

АЛГЕБРА, 8 класс

Тема урока: «Квадратные уравнения»

Если ты услышишь, что кто-то не любит математику, не верь.

Её нельзя не любить - её можно только не знать.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Квадратным уравнением называется

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,

где x - переменная,

a , b и c некоторые числа,

причем $a \neq 0$.

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$6x + x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 8x - 7 = 0$$

$$25 - 10x + x^2 = 0$$

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b = 0, c = 0$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$2x + x^2 = 0$$

$$125 + 5x^2 = 0$$

$$49x^2 - 81 = 0$$

Определите коэффициенты квадратного уравнения:

1 вариант

а) $6x^2 - x + 4 = 0$

б) $12x - x^2 = 0$

в) $8 + 5x^2 = 0$

2 вариант

а) $x - 6x^2 = 0$

б) $-x + x^2 - 15 = 0$

в) $-9x^2 + 3 = 0$

1 вариант

а) $a = 6, b = -1, c = 4;$

б) $a = -1, b = 12, c = 0;$

в) $a = 5, b = 0, c = 8;$

2 вариант

а) $a = -6, b = 1, c = 0;$

б) $a = 1, b = -1, c = -15;$

в) $a = -9, b = 0, c = 3.$

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

1. Перенос c в правую часть уравнения.

$$ax^2 = -c$$

2. Деление обеих частей уравнения на a .

$$x^2 = -c/a$$

3. Если $-c/a > 0$ - два решения:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \quad \text{и} \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Если $-c/a < 0$ - нет решений

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

1. Вынесение x за скобки:

$$x(ax + b) = 0$$

2. Разбиение уравнения на два равносильных:

$$x=0 \quad \text{и} \quad ax + b = 0$$

3. Два решения:

$$x = 0 \quad \text{и} \quad x = -b/a$$

$$b, c=0$$

$$ax^2=0$$

1. Деление обеих частей уравнения на a .

$$x^2 = 0$$

2. Одно решение: $x = 0$.

РЕШИ НЕПОЛНЫЕ УРАВНЕНИЯ :

1 вариант

а) $2x + 3x^2 = 0$

б) $3x^2 - 243 = 0$

в) $6x^2 = -10x - 2x(5 - 3x)$.

2 вариант

а) $3x^2 - 2x = 0$

б) $125 - 5x^2 = 0$

в) $-12x - 6x(2 - 3x) = 18x^2$

Проверь товарища

1 вариант

а) $x(2+3x)=0$,

$x=0$ или $2+3x=0$,

$3x = -2$,

$x = -2/3$.

Ответ: 0 и $-2/3$.

б) $3x^2 = 243$,

$x^2 = 243/3$,

$x^2 = 81$,

$x = -9$, $x = 9$.

Ответ: -9 и 9 .

в) $6x^2 = -10x -10x + 6x^2$,

$6x^2 +10x +10x - 6x^2 =0$,

$20x = 0$,

$x=0$.

Ответ: 0.

2 вариант

а) $x(3x -2) =0$,

$x=0$ или $3x-2=0$,

$3x = 2$,

$x = 2/3$.

Ответ: 0 и $2/3$.

б) $-5x^2 = -125$,

$x^2 = -125/-5$,

$x^2 = 25$,

$x = -5$, $x = 5$.

Ответ: -5 и 5 .

в) $-12x -12x +18x^2 - 18x^2 = 0$,

$-24x = 0$,

$x = 0$.

Ответ: 0.

