

Квадратные уравнения

Содержание

- Определение квадратного уравнения;
- Решение неполных квадратных уравнений;
- Решение уравнений, сводящихся к неполным квадратным уравнениям;
- Тест 1;

Определение квадратного уравнения

Квадратным уравнением называется уравнение
 $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b, c - заданные числа, $a \neq 0$, x - неизвестное

Примеры квадратных уравнений:

- | | | | |
|----|-----------------------------|-------------------------------------|---|
| 1. | $-0,25x^2 + 0,5x + 1 = 0$, | $a = -0,25, b = 0,5; c = 1.$ | } -полные квадратные уравнения
$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0.$ |
| 2. | $x^2 + 3x - 1 = 0$, | $a = 1. \quad b = 3. \quad c = -1.$ | |
| 3. | $-7x^2 - 13x + 8 = 0$, | $a = -7, \quad b = -13, c = 8.$ | |
| 4. | $-3x^2 + 5x = 0$, | $a = -3, \quad b = 5, \quad c = 0.$ | } - неполные квадратные уравнения |
| 5. | $4x^2 - 81 = 0$, | $a = 4, \quad b = 0, \quad c = 81$ | |
| 6. | $x^2 = 0$, | $a = 1, \quad b = 0, \quad c = 0.$ | |
- $ax^2 + bx = 0, b \neq 0.$
 $ax^2 + c = 0, c \neq 0.$
 $ax^2 = 0.$

Коэффициенты a, b, c квадратного уравнения называют так:

a — первый или старший коэффициент;

b — второй коэффициент;

c — свободный член.

Решение неполных квадратных уравнений(1)

Уравнение $x^2 = d$, где $d > 0$, имеет два разных корня:

$$x_1 = \sqrt{d}, \quad x_2 = -\sqrt{d}.$$

Примеры решения уравнений:

1. $x^2 = 16$,

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{16},$$

Ответ: $x_1 = 4$, $x_2 = -4$.

2. $x^2 = 3$,

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{3},$$

Ответ: $x_1 = \sqrt{3}$, $x_2 = -\sqrt{3}$;

3. $x^2 = \frac{4}{9}$,

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{4}{9}},$$

Ответ: $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = -\frac{2}{3}$;

4. $x^2 = -64$, ($d < 0$)

Ответ: нет действительных корней, т. к. квадратный корень из отрицательного числа не извлекается.

Задание1

Задание2

Решение неполных квадратных уравнений (2)

Уравнение $ax^2 = 0$, где $a \neq 0$, имеет два одинаковых корня $x_{1,2} = 0$.

Пример решения уравнения:

1. $3x^2 = 0$; $|\div 3$

- разделим обе части уравнения на 3,

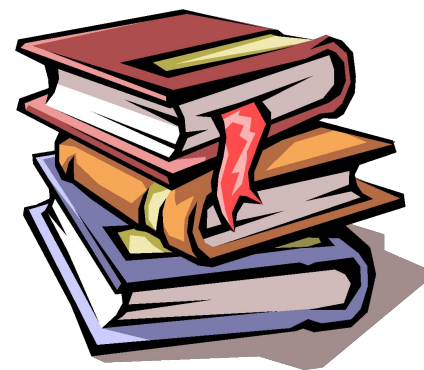
получим :

$$x^2 = 0,$$

откуда

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 0;$$

Ответ: $x_{1,2} = 0$.



Решение неполных квадратных уравнений (3)

Уравнение $ax^2 - c = 0$, где $a \neq 0, c \neq 0$, имеет два разных корня.

Примеры решения уравнений:

1. $x^2 - 16 = 0;$

- разложим левую часть уравнения по формуле разности квадратов: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$

$$(x - 4)(x + 4) = 0,$$

- каждый множитель, записанный в скобках, приравняем нулю;

a) $x - 4 = 0,$ b) $x + 4 = 0,$

- перенесем число из левой части уравнения в правую, изменив его знак на противоположный;

$$x_1 = 4;$$

$$x_2 = -4;$$

-уравнение имеет два разных корня;

Ответ: $x_1 = 4, x_2 = -4.$

Решение неполных квадратных уравнений(4)

Примеры решения уравнений:

