Проект по теме :

Логарифмы

- Работа выполнена учеником 11б класса МОУ Алексеевская СОШ
- Носовым Данилой
- Под руководством учителя математики
- Плешаковой Ольги Владимировны
- 2010 год

Содержание

Из истории

- **Джон Не́пер** (1550—1617) — шотландский барон, математик, один из изобретателей логарифмов, первый публикатор логарифмических таблиц.

- В ходе тригонометрических расчётов, Неперу пришла в голову идея: заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии, при этом геометрическая будет исходной. Тогда и деление автоматически заменяется на неизмеримо более простое и надёжное вычитание.

- В современной записи модель Непера можно изобразить дифференциальным уравнением: *dx/x = -dy/M*, где M — масштабный множитель, введённый для того, чтобы значение получилось целым числом с нужным количеством знаков (десятичные дроби тогда ещё не нашли широкого применения). Непер взял M = 10000000.
- Строго говоря, Непер табулировал не ту функцию, которая сейчас называется логарифмом. Если обозначить его функцию LogNap(x), то она связана с натуральным логарифмом (*ln*) следующим образом:
- LogNap(x) = M * (ln(M) – ln(x))
- Очевидно, LogNap(M) = 0, то есть логарифм «полного синуса»есть нуль — этого и добивался Непер своим определением LogNap(0) = ∞
- Основное свойство логарифма Непера: если величины образуют геометрическую прогрессию, то их логарифмы образуют прогрессию арифметическую.

Определение логарифма

- $\mathrm{Log}_a b$
- Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени,в которую нужно возвести основаниеа,чтобы получить число b
- Пример $\log_2 8 = 3$

Свойства

- $a^{\log_a b} = b$ – основное логарифмическое тождество
- $\mathrm{Log}_a\, a = 1$
- $\mathrm{Log}_a\, 1 = 0$
- $\mathrm{Log}_a\, xy = \log_a x + \log_a y$
- $\mathrm{Log}_a\, x/y = \log_a x - \log_a y$
- $\mathrm{Log}_a\, x^p = p \log_a x$
- $\mathrm{Log}_{ak}\, b = 1/k \log_a b$
- $\mathrm{Log}_{aq}\, b^p = p/q \log_a b$
- $\mathrm{Log}_{ak}\, b^k = \log_a b$

Формула перехода

- $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

- Доказательство

- По правилу логарифмирования степени и основному логарифмическому тождеству получаем
- $\log_b x = \log_b (a^{\log_a x})$
- $\log_b x = \log_a x \log_b a$
- Разделив обе части полученного равенства на $\log_b a$, приходим к нужной формуле

