

# Математика

## В ЖИЗНИ



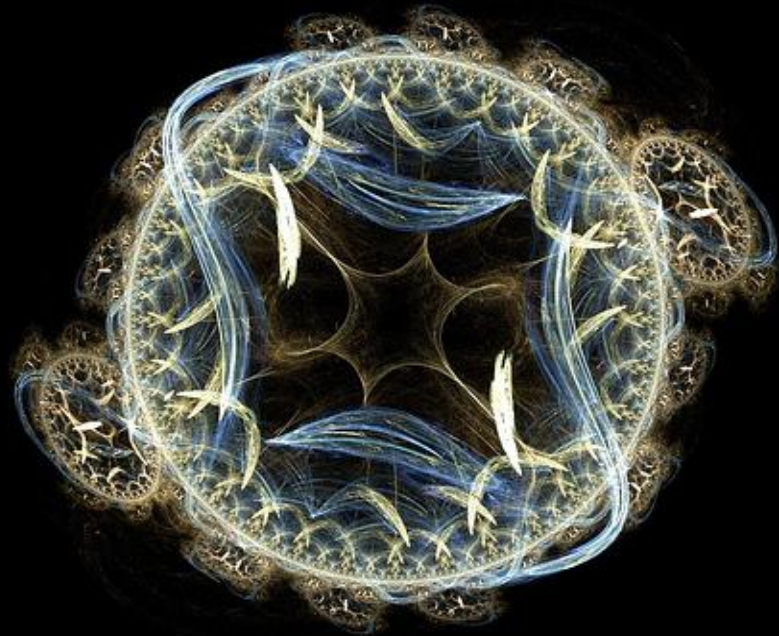
# Математика в жизни. Фракталы.

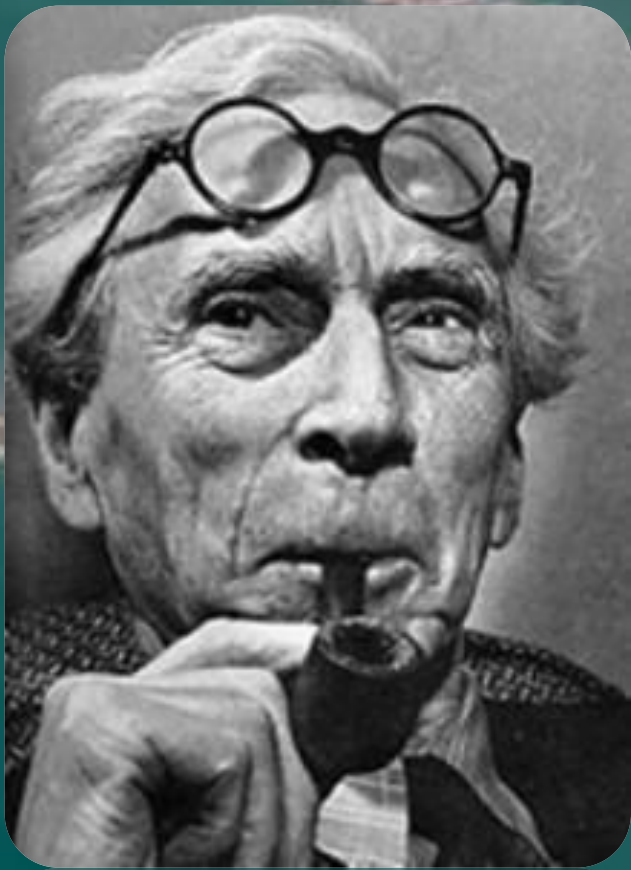
МБОУ  
Суховская  
СОШ

11 класс

Учитель физики  
Пучкова С.А.







