

Проект по теме ■

Логарифмы

- Работа выполнена учеником 11б класса МОУ Алексеевская СОШ
- Носовым Данилой
- Под руководством учителя математики
- Плешаковой Ольги Владимировны
- 2010 год

Содержание

- 1)Из истории
- 2)Определение логарифма
- 3)Свойства логарифмов
- 4)Виды логарифмов
- 5)Источники информации

Из истории

- **Джон Непер** (1550—1617) — шотландский барон, математик, один из изобретателей логарифмов, первый публикатор логарифмических таблиц.



- В ходе тригонометрических расчётов, Неперу пришла в голову идея: заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии, при этом геометрическая будет исходной. Тогда и деление автоматически заменяется на неизмеримо более простое и надёжное вычитание.

- В современной записи модель Непера можно изобразить дифференциальным уравнением: $dx/x = -dy/M$, где M — масштабный множитель, введённый для того, чтобы значение получилось целым числом с нужным количеством знаков (десятичные дроби тогда ещё не нашли широкого применения). Непер взял $M = 10000000$.
- Строго говоря, Непер табулировал не ту функцию, которая сейчас называется логарифмом. Если обозначить его функцию $\text{LogNap}(x)$, то она связана с натуральным логарифмом (\ln) следующим образом:
- $\text{LogNap}(x) = M * (\ln(M) - \ln(x))$
- Очевидно, $\text{LogNap}(M) = 0$, то есть логарифм «полного синуса» есть нуль — этого и добивался Непер своим определением $\text{LogNap}(0) = \infty$
- Основное свойство логарифма Непера: если величины образуют геометрическую прогрессию, то их логарифмы образуют прогрессию арифметическую.

Определение логарифма

- $\text{Log}_a b$
- Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b
- Пример $\log_2 8 = 3$

Свойства

- $a^{\log_a b} = b$ – основное логарифмическое тождество
- $\text{Log}_a a = 1$
- $\text{Log}_a 1 = 0$
- $\text{Log}_a xy = \log_a x + \log_a y$
- $\text{Log}_a x/y = \log_a x - \log_a y$
- $\text{Log}_a x^p = p \log_a x$
- $\text{Log}_{a^k} b = 1/k \log_a b$
- $\text{Log}_{a^q} b^p = p/q \log_a b$
- $\text{Log}_{a^k} b^k = \log_a b$

Формула перехода

- $\text{Log}_a x = \log_b x / \log_b a$
- Доказательство
- По правилу логарифмирования степени и основному логарифмическому тождеству получаем
- $\text{Log}_b x = \log_b (a^{\log_a x})$
- $\text{Log}_b x = \log_a x \log_b a$
- Разделив обе части полученного равенства на $\log_b a$, приходим к нужной формуле