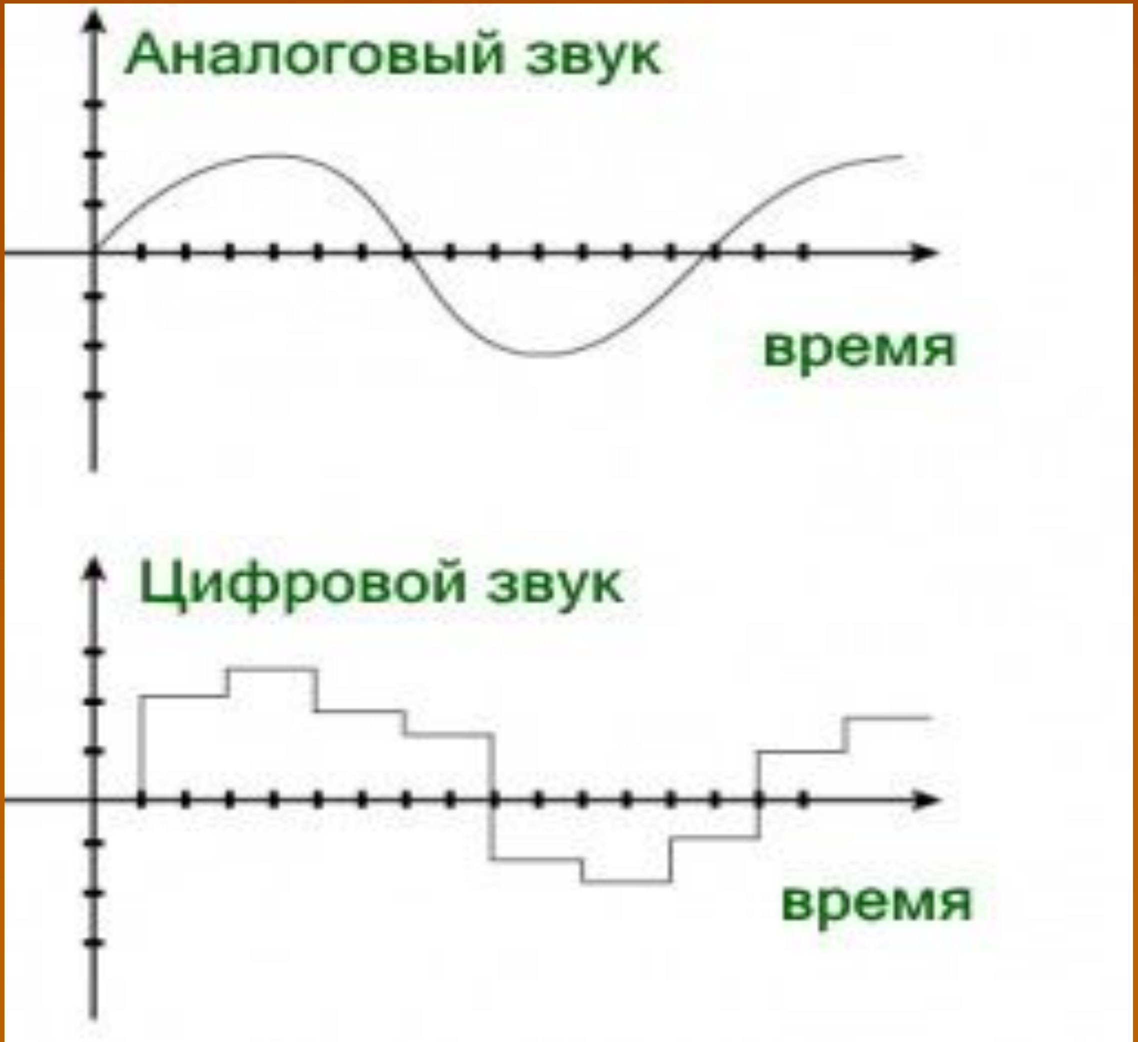
Вещественный логарифм

- Логарифм вещественного числа $\log_a b$ имеет смысл при $a>0$, a не равное 1, $b>0$
- Наиболее распространённые:
- десятичные(основание - 10)
- натуральные(основание e – число Эйлера)
- двоичные(основание – 2)

