

Решение квадратных уравнений по формуле

Цели урока: вывести формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения; привить навык решения полных квадратных уравнений по формуле.

Устная работа

1. Укажите в квадратном уравнении коэффициенты:

$$7x^2 - 5x - 1 = 0;$$

$$-x^2 + 3 - 8x = 0;$$

$$5 - 4x + 0,5x^2 = 0;$$

$$2,8x + 4,12x^2 = 0.$$

2. Решите неполные квадратные уравнения

$$6x^2 - 24 = 0;$$

$$12x + 3x^2 = 0;$$

$$-0,23x^2 = 0.$$

Вывод формулы.

Решить квадратное уравнение выделением квадрата двучлена:

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot 4x + 16 - 16 + 15 = 0;$$

$$(x + 4)^2 - 1 = 0;$$

$$(x + 4)^2 = 1;$$

$$x + 4 = 1 \quad \text{или} \quad x + 4 = -1$$

$$x_1 = -3 \quad \text{и} \quad x = -5.$$

Отве : -5; -3.

Г

Вывод формулы

Аналогично можно решить квадратное уравнение в общем виде.

$$ax^2 + bx + c = 0; \quad \text{Разделим обе части уравнения на } a.$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0; \quad \text{Выделим квадрат двучлена.}$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0; \quad x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a};$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}; \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \quad (1)$$

Число корней зависит от знака дроби $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$.

Так как $4a^2 > 0$, то знак дроби определяется знаком выражения $b^2 - 4a$.

Это выражение называется **дискриминантом квадратного уравнения**

Вывод формулы

Дискриминант квадратного уравнения обозначают буквой D .

$$D = b^2 - 4a$$

Запишем уравнение (1) в виде: $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$

1) Если $D > 0$, то $x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{D}}{2a}$ или $x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{2a}$

$$x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \qquad x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

Таким образом при $D > 0$ квадратное уравнение имеет два корня, которые можно найти по формуле, которую называют формулой корней квадратного уравнения

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

2) Если $D = 0$, то уравнение примет вид: $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$, отсюда

$$x + \frac{b}{2a} = 0 \quad x = -\frac{b}{2a}$$

3) Если $D < 0$, то уравнение не имеет корней.

При решении квадратных уравнений:

1) Найти дискриминант по формуле: $D = b^2 - 4ac$

2) Если $D > 0$, найти корни, воспользовавшись формулой $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

3) Если $D < 0$, то записать, что корней нет.

Решение квадратного уравнения по формуле

Рассмотрим пример.

$$12x^2 + 7x + 1 = 0,$$

$$a = 12, b = 7, c = 1$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 12 \cdot 1 = 49 - 48 = 1$$

$D > 0$, уравнение имеет 2 корня

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-7 + \sqrt{1}}{2 \cdot 12} = \frac{-7 + 1}{24} = \frac{-6}{24} = -\frac{1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-7 - \sqrt{1}}{2 \cdot 12} = \frac{-7 - 1}{24} = \frac{-8}{24} = -\frac{1}{3}$$

Ответ: $-\frac{1}{4}; -\frac{1}{3}$.