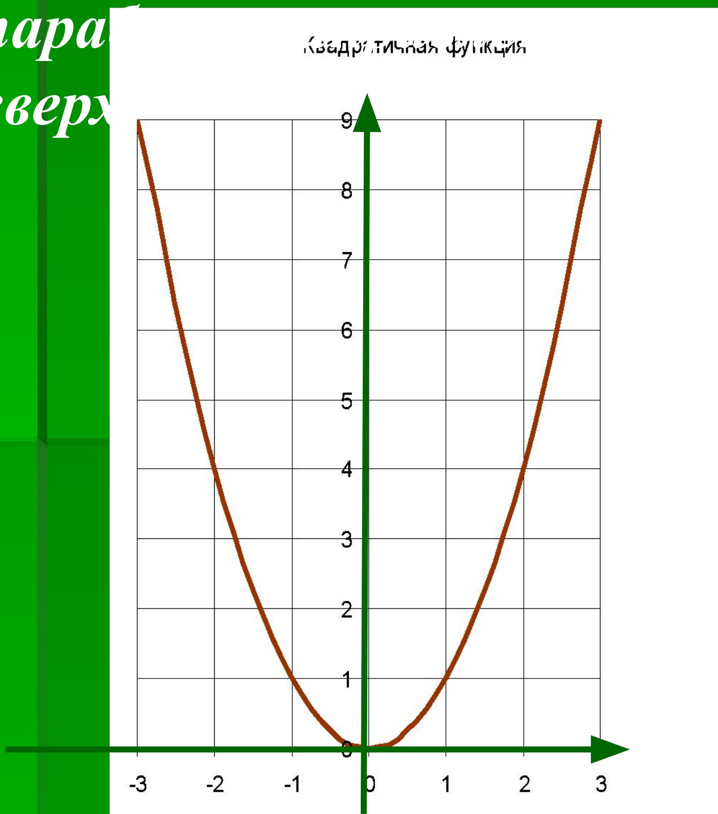
её осью симметрии служит ось y;

при при $a>0$при $a>0$ ветви параболы направлены вверх,

при при $a<0$ ветви вниз.

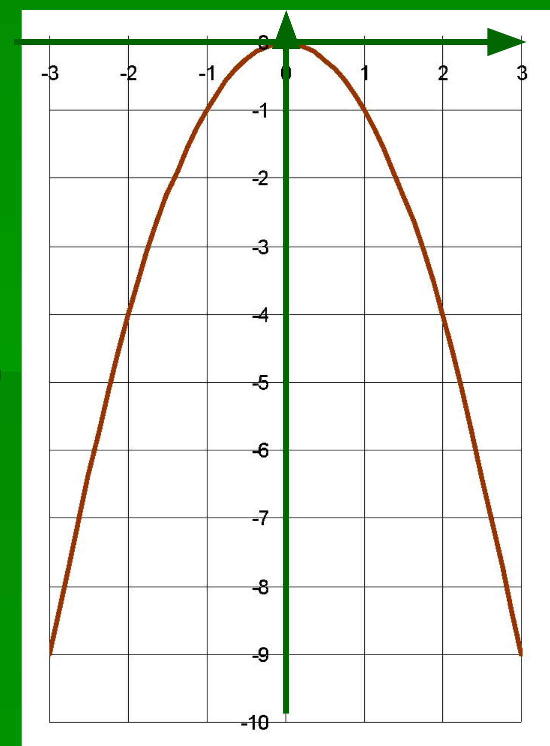
# Свойства квадратичной функции $y = ax^2$

