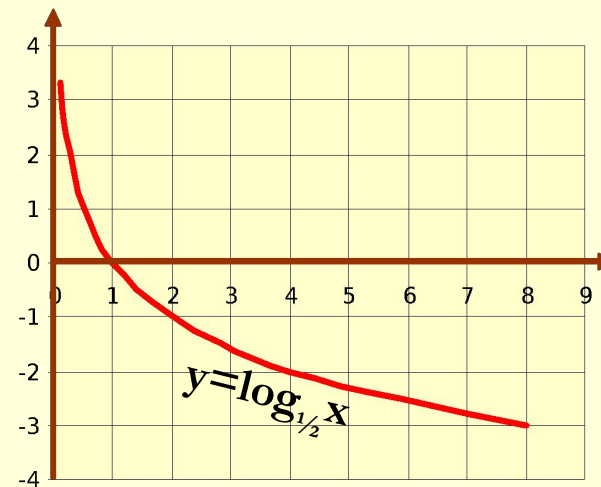
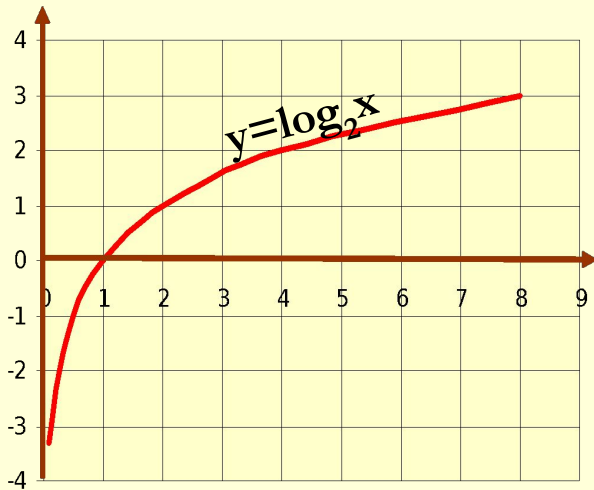


ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

Логарифмическая функция

Функцию, заданную формулой $y = \log_a x$, называют логарифмической функцией с основанием a .

Построим графики функций $y = \log_2 x$ и $y = \log_{1/2} x$



Основные свойства функции

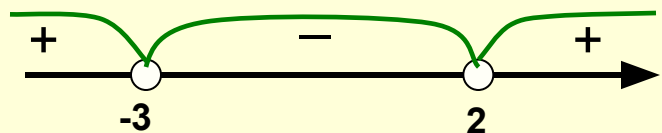
1. $D(\log_a) = (0; +\infty)$
2. $E(\log_a) = (-\infty; +\infty)$
3. Логарифмическая функция на всей области определения возрастает (при $a > 1$) или убывает (при $0 < a < 1$)

Рассмотрим примеры применения свойств логарифмической функции.

1. Найдите область определения функции $y = \log_4 \frac{x-2}{x+3}$

Т.к. $D(\log_4 t) = (0; +\infty)$, то получаем $\frac{x-2}{x+3} > 0$

Решая это неравенство методом интервалов имеем:



Ответ: $D(\log_4 t) = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

2. Сравнить числа: $\log_2 3,8$ и $\log_2 4,7$

Основание логарифмической функции больше 1, значит она возрастает на всей числовой прямой. Так как $3,8 < 4,7$, то

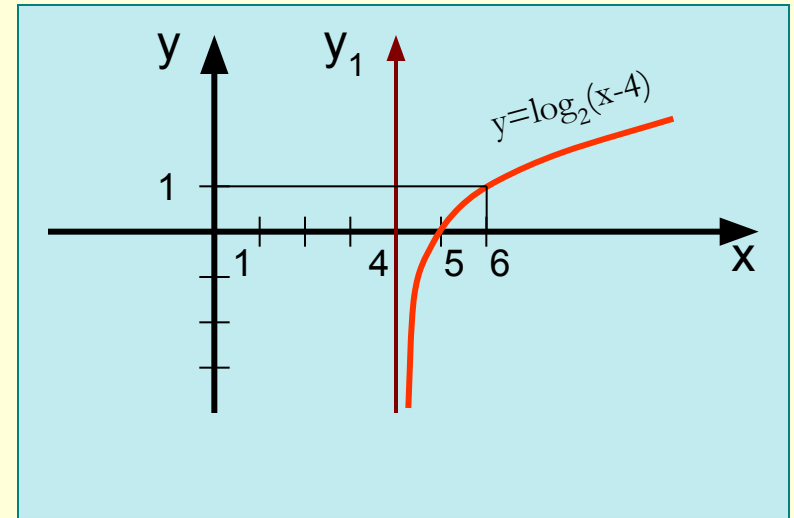
$$\log_2 3,8 < \log_2 4,7$$

Построить график функции.