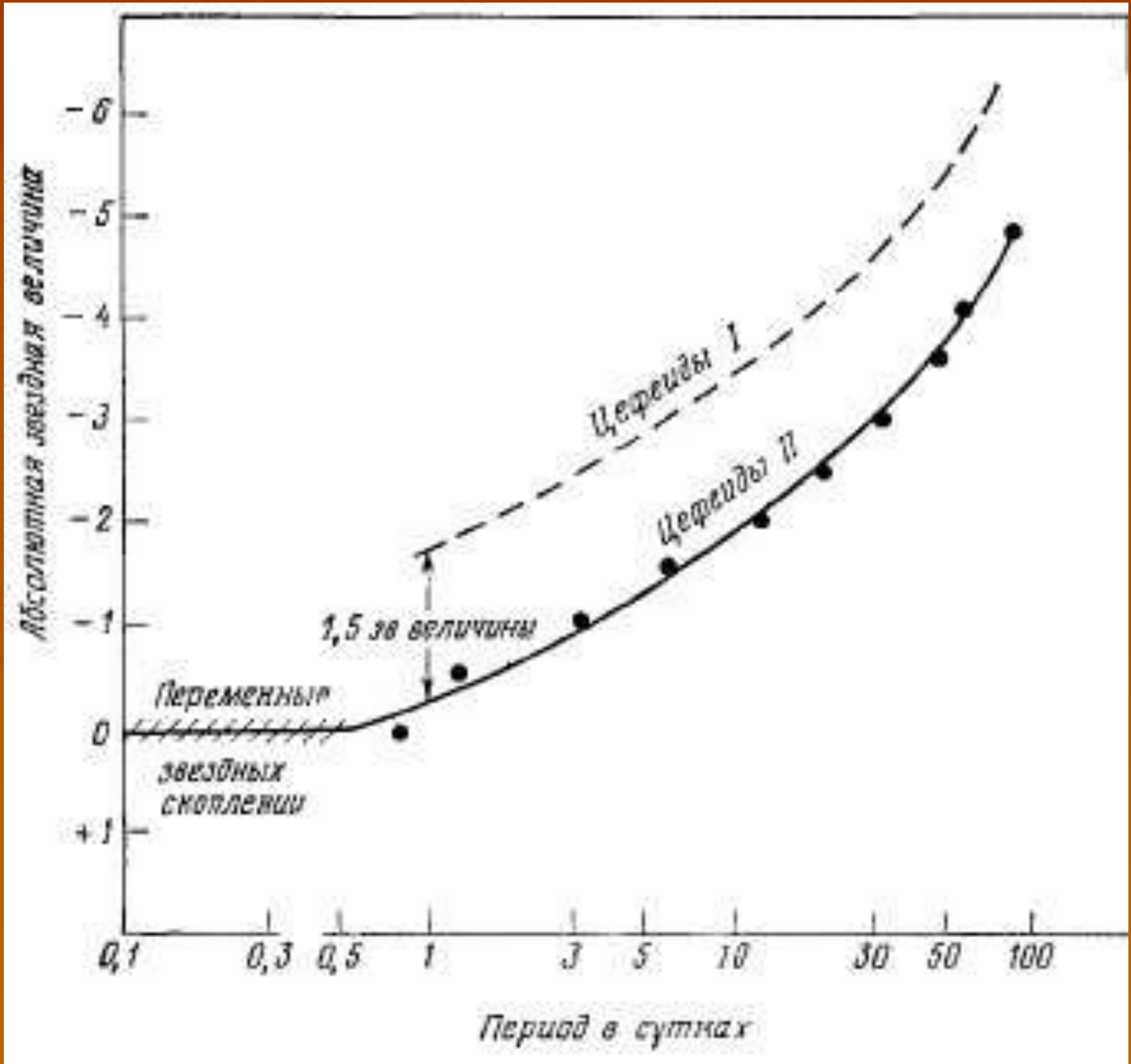
Десятичный логарифм

- Логарифмы по основанию 10 (обозначение: lg *a*) до изобретения калькуляторов широко применялись для вычислений.
- Неравномерная шкала десятичных логарифмов обычно наносится и на логарифмические линейки.