При При $a>0$ ветви параб

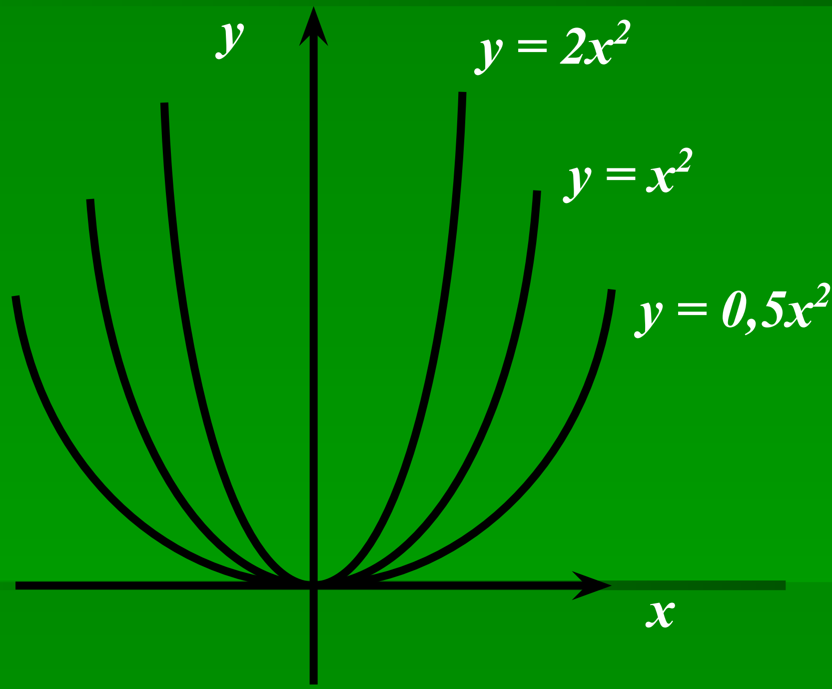



вверх

При При $a<0$ ветви параболы направлены вниз



# Свойства $y = ax^2$ при $a > 0$



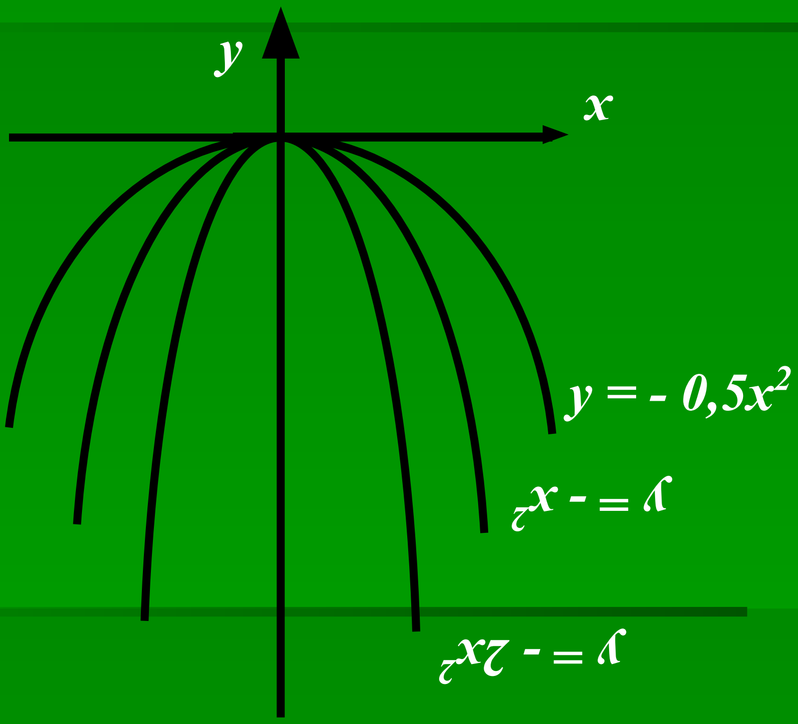

1. Д(y) = R
2. E(y)= [0; +∞)
3. четная, т.к. y(-x) = y(x)
4. Возрастает

   на промежутке [0; +∞)
5. Убывает

   на промежутке (-∞; 0]
6. Наименьшее значение

   равное 0 при x = 0

# Свойства $y = ax^2$ при $a < 0$




1. Д(y) = R
2. E(y)= (-∞; 0]
3. четная, т.к. y(-x) = y(x)
4. Возрастает

   на промежутке (-∞; 0]
5. Убывает

   на промежутке [0; +∞)
6. Наибольшее значение

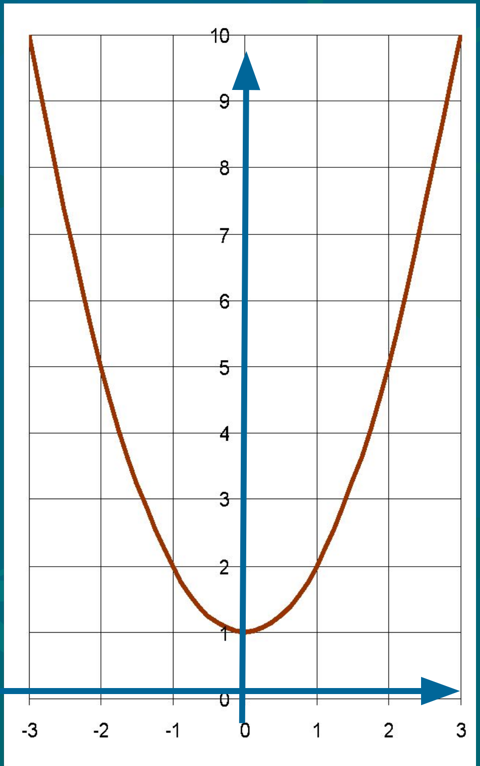
   равное 0 при x = 0

# Сдвиг графика функции $y = ax^2$ вдоль осей координат

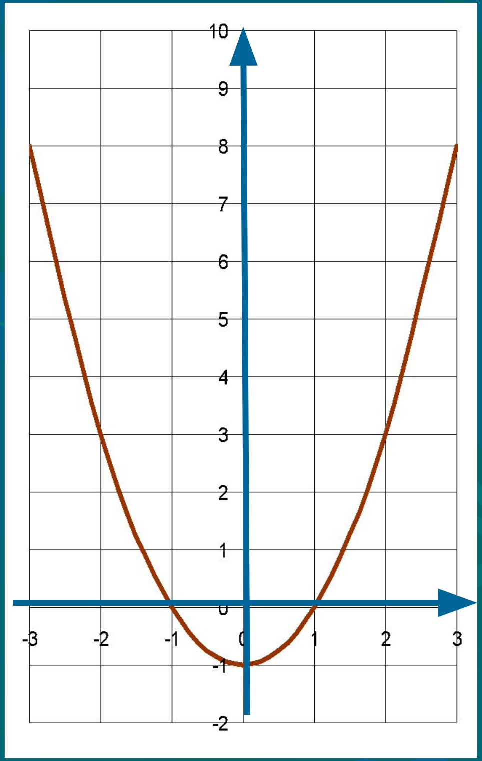
- 1. Чтобы построить график функции $y = ax^2 + g$ + g , нужно перенести параболу $y = ax^2$ вдоль оси на g единиц вверх, если $g > 0$, или на $|g|$ единиц вниз, если $g < 0$. При этом вершина параболы окажется в точке (0; g).
- 2. Чтобы построить график функции $y = a(x + p)^2$, нужно перенести параболу $y = ax^2$ вдоль оси $x$ на $p$ единиц влево, если $p > 0$, или на $|p|$ единиц вправо, если $p < 0$.При этом вершина параболы окажется в точке ($-p$ ; 0).
- 3. Чтобы построить график функции $y = a(x + p)^2 + g$, нужно перенести параболу $y = ax^2$ вдоль оси $x$ на $p$ единиц влево, если $p >0$, или на $|p|$ единиц вправо, если $p < 0$ и вдоль оси $y$ на g единиц вверх, если $g > 0$, или на $|g|$ единиц вниз, если $g < 0$. При этом вершина параболы окажется в точке ($-p$ ; g ).