Вещественный логарифм

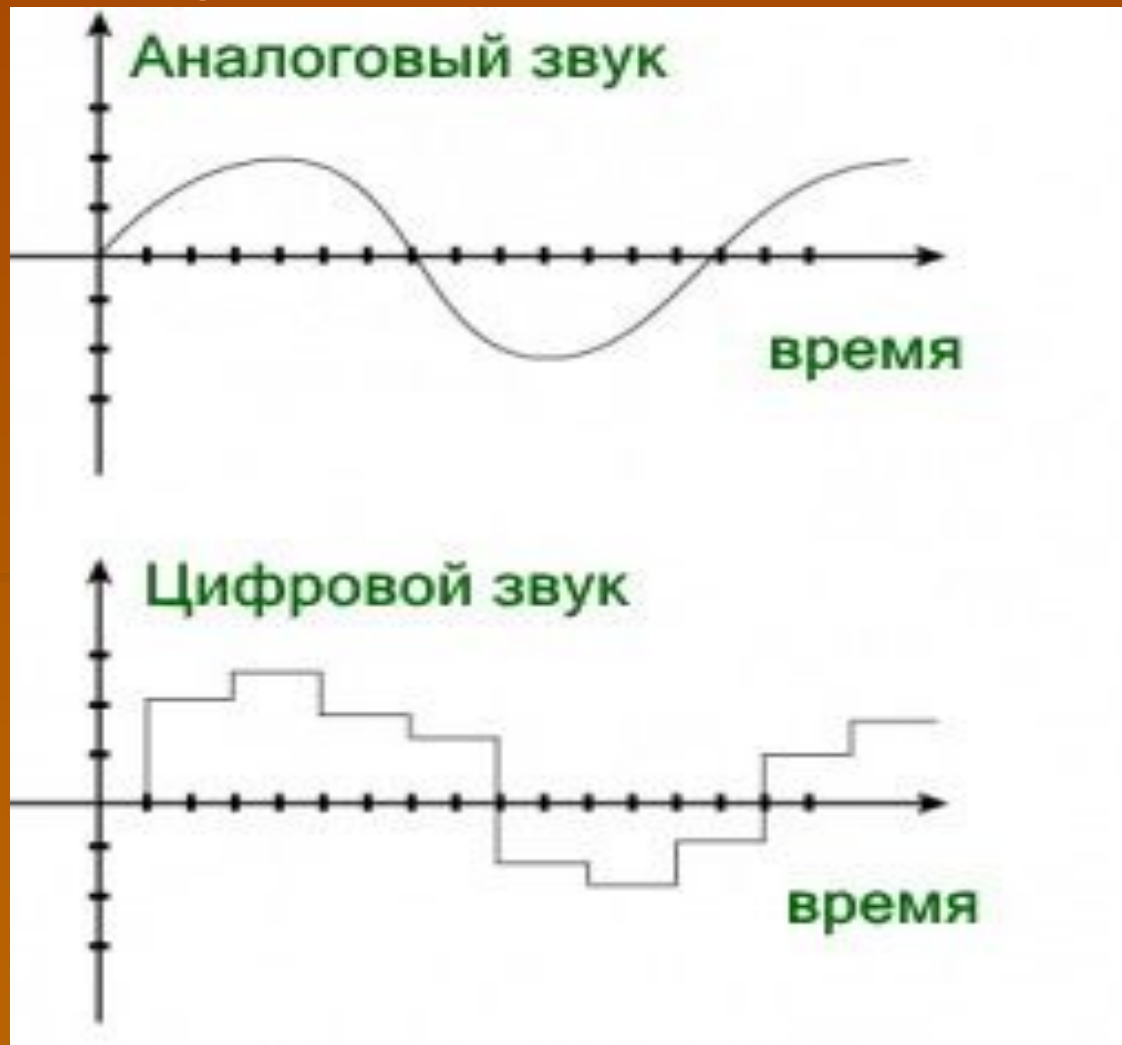
- Логарифм вещественного числа $\log_a b$ имеет смысл при $a > 0, a \neq 1, b > 0$
- Наиболее распространённые:
- десятичные (основание - 10)
- натуральные (основание e – число Эйлера)
- двоичные (основание – 2)