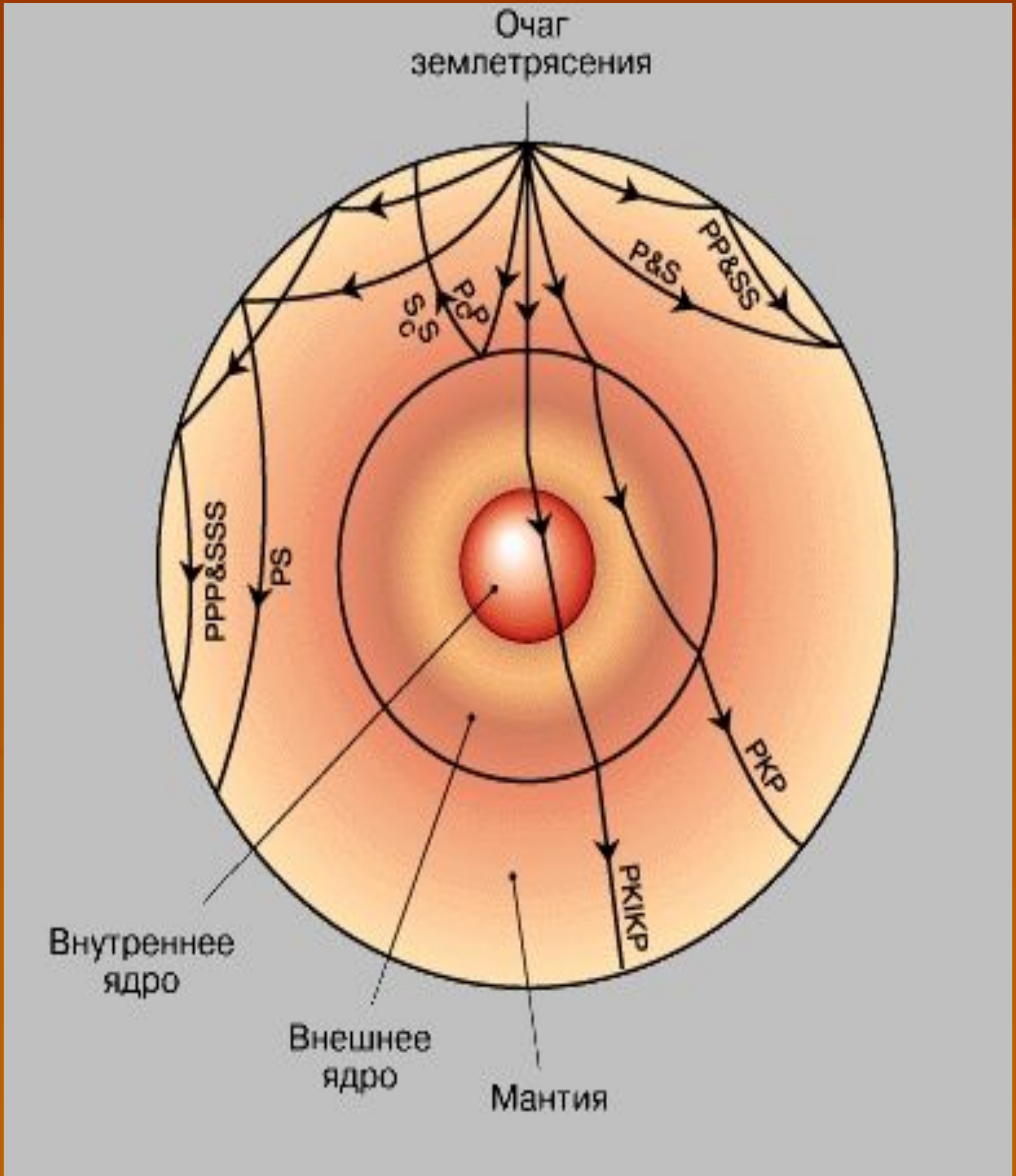
- Подобная шкала широко используется в различных областях науки, например:
- Физика — интенсивность звука (децибелы).