$$y = \log_2(x-4)$$

Так как $D(\log_2 t) = (0; +\infty)$ то $x-4 > 0$
 $x > 4$

x	5	6
y	0	1



$$y = 2^{\log_2(x+1)}$$

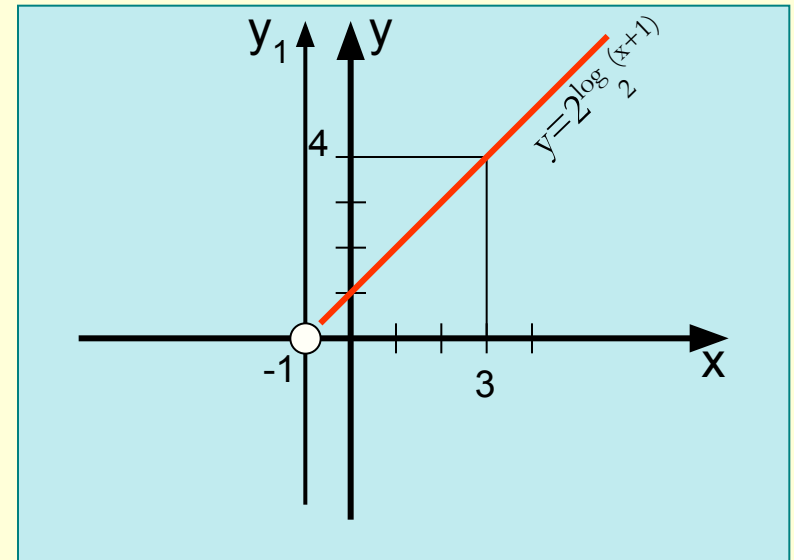
ОЛТ

ОДЗ: $x+1 > 0$

$$x > -1$$

$$y = x+1$$

x	0	3
y	1	4



решение логарифмических уравнений

При решении всех логарифмических уравнений необходимо помнить, что $D(\log_a t) = (0; +\infty)$

Поэтому полученные корни обязательно проверяют либо подстановкой в условие уравнения, либо предварительно надо найти **ОДЗ** и проверить принадлежность корней этой области.

1 способ: Использование определения логарифма $\log_a x = b, a^b = x$

Например.

$$\log_3(2-x) = 2$$

$$\text{ОДЗ: } 2-x > 0$$

$$2-x = 3^2$$

$$x < 2$$

$$2-x = 9$$

$$x \in (-$$

$$x = -7$$

$$\infty; 2)$$

$$-7 \in \text{ОДЗ}$$

Ответ: -7

2 способ: Использование непрерывности функции

$$\log_5(x+4) = \log_5(5x-3)$$

Логарифмы равны, основания равны, значит равны выражения под знаком логарифма.

$$x+4=5x-3$$

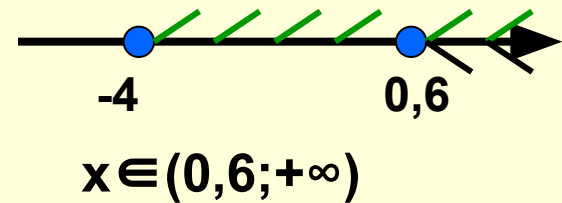
$$-4x=-7$$

$$x=1\frac{3}{4}$$

$$1\frac{3}{4} \in \text{ОДЗ}$$

Ответ: $1\frac{3}{4}$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+4 > 0 \\ 5x-3 > 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x > -4 \\ x > 0,6 \end{cases}$$



3 способ: Использование основных свойств логарифма.

$$\lg x - \lg 5 = \lg 12$$

ОДЗ: $x > 0$

$$\lg x = \lg 12 + \lg 5$$

$$x \in (0; +\infty)$$

$$\lg x = \lg 60$$

$$x = 60$$

$$60 \in \text{ОДЗ}$$

Ответ: 60

4 способ: Переход к квадратному уравнению.

$$\log^2_3 x - 2\log_3 x - 3 = 0$$

Пусть $\log_3 x = y$

$$y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$y_1 = 3; y_2 = -1$$

$$\text{Тогда } \log_3 x = 3 \quad \log_3 x = -1$$

$$x = 3^3$$

$$x = 27$$

$$x = 3^{-1}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

$$x \in (0; +\infty)$$

$$27 \in \text{ОДЗ}, \quad \frac{1}{3} \in \text{ОДЗ}$$

Ответ: $\frac{1}{3}; 27$

Основные свойства логарифмов

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^p = p \log_a x$$