2. $x^2 - 2 = 0$,

$$(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0,$$

a) $x - \sqrt{2} = 0$, b) $x + \sqrt{2} = 0$,

$$x = \sqrt{2}, \quad x = -\sqrt{2},$$

Ответ: $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2};$

3. $5x^2 - 45 = 0 \mid :5$

$$x^2 - 9 = 0,$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

a) $x - 3 = 0$, b) $x + 3 = 0$,

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -3,$$

Ответ: $x_1 = 3, \quad x_2 = -3;$

4. $4x^2 = 81$,

$$4x^2 - 81 = 0,$$

$$(2x - 9)(2x + 9) = 0,$$

a) $2x - 9 = 0$, b) $2x + 9 = 0$,

$$2x = 9, \quad 2x = -9,$$

$$x_1 = 4,5 \quad x_2 = -4,5$$

Ответ: $x_1 = 4,5; \quad x_2 = -4,5;$



Задание 3



Решение неполных квадратных уравнений(5)

Уравнение $ax^2 - bx = 0$, где $a \neq 0, b \neq 0$, имеет два разных корня.

Примеры решения уравнения:

1. $x^2 - x = 0$,

$$x(x - 1) = 0,$$

a) $x = 0$, b) $x - 1 = 0$, - решим простейшее линейное уравнение;

$$x = 1$$

Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; - уравнение имеет два разных корня;

2. $3x^2 = 5x$,

$$3x^2 - 5x = 0,$$

$$x(3x - 5) = 0,$$

a) $x = 0$, b) $3x - 5 = 0$,

$$3x = 5,$$

$$x = \frac{5}{3},$$

Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{5}{3}$;

- разложим левую часть уравнения на множители, вынеся за скобку общий множитель;

- каждый множитель приравняем нулю;

- решим простейшее линейное уравнение;

- уравнение имеет два разных корня;

Справка:

$a \cdot b = 0$, если

1. $a = 0$, $b \neq 0$;

2. $a \neq 0$, $b = 0$;

3. $a = 0$, $b = 0$;

Задание 4

Решение уравнений,

СВОДЯЩИХСЯ К НЕПОЛНЫМ КВАДРАТНЫМ УРАВНЕНИЯМ

Решите уравнение:

$$1. \frac{4x^2 - 3x}{3} = \frac{x^2 + 5x}{2}, \quad | \cdot 6$$

$$\frac{(4x^2 - 3x)6}{3} = \frac{(x^2 + 5x)6}{2}$$

$$(4x^2 - 3x)2 = (x^2 + 5x)3,$$

$$12x^2 - 6x = 3x^2 + 15x,$$

$$\underline{12x^2} - \underline{6x} - \underline{3x^2} - \underline{15x} = 0,$$

$$9x^2 - 21x = 0,$$

$$3x(3x - 7) = 0,$$

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3x = 0 \quad | :3, & \text{b) } 3x - 7 = 0, \\ x = 0, & 3x = 7 \quad | :3, \end{array}$$

$$x = \frac{7}{3},$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 0, \quad x_2 = \frac{7}{3};$$

- умножим каждую часть уравнения на наименьший общий знаменатель дробей;

- сократим дроби;

- раскроем скобки;

- перенесем все члены уравнения из правой части уравнения в левую, изменив их знак на противоположный;

- приведем подобные;

- разложим левую часть уравнения на множители;

- каждый множитель приравняем нулю,

- решим эти линейные уравнения;

Задание 1.

Сколько корней имеет квадратное уравнение:

$$x^2 = 81 \quad ?$$

Два одинаковых

Не имеет

Один

Два разных

Задание 2.

Найдите корни уравнения:

$$x^2 = 100;$$

$$x_{1,2} = 10$$

$$x_1 = 10, x_2 = -10$$

Нет корней

$$x_{1,2} = -10$$

Задание 3.

Найдите корни уравнения:

$$3x^2 - 75 = 0$$

Нет корней

$$x_1 = -5, x_2 = -5$$

$$x_1 = 0, x_2 = 5$$

$$x_1 = 5, x_2 = -5$$

Задание 4.

Найдите корни уравнения:

$$3x^2 = 21x$$

$$x_1 = 0, x_2 = 3$$

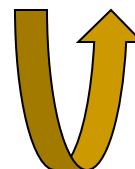
$$x_1 = 3, x_2 = 7$$

$$x_1 = 7, x_2 = 0$$

Нет корней

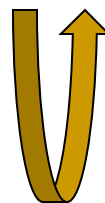
Ответ неверный!

Повтори
способ
решения



Ответ неверный!

Повтори
способ
решения



Ответ неверный !

Повтори
способ
решения



Молодец!