Десятичный логарифм

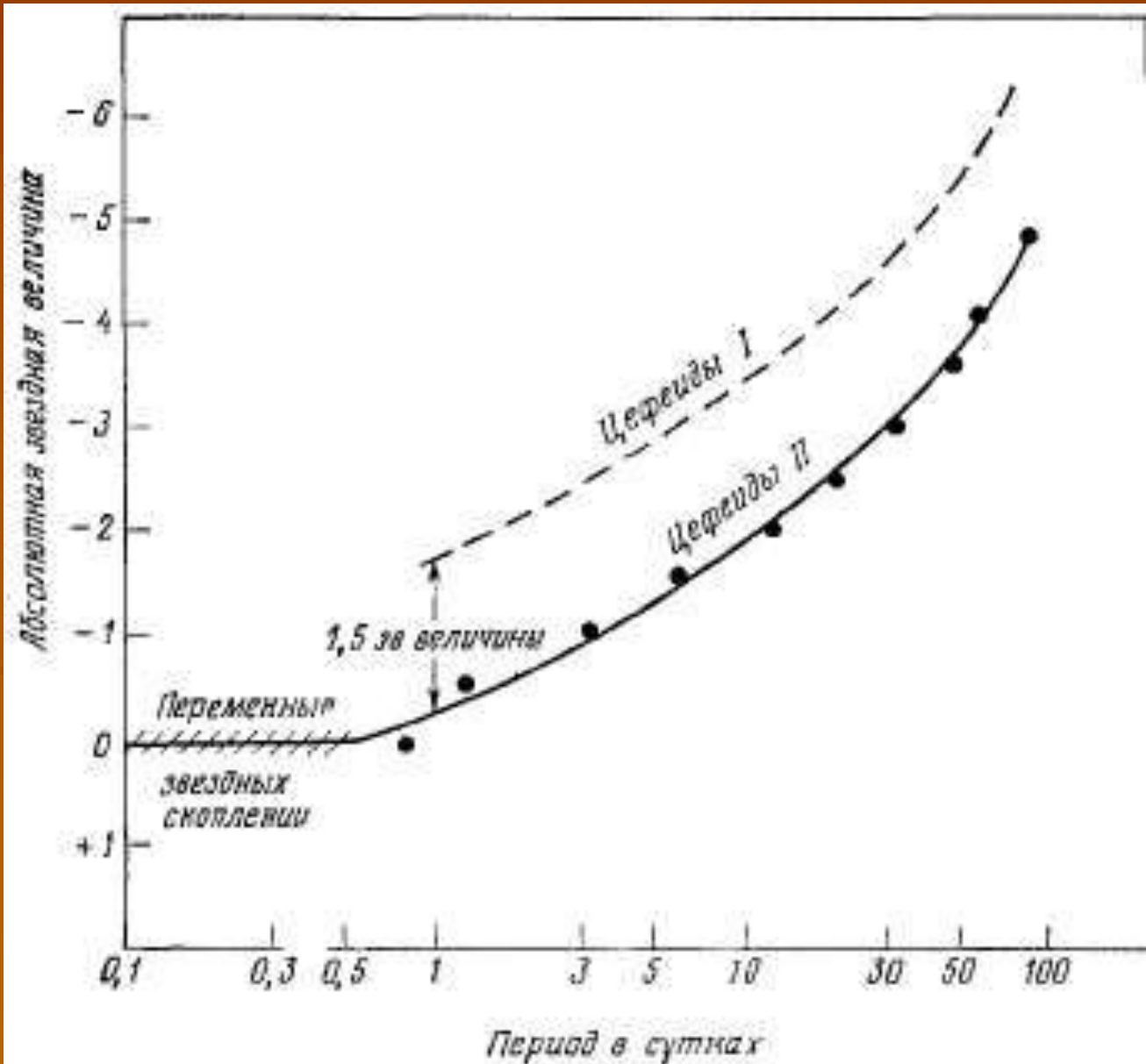
- Логарифмы по основанию 10 (обозначение: $\lg a$) до изобретения калькуляторов широко применялись для вычислений.
- Неравномерная шкала десятичных логарифмов обычно наносится и на логарифмические линейки.



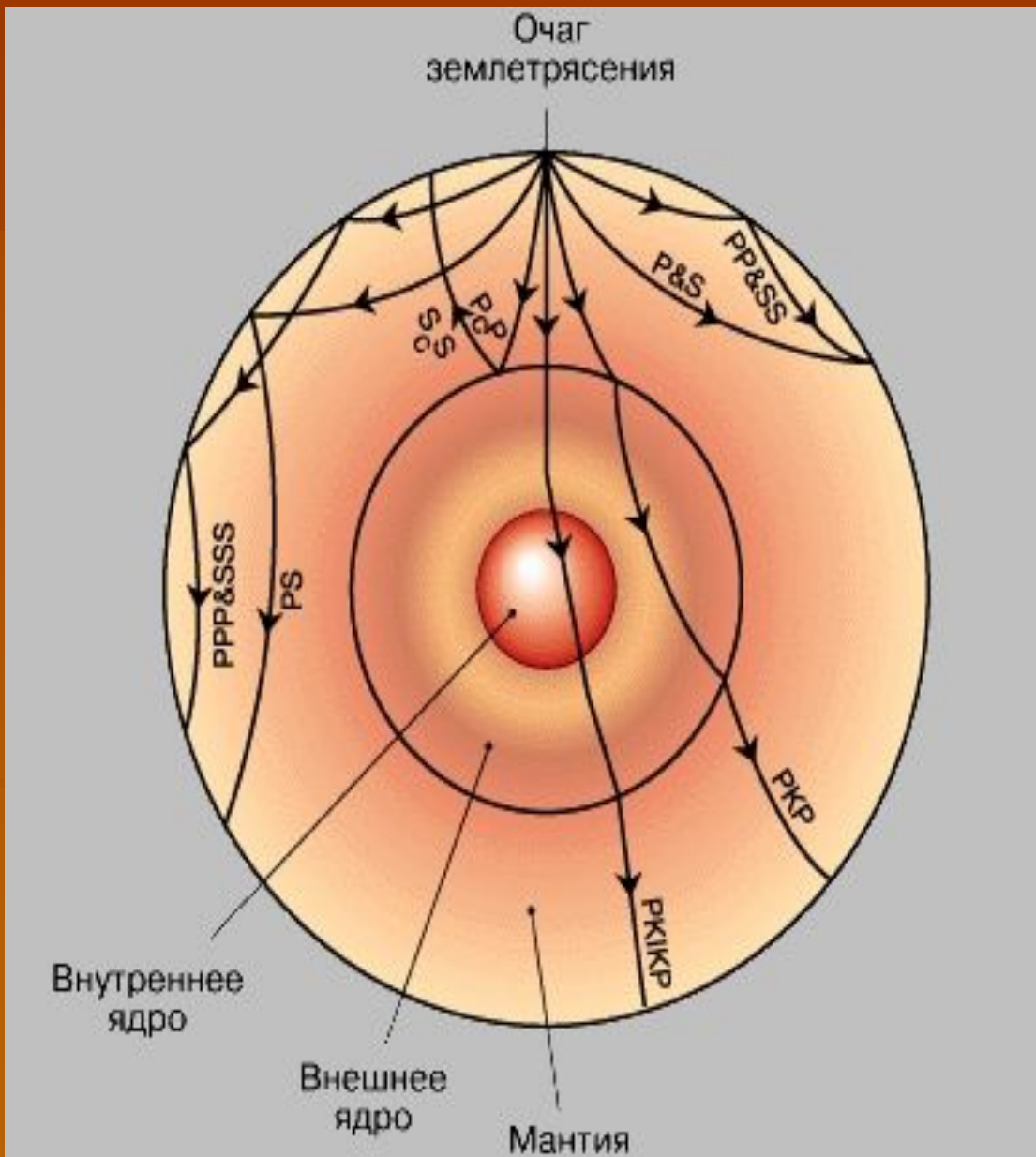
- Подобная шкала широко используется в различных областях науки, например:
- Физика — интенсивность звука (децибелы).