# Функция $y = ax^2 + g$

1) $g > 0$




2) $g <$

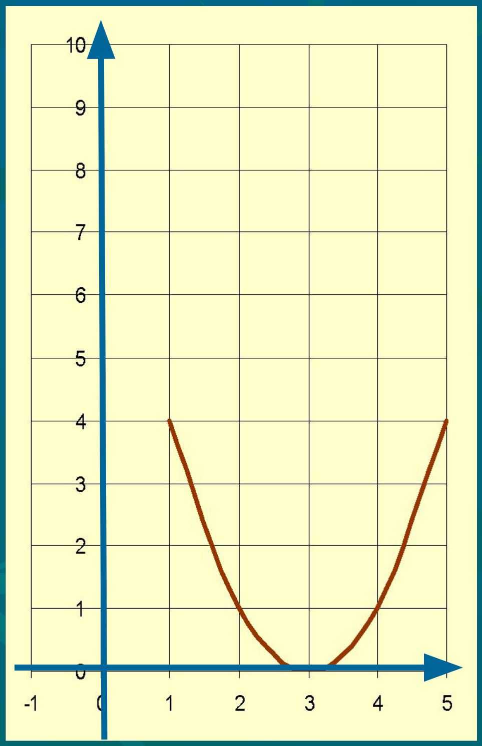



**Данный график получается**

**смещением параболы $y = ax^2$ по оси $Oy$ на $g$ единиц вверх (если $g > 0$) или вниз (если $g < 0$)**

# Функция $y = a(x - p)^2$

1) $p > 0$




2) $p < 0$

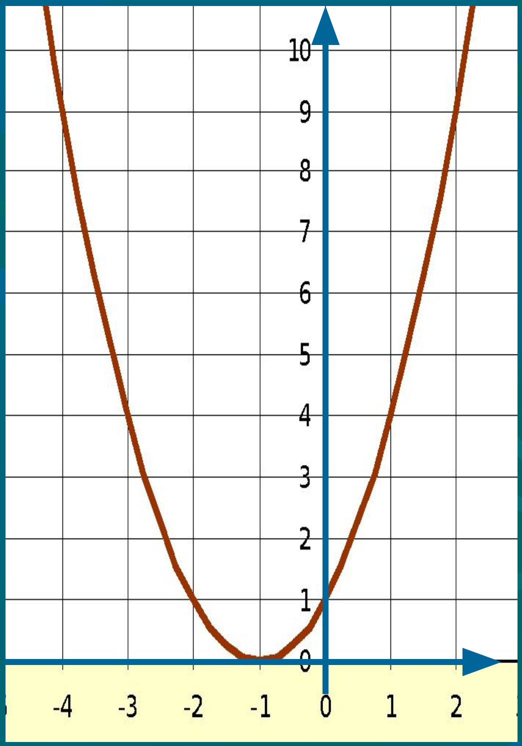



**График получается**

**смещением параболы $y = ax^2$ по оси $Ox$ на $p$ единиц вправо (если $p > 0$) или влево (если $p < 0$)**

# Способы построения графика квадратичной функции

**1 СПОСОБ** Схема Пример №1 Пример №2

**2 СПОСОБ** Пример №3

**3 СПОСОБ** Пример №4 Пример №5

## 1 СПОСОБ.

Схема построения графика квадратичной функции **$y=ax^2-bx+c$:**

- Построить вершину параболы.
- Провести через вершину параболы прямую, параллельную оси ординат, - ось симметрии параболы.
- Найти нули функции, если они есть, и построить на оси абсцисс соответствующие точки параболы.
- Построить дополнительные точки.
- Провести через построенные точки параболу.