*Математика,  
если на нее правильно  
посмотреть,  
отражает не только  
истину,  
но и несравненную  
красоту.*

**Бертран Рассел**

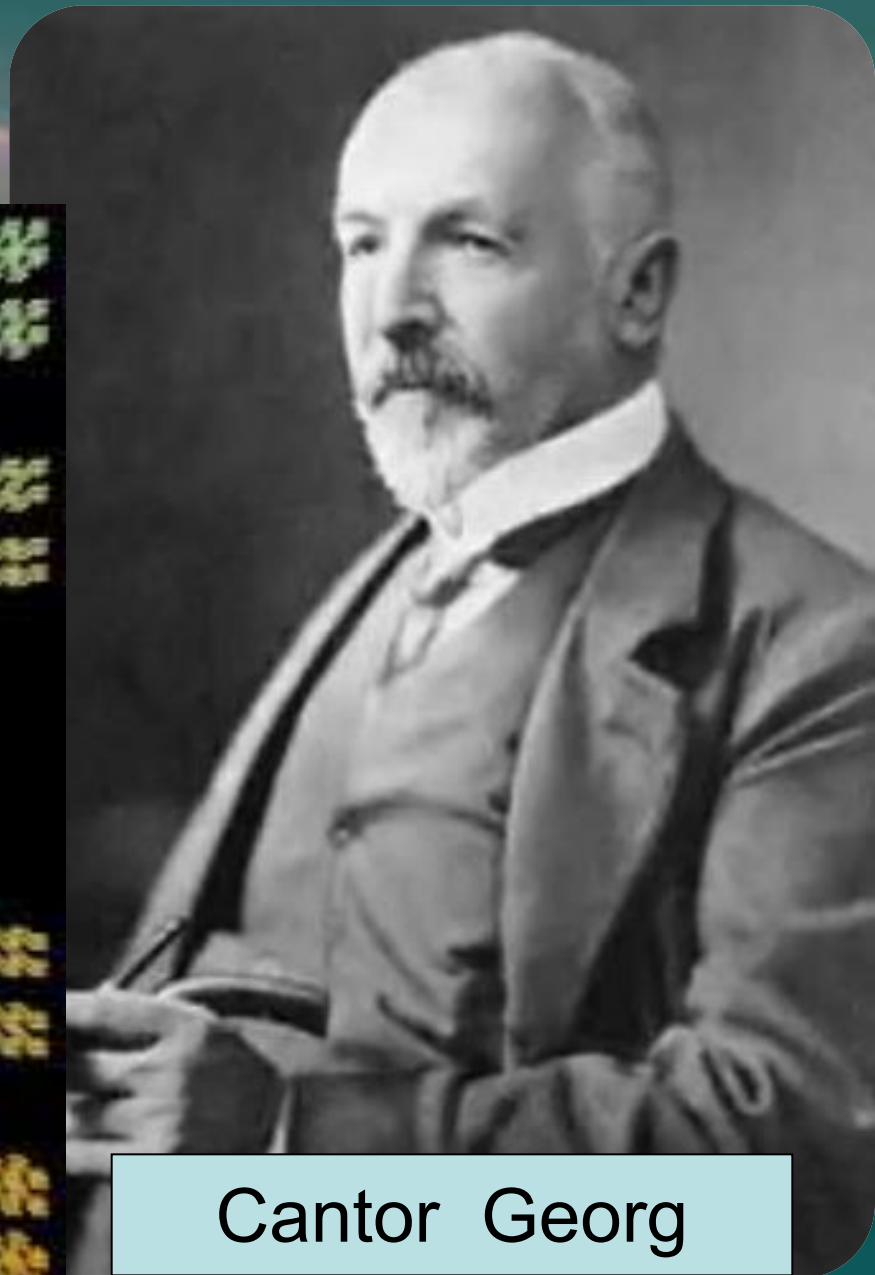




# История

## появления

Первые идеи фрактальной



Cantor Georg

Пеано нарисовал особый вид  
линии.

Для ее рисования Пеано использовал  
следующий алгоритм.

На первом шаге он брал прямую линию  
и заменял ее на 9 отрезков длиной  
в 3 раза меньшей, чем длина исходной  
линии

(Часть 1 и 2 рисунка 1).

Далее он делал то же самое с  
каждым отрезком получившейся  
линии. И так до бесконечности.



Peano





# Отец фракталов



Benoît  
Mandelbrot

Вплоть до 20 века шло накопление данных о таких странных объектах, без какой либо попытки их систематизировать. Так было, пока за них не взялся **Бенуа Мандельброт** – отец современной фрактальной геометрии и слова фрактал. Работая в IBM математическим аналитиком, он изучал шумы в электронных схемах, которые невозможно было описать с помощью статистики. Постепенно сопоставив факты, он пришел к открытию нового направления в математике – **фрактальной геометрии.**



Этот ученый стал знаменит благодаря основанию и дальнейшим исследованиям фрактальной геометрии. В 1993 году он стал лауреатом премии Вольфа по физике.