Динамическая пауза

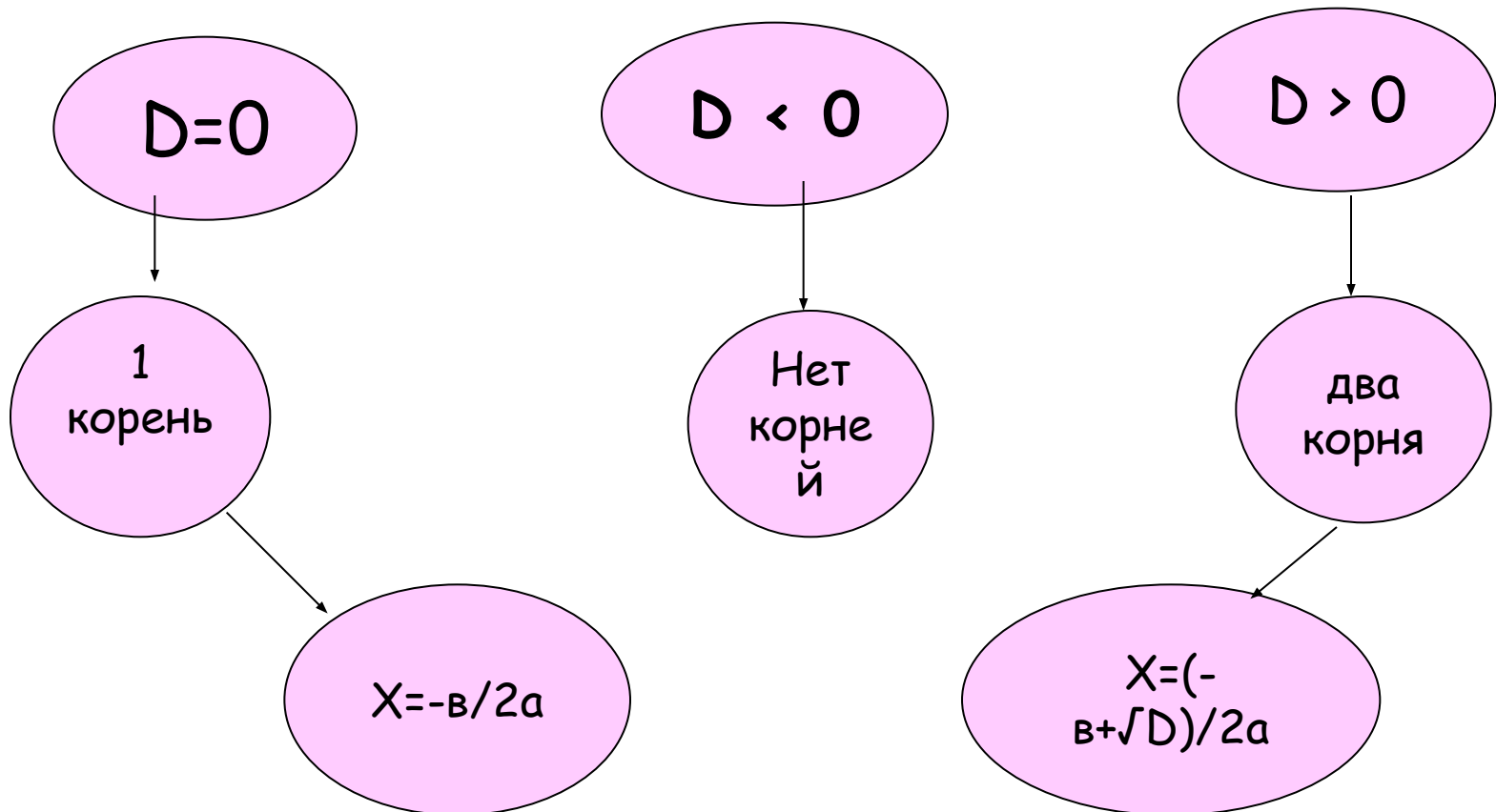
- а) $3x^2 - 5x - 2 = 0$
- б) $4x^2 - 4x + 1 = 0$
- в) $x^2 - 2x + 3 = 0$
- г) $6x^2 - x + 4 = 0$
- д) $12x - x^2 = 0$
- е) $8 + 5x^2 = 0$
- ж) $5x^2 - 4x + 2 = 0$
- з) $4x^2 - 3x - 1 = 0$
- и) $x^2 - 6x + 9 = 0$
- к) $x - 6x^2 = 0$
- л) $-x + x^2 - 15 = 0$
- м) $-9x^2 + 3 = 0$

Способы решения полных квадратных уравнений

1. Выделение квадрата двучлена.
2. Формула: $D = b^2 - 4ac$, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
3. Теорема Виета.

От чего зависит количество корней квадратного уравнения?

Ответ: От знака D - дискриминанта.



Вычисли дискриминант и определи количество корней квадратного уравнения

- **1 вариант**

- а) $3x^2 - 5x - 2 = 0$
- б) $4x^2 - 4x + 1 = 0$
- в) $x^2 - 2x + 3 = 0$

- **2 вариант**

- а) $5x^2 - 4x + 2 = 0$
- б) $4x^2 - 3x - 1 = 0$
- в) $x^2 - 6x + 9 = 0$

Проверь товарища $D=b^2-4ac$

1 вариант

- а) $D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49$,
2 корня;
- б) $D = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$,
1 корень;
- в) $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8$,
нет корней

2 вариант

- а) $D = (-4)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -24$,
нет корней;
- $D = (-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 25$,
2 корня;
- $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$,
1 корень