**2 СПОСОБ.** Построение параболы по точкам с ординатой, равной свободному члену квадратного трёхчлена $ax^2 - bx + c$.

## 3 СПОСОБ.

$$y=a(x-m)^2 + n$$

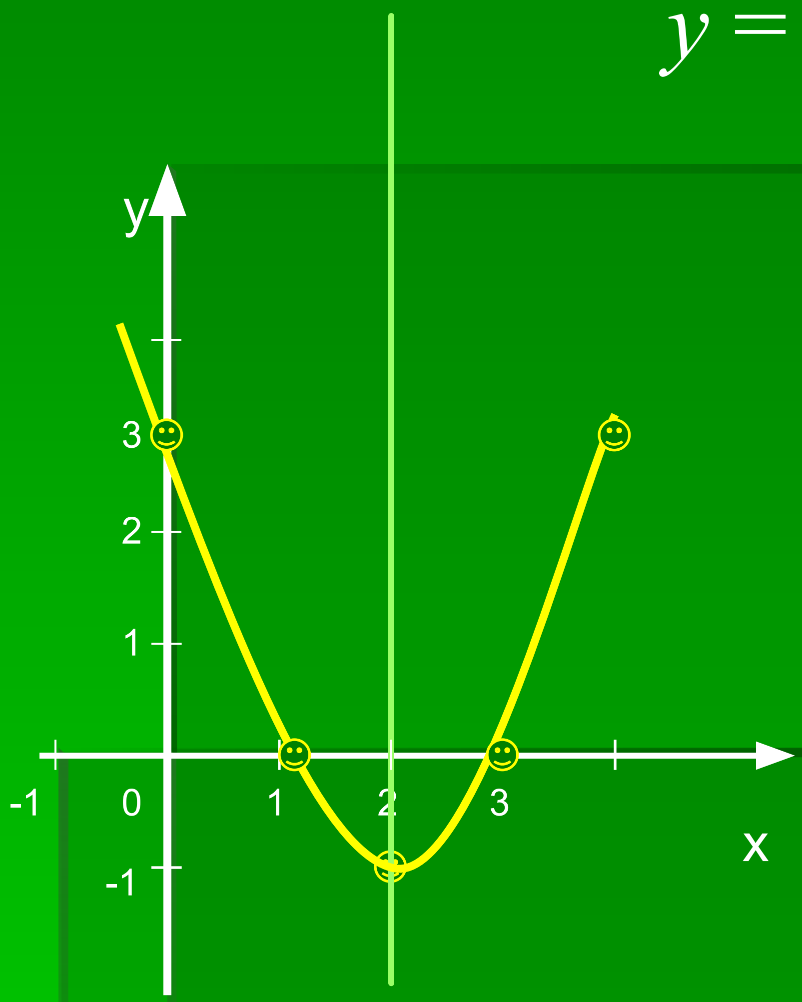
График функции $y=a(x-m)^2+n$ получается сдвигом графика функции $y=ax^2$

на **m** единичных отрезков по оси Ox и

на **n** единичных отрезков по оси Oy.

# Схема построения параболы:

$$y = x^2 - 4x + 3$$




- **Найти координаты вершины параболы: $M$(2;-1).**

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 =$$

$$= 4 - 8 + 3 = 7 - 8 = -1$$

- **Провести ось симметрии: $x = 2$.**
- **Найти нули функции при $y = 0$: (1;0) и (3;0)**
- **Найти дополнительные точки: при $x$=0, $y$=3; при $x$=4, $y$=3.**
- **Соединить полученные точки.**

Пример №1

$y = 3x^2 + 12x + 9$

Графиком функции является парабола , ветви параболы направлены вверх , т.к. а = 3, а>0.