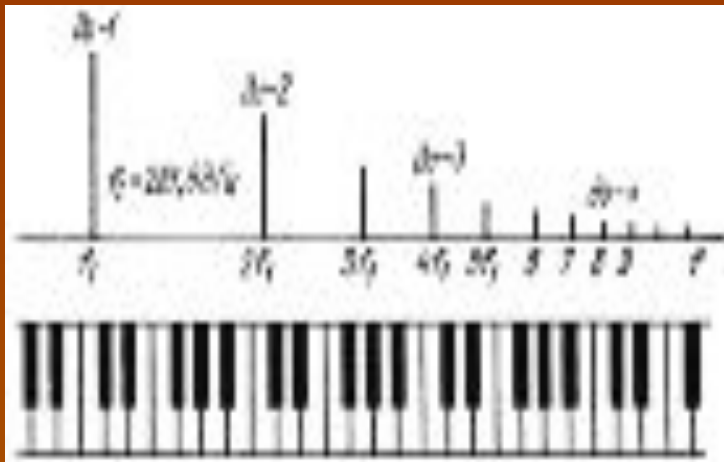
- Астрономия — шкала яркости звёзд



- Сейсмология — шкала Рихтера.



- Теория музыки — нотная шкала, по отношению к частотам нотных звуков.



- История — логарифмическая шкала времени.



- Химия — активность водородных ионов (pH)



- Логарифмическая шкала также широко применяется для выявления показателя степени в степенных зависимостях и коэффициента в показателе экспоненты. При этом график, построенный в логарифмическом масштабе по одной или двум осям, принимает вид прямой, более простой для исследования.

- Для рациональных чисел, отличных от 10^k с целыми k , десятичные логарифмы суть трансцендентные числа, которые приближенно выражаются в десятичных дробях. Целую часть десятичного логарифма называют **характеристикой**, дробную - **мантиссой**.
- Так как $\lg(10^k N) = k + \lg N$, то десятичные логарифмы чисел, отличающихся множителем 10^k , имеют одинаковые мантиссы и различаются лишь характеристиками. Это свойство лежит в основе построения таблиц логарифмов, которые содержат лишь мантиссы логарифмов целых чисел.

Натуральный логарифм

- Логарифм по основанию e (e трансцендентное число, приближенно равное 2,718281828...) называется *натуральным логарифмом*.
- Натуральный логарифм числа x обозначается $\ln x$.
- Натуральные логарифмы широко используются в математике, физике и инженерных расчетах.

Логарифмическая функция

- Логарифмической функцией называется функция вида $f(x) = \log_a x$, определённая при $a > 0$, $x > 0$

Источники

- <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%BE%D0%B3%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC>
- <http://logarithm.org.ua/>
- Учебник «Алгебра и начало анализа» 10-11 класса (А.Н.Колмлгоров, А.М.Абрамов, Ю.П.Дудницын, Б.М.Ивлёв, С.И.Шварцбурд)