Единственное средство улучшить наши умозаключения состоит в том, чтобы сделать их столь же наглядными, как и у математиков, - такими, что их ошибочность можно было бы увидеть глазами, и если между людьми возникают разногласия, достаточно было бы только сказать «Вычислим!», чтобы без дальнейших околичностей стало ясно, кто прав.

Г.В.Лейбниц

Математическая логика

Логика-это наука, изучающая формы и законы мышления, закономерности мыслительного процесса.

Логика высказываний- раздел логики, в котором вопрос об истинности или ложности высказываний рассматривается и решается на основе изучения способа построения высказываний из элементарных с помощью логических связок.

Высказывания. Классификация высказываний.

Высказыванием называется всякое утверждение (повествовательное предложение), про которое всегда определённо и объективно можно сказать, является ли оно истинным или ложным.

Высказывания:

1. Абсолютно истинные
2. Абсолютно ложные

логические константы

Высказывания обозначаются заглавными латинскими буквами: A, B, C и т. д.

A – «Волга впадает в Каспийское море» A=1

B – «3 больше 5» B=0

Высказывания, которые нельзя разбить на еще более мелкие, называются **простыми**, а сконструированные при помощи логических связок – **сложными.**

Определение логических операций

Операция отрицания

(операция “не”)

Операция отрицания
 делает истинное
высказывание
ложным и ,наоборот,
ложное – истинным.

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Дизъюнкция высказываний

Соответствует ***«или».*** Обозначается $\boldsymbol{A \vee B}$.

«Грабеж может быть совершен с применением физического *или* психического насилия».

Дизъюнкция $A \vee B$ – сложное высказывание, которое ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B одновременно ложны.

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Конъюнкция высказываний

Соответствует ***«и».*** Обозначается $\boldsymbol{A \wedge B}$.

«Это преступление наказывается лишением свободы *и* конфискацией имущества».

Конъюнкция $A \wedge B$ – сложное высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания *A* и *B* одновременно истинны.

A	***B***	$A \wedge B$
1	**1**	**1**
1	**0**	**0**
0	**1**	**0**
0	**0**	**0**

Импликация высказываний

Соответствует **объединению двух высказываний с помощью союза «если …, то …»** Обозначается **А→В**.«*Если* банк отказывает в принятии документов ..., *то* он обязан незамедлительно проинформировать об этом получателя средств».

Импликация высказываний А и В ($A \rightarrow B$) – сложное высказывание, которое истинно всегда, кроме случая когда A – истинно, а B – ложно.

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Эквивалентность высказываний

Читается: "*А эквивалентно В*". Обозначается $\boldsymbol{A} \leftrightarrow \boldsymbol{B}$.
«Деяние кража *равносильно* тайному хищению чужого имущества».

Эквивалентность высказываний *А* и *В* (***А***↔***В***) – сложное высказывание, которое истинно, когда *А* и В одновременно либо истинны– истинно, или ложны и ложно во всех других случаях.

A	*B*	*A*↔*B*
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Моделирование логической структуры правовой нормы

Логическая структура правовой нормы:

$$N = ((J \to D) \wedge (J \wedge \overline{D})) \to S,$$

где **J**- условие действия нормы права; **D**- правовое предписание; **S**- санкция.

Структура норм уголовного права:

$$(P \equiv Q) \to S$$

P-конкретный состав преступления; **Q**-совокупность признаков этого состава; **S**-санкция, установленная за совершение определённого преступления.

Логические формулы. Таблицы истинности.

$A \to B \vee C$;

$(A \leftrightarrow \overline{A} \vee \overline{B}) \to \overline{B} \wedge \overline{A}$ и т.д.

Такие высказывания называются логическими формулами или булевыми функциями , а входящие в них простые высказывания- логическими переменными. Символы ¬ , ^ , ∨ , → , ↔ называют логическими связками.

Таблица истинности - перебор всех возможных комбинаций значений простых высказываний, из которых состоит сложное, и указание соответствующих значений сложного высказывания.

Равносильные логические формулы.

Две логические формулы называются **равносильными**, если при любых значениях входящих в них логических переменных эти формулы принимают одинаковые значения.

Равносильность формул обозначается с помощью знака $\equiv$: $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$.

Понятие тавтологии. Законы логики.

Если формула принимает значение «истина», то есть 1, при любых значениях входящих в неё логических переменных, то такая логическая формула называется **тождественно истинная** или **тавтология**.

Факт, что высказывание А является тавтологией, обозначается так |=А.

Сложное высказывание называется **тождественно ложным,** если оно принимает значение «ложь» при любых значениях входящих в него простых высказываний. То есть, если |=А, то $\overline{A}$ - тождественно ложно.

1.Закон силлогизма

$\models [(A \to B) \wedge (B \to C)] \to (A \to C).$

Если из высказывания А следует В , а из высказывания В следует С, то можно заключить, что из А следует С.

2.Modus ponens.

$\models [A \wedge (A \to B)] \to B.$

Если А – истинно и из А следует В, то В также будет истинно.

3. Закон контрапозиции.

$\models (A \to B) \leftrightarrow (\overline{B} \to \overline{A}).$

Следование из высказывания А высказывания В равносильно тому, что из не В следует не А.

4.Закон исключения третьего.

$\models A \vee \overline{A}.$

Для любого высказывания А или само высказывание А истинно, или его отрицание.

5.Закон противоречия.

$\models \overline{A \wedge \overline{A}}.$

Для любого высказывания А неверно, что одновременно истинны и само А, и его отрицание (не А).

6.Закон двойного отрицания.

$\models \overline{\overline{A}} \leftrightarrow A.$

Отрицание от отрицания равносильно самому высказыванию.