$M(x_0;y_0)$- вершина параболы

$x_0 = \frac{-b}{2a}$ ; $x_0 = -12 : 6 = -2$

$y_0 = 3(-2)^2+12(-2)+9 = -3$. M(-2;3)

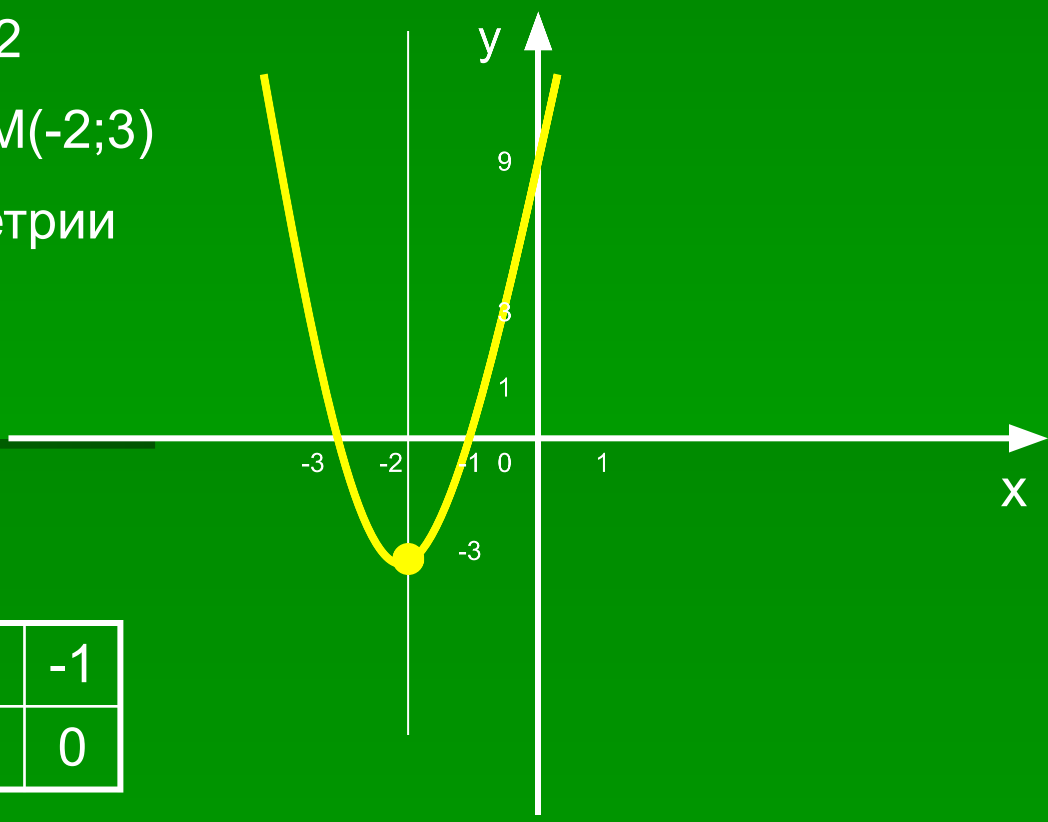
Прямая x = -2 – ось симметрии

Нули функции: y=0

$3x^2+12x+9 = 0$

$x^2+4x+3 = 0$

$x_1 = -1$ , $x_2 = -3$




| x | 0 | -1 |
|---|---|---|
| y | 9 | 0 |

## Пример №2

$y = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 5$

Графиком функции является парабола , ветви параболы направлены вверх , т.к. $a = \frac{1}{4}$ , $a>0$.