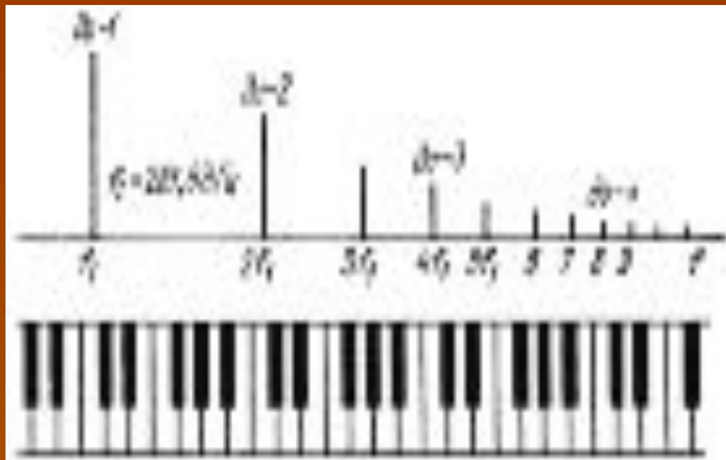
● Астрономия — шкала яркости звёзд



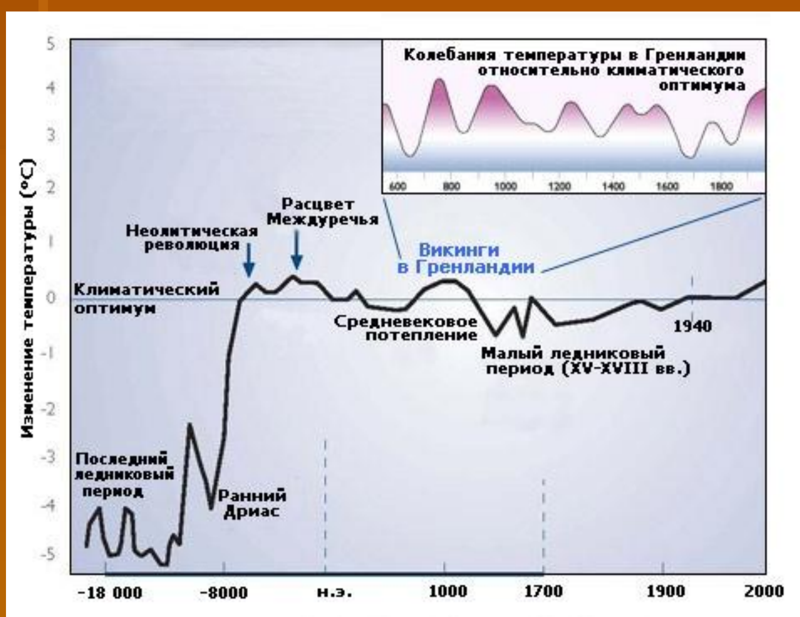
- Сейсмология — шкала Рихтера.



- Теория музыки — нотная шкала, по отношению к частотам нотных звуков.



- История — логарифмическая шкала времени.



- Химия — активность водородных ионов(pH)

- Логарифмическая шкала также широко применяется для выявления показателя степени в степенных зависимостях и коэффициента в показателе экспоненты. При этом график, построенный в логарифмическом масштабе по одной или двум осям, принимает вид прямой, более простой для исследования.

- Для рациональных чисел, отличных от 10k с целыми k, десятичные логарифмы суть трансцендентные числа, которые приближенно выражаются в десятичных дробях. Целую часть десятичного логарифма называют **характеристикой**, дробную - **мантиссой**.
- Так как lg(*10kN*) = k + ln*N*, то десятичные логарифмы чисел, отличающихся множителем 10k, имеют одинаковые мантиссы и различаются лишь характеристиками. Это свойство лежит в основе построения таблиц логарифмов, которые содержат лишь мантиссы логарифмов целых чисел.

Натуральный логарифм

- Логарифм по основанию *e* (*e* трансцендентное число, приближенно равное 2,718281828...) называется *натуральным логарифмом*.
- Натуральный логарифм числа *x* обозначается ln *x*.
- Натуральные логарифмы широко используются в математике, физике и инженерных расчетах.

Логарифмическая функция

- Логарифмической функцией называется функция вида $f(x) = \log_a x$, определённая при a>0 , x > 0

Источники

- http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0BE%D0%B3%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC
- http://logarithm.org.ua/
- Учебник «Алгебра и начало анализа» 10-11 класса (А.Н.Колмлгоров,А.М.Абрамов,Ю.П. Дудницын,Б.М.Ивлёв,С.И.Шварцбурд)