Бенуа Мандельброт был рожден в 1924 году в Варшаве. В 1936 году его семья уезжает в Париж, где юный Бенуа попадает под влияние своего дяди Шолема Мандельбройта, бывшего известным математиком, входящим в группу математиков с общим псевдонимом «Николя Бурбаки».



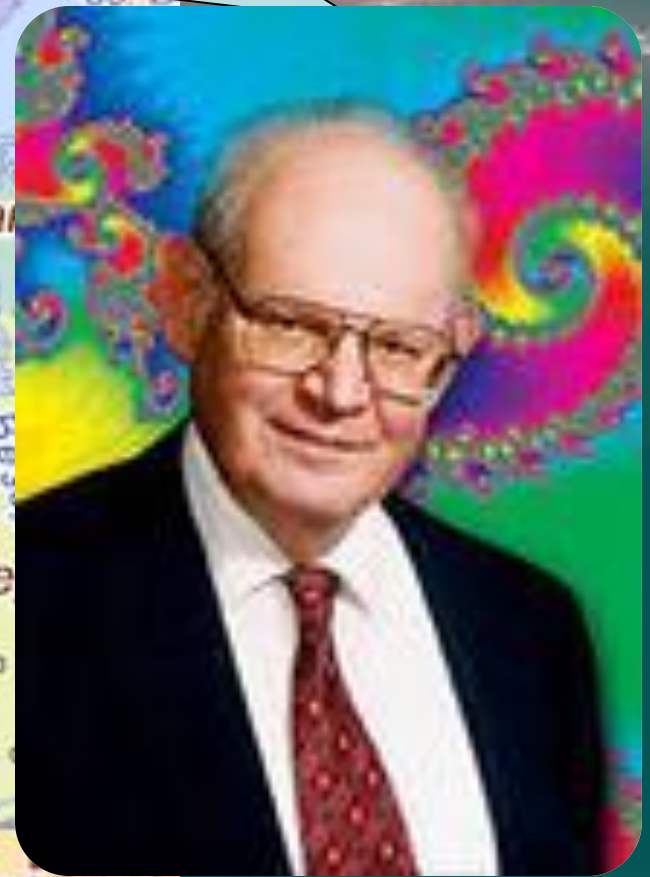
# Что же такое фрактал ?

Одно из определений фрактала – это **геометрическая фигура**, состоящая из частей и которая может быть поделена на части, каждая из которых будет представлять уменьшенную копию целого (по крайней мере, приблизительно)





Б.Мандельброт "The Fractal Geometry of Nature"  
("Фрактальная геометрия природы") ставший  
классическим пример - "Какова длина берега  
Британии?"

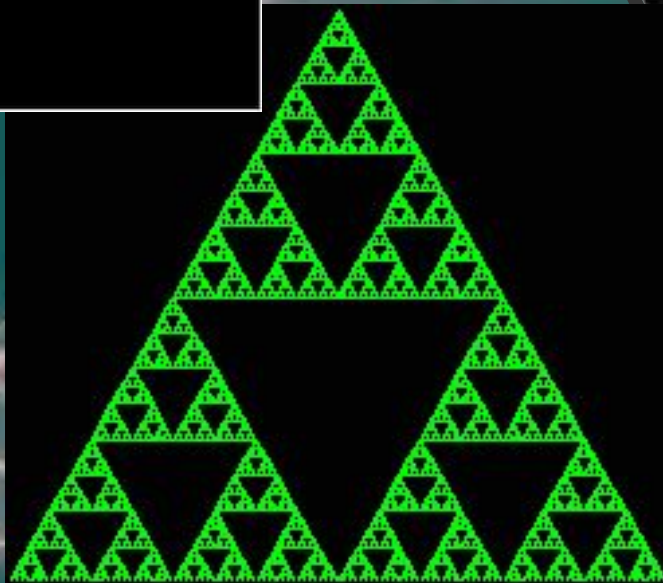
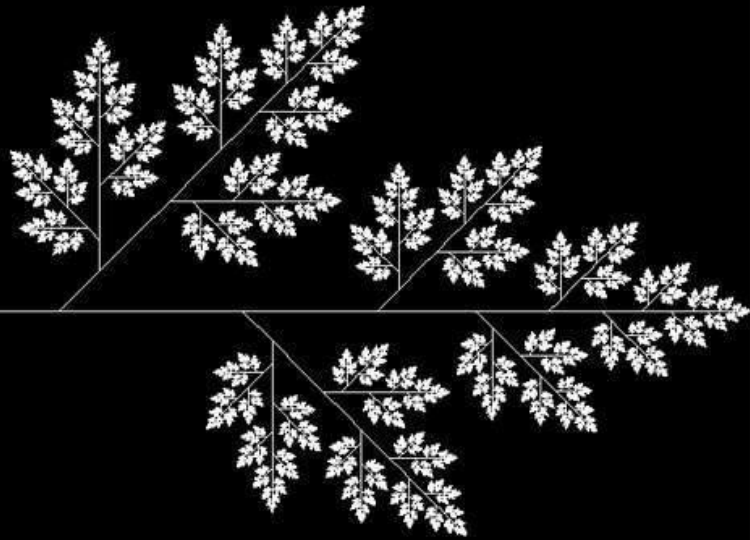


# Фракталы делятся на группы

- геометрические фракталы
- алгебраические фракталы
- системы итерируемых функций
- стохастические фракталы

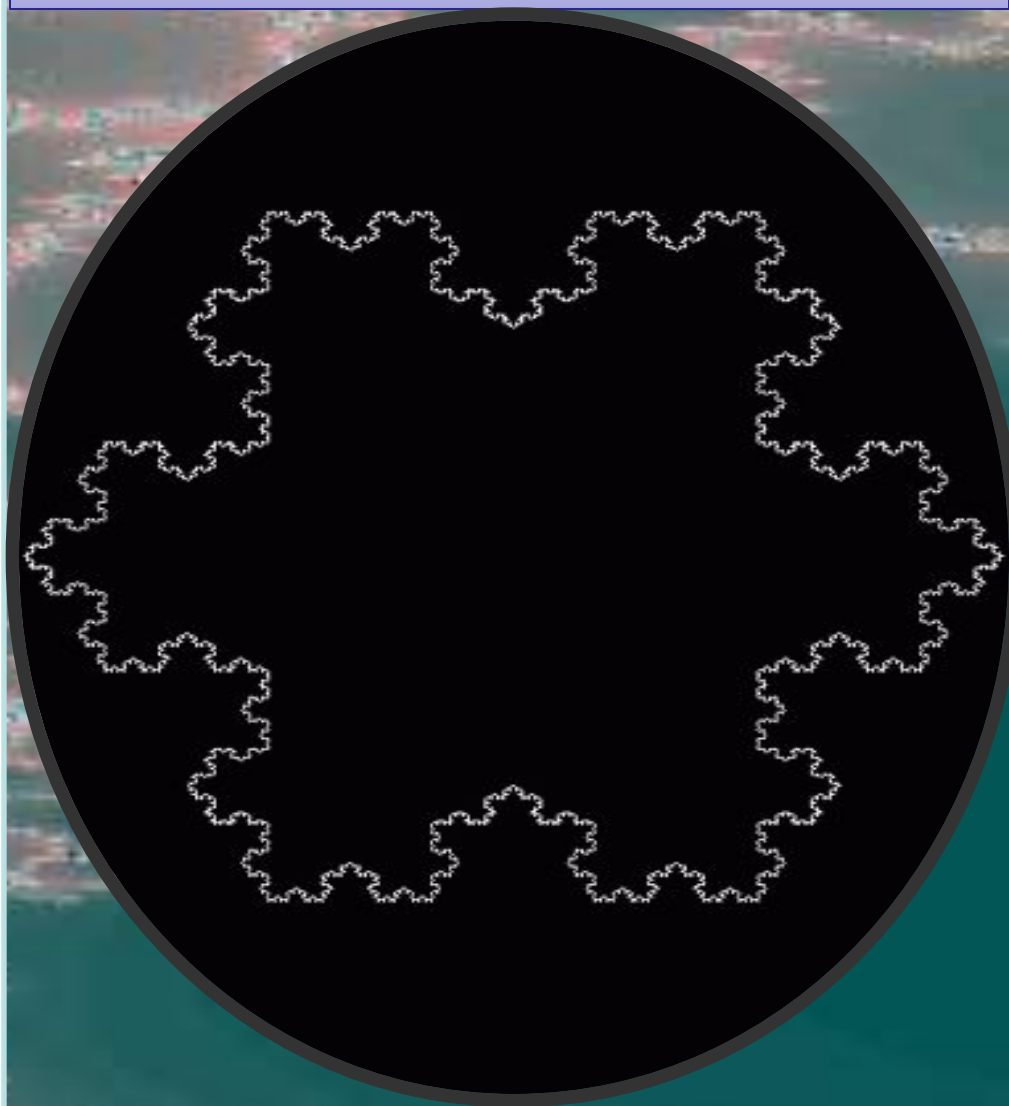


# Геометрические фракталы

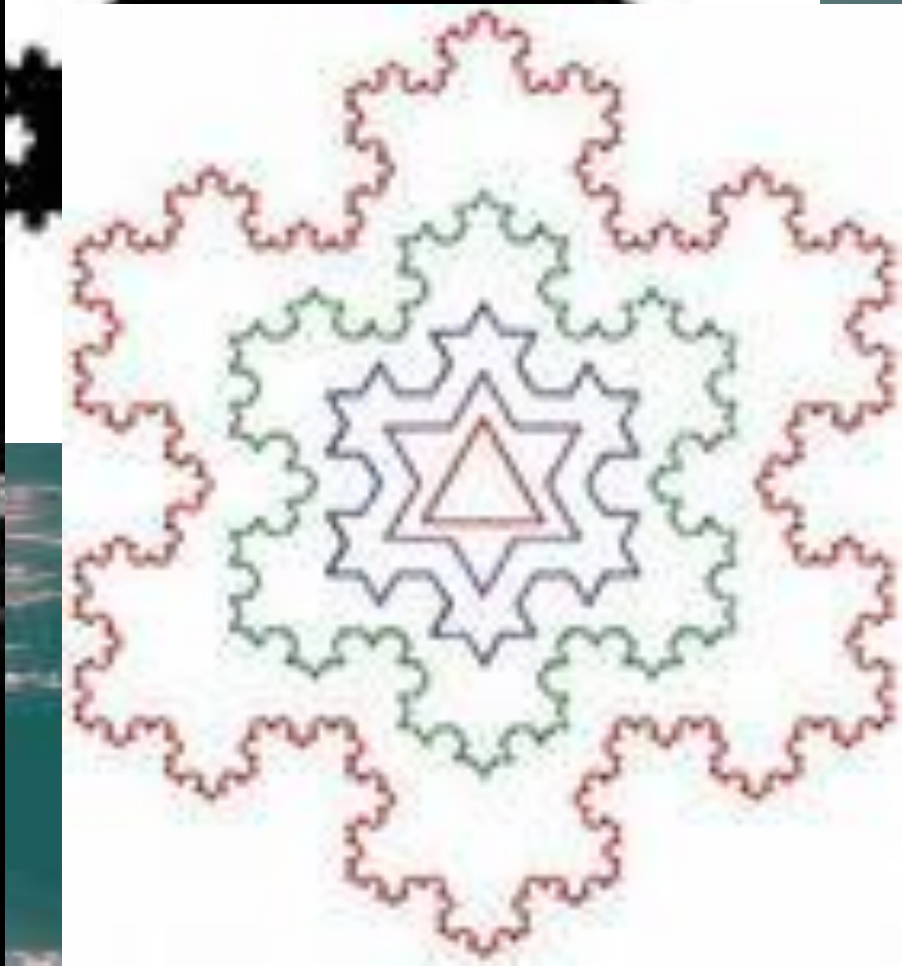
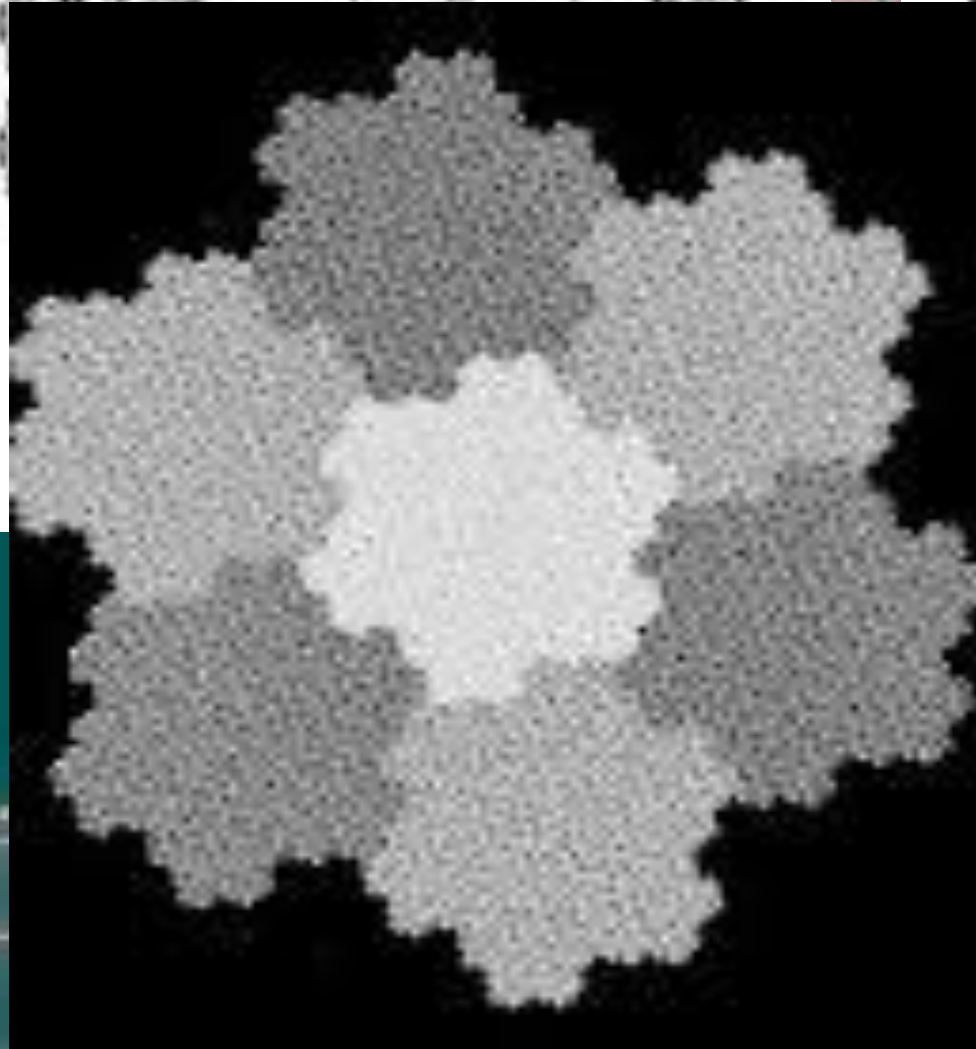