$M(x_0;y_0)$- вершина параболы

$x_0 = \frac{-b}{2a}$ ;  $x_0 = -2 : \frac{1}{2} = -4$

$y_0 = \frac{1}{4}(-4)^2+2(-4)-5 = -9.$  $M(-4;-9)$

Прямая $x = -4$ – ось симметрии

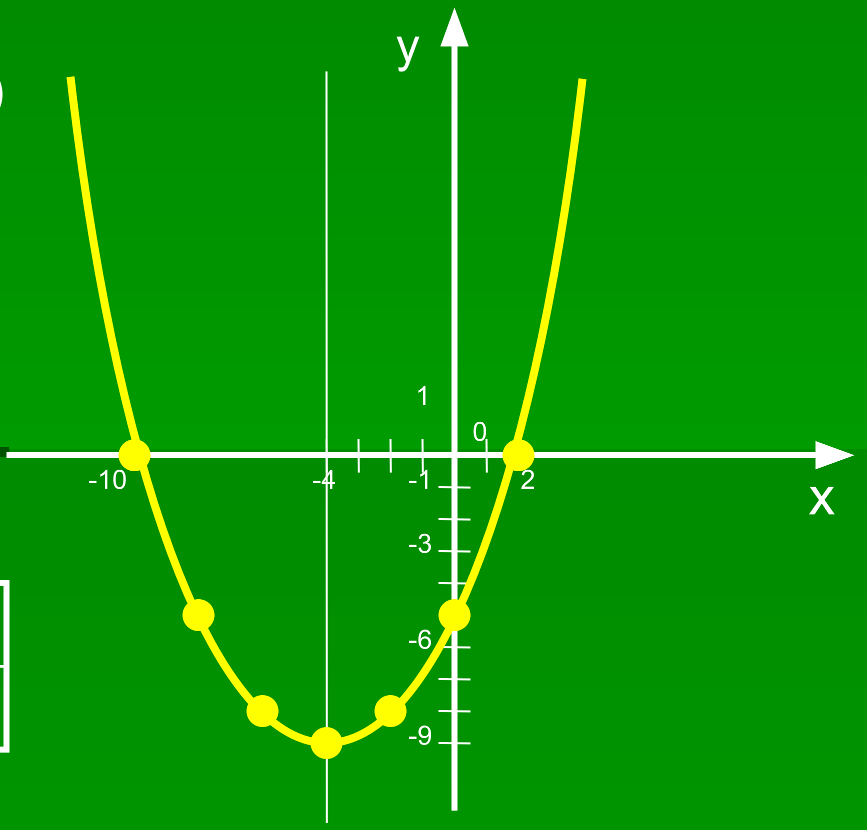
Нули функции: $y=0$

$\frac{1}{4}x^2 + 2x - 5 = 0$

$x^2 + 8x - 20 = 0$

$x_1 = -10$ , $x_2 = 2$

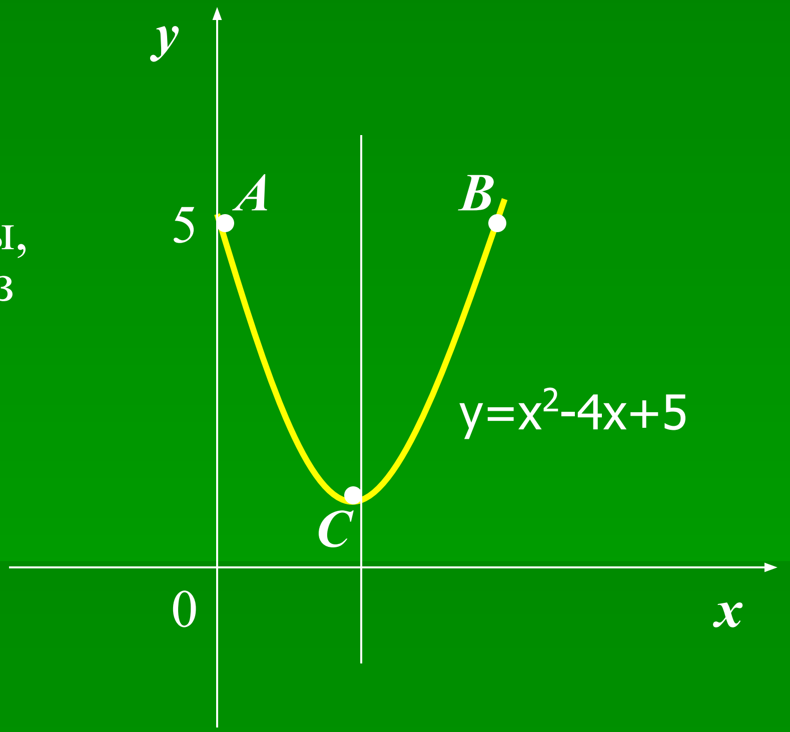
| | | |
|---|---|---|
| x | 0 | -2 |
| y | -5 | -8 |