РЕШИ УРАВНЕНИЯ

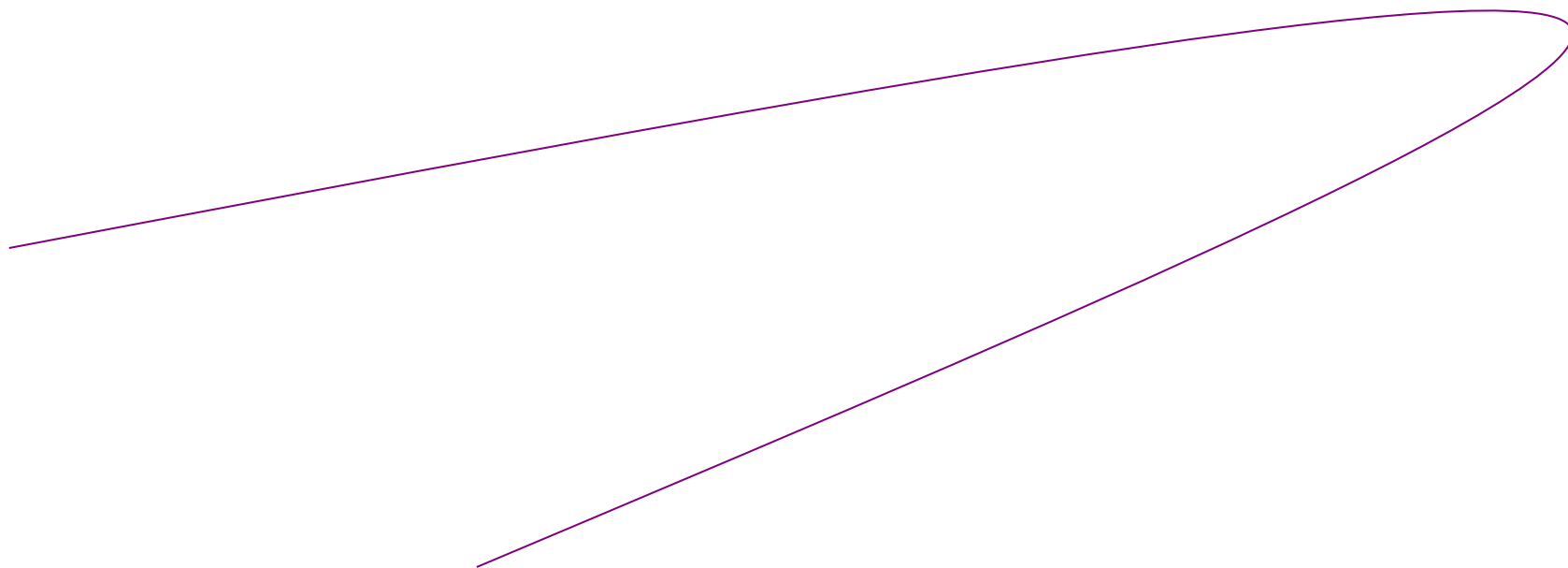
с помощью формулы :

1 вариант

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

2 вариант

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$



Проверь себя

1 вариант

$$2x^2 + 5x - 7 = 0,$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 81 = 9^2,$$

$$x = (-5 - 9) / 2 \cdot 2 = -14 / 4 = -3,5,$$

$$x = (-5 + 9) / 4 = 4 / 4 = 1.$$

Ответ: -3,5 и 1.

2 вариант

$$2x^2 + 5x - 3 = 0,$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49 = 7^2,$$

$$x = (-5 - 7) / 2 \cdot 2 = -12 / 4 = -3,$$

$$x = (-5 + 7) / 4 = 2 / 4 = 0,5.$$

Ответ: -3 и 0,5.

Исторические сведения:

Квадратные уравнения впервые встречаются в работе индийского математика и астронома Ариабхатты.

Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в) изложил общее правило решения квадратных уравнений, которое практически совпадает с современным.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот задача Бхаскары:

Обезьянок резвых стая, всласть поевши, развлекалась.

Их в квадрате часть восьмая на полянке забавлялась.

А двенадцать по лианам стали прыгать, повисая.

Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне, в этой стае?

Решение задачи Бхаскары:

Пусть было x обезьянок,
тогда на поляне забавлялось $-(x/8)^2$ и 12 прыгали по
лианам.

Составим уравнение:

$$\bullet (x/8)^2 + 12 = x,$$

$$x^2/64 + 12 - x = 0, \quad / * 64$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0,$$

$$D = (-64)^2 - 4 * 1 * 768 = 4096 - 3072 = 1024 = 32^2,$$

2 корня

$$x = (64 - 32)/2 = 16,$$

$$x = (64 + 32)/2 = 48.$$

Ответ 16 или 48 обезьянок.

СПАСИБО ЗА ПОК!