# Снежинка Коха

- Из геометрических фракталов очень интересным и довольно знаменитым является первый - снежинка Коха. Строится она на основе равностороннего треугольника. Каждая линия которого заменяется на 4 линии каждой длиной в  $1/3$  исходной  $\_ \Delta \_$ . Таким образом, с каждой итерацией длина кривой увеличивается на треть. И если мы сделаем бесконечное число итераций - получим фрактал - снежинку Коха бесконечной длины. Получается, что наша бесконечная кривая покрывает ограниченную площадь

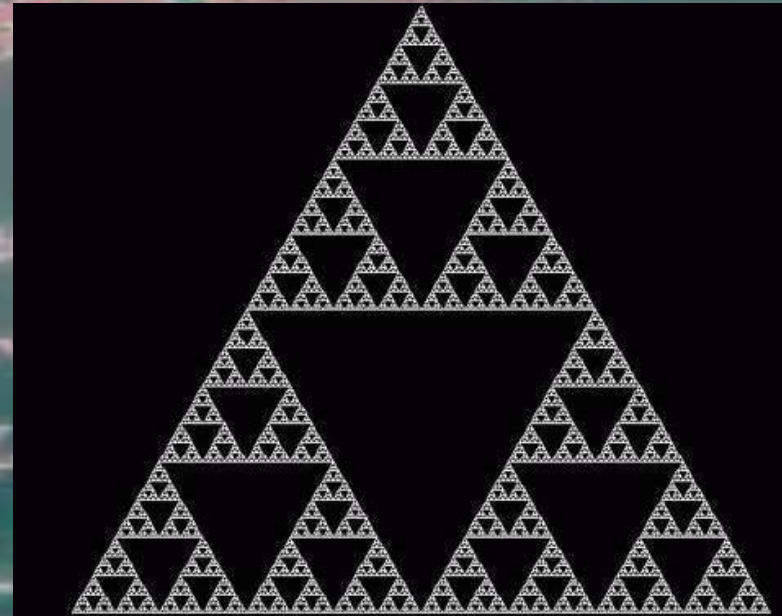




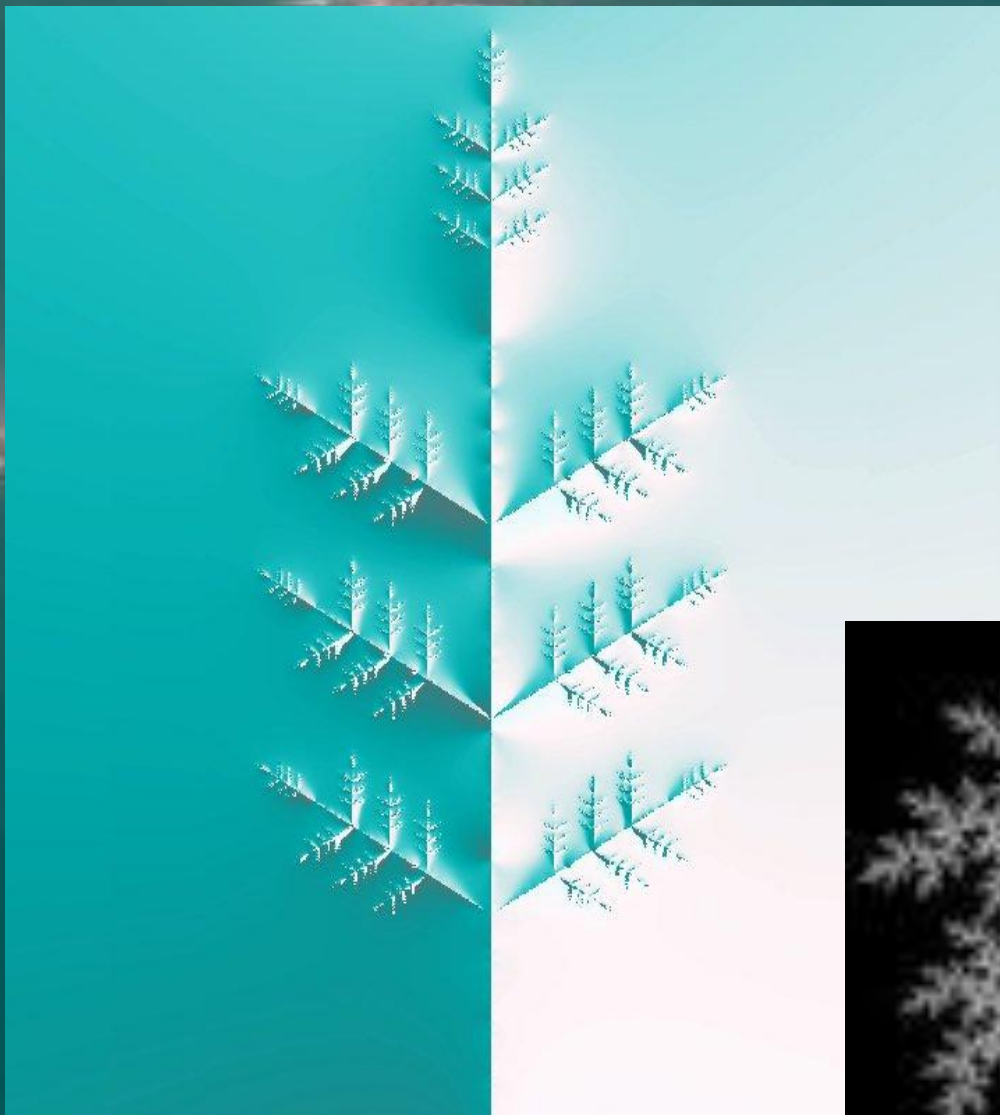


# Треугольник Серпинского

Для построения из центра равностороннего треугольника "вырежем" треугольник. Повторим эту же процедуру для трех образовавшихся треугольников (за исключением центрального) и так до бесконечности. Если мы теперь возьмем любой из образовавшихся треугольников и увеличим его - получим точную копию целого. В данном случае мы имеем дело с полным самоподобием.



# Лист





# Алгебраические фракталы