Пример №3

## Построим график функции **y=x²-4x+5.**

- 1) Найдём точки графика, имеющие ординату, равную 5. Для этого решаем уравнение $x^2 - 4x + 5 = 5$. Получаем: $x_1 = 0$, $x_2 = 4$
- 2) Точки ***A*** (0; 5) и ***B*** (4; 5) лежат на параболе и имеют одинаковую ординату. Эти точки симметричны относительно оси симметрии параболы, поэтому ось симметрии проходит через середину отрезка ***AB***. Т.к. абсцисса точки ***A*** равна 0, а т. ***B*** равна четырём , то уравнение оси параболы $x = 2$.
- 3) Подставим значение *x* в уравнение. Получаем координаты вершины параболы: $x_0 = 2$, $y_0 = 1$.
- 4) Отмечаем на координатной плоскости т. ***C*** (2; 1), построим параболу, проходящую через три точки ***A***, ***B***, ***C***.



Пример №4

Построим график функции $y=2(x+1)^2-3$.

Будем действовать следующим образом:

1)Построим параболу $y=2x^2$;

2)Перенесем ее на 1 единицу влево и на 3 единицы вниз –

в результате получится график заданной функции $y=2(x+1)^2 - 3$ (см.рис)

Действия , которые мы выполнили для построения графика , можно описать такой схемой:

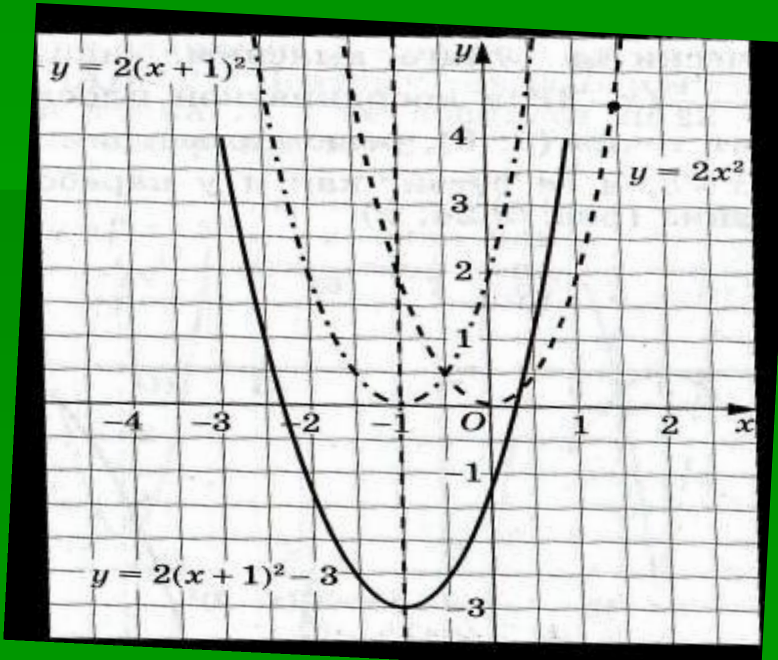
$y=2x^2$

Влево на 1 ед.

$y=2(x+1)^2$

Вниз на 3 ед.

$y=2(x+1)^2 - 3$



## Пример №5

$y=-2(x+3)^2+2$

$m = -3$

$n = 2$

$y=-2x^2$

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 1 | -1 | 2 |
| y | -2 | -2 | -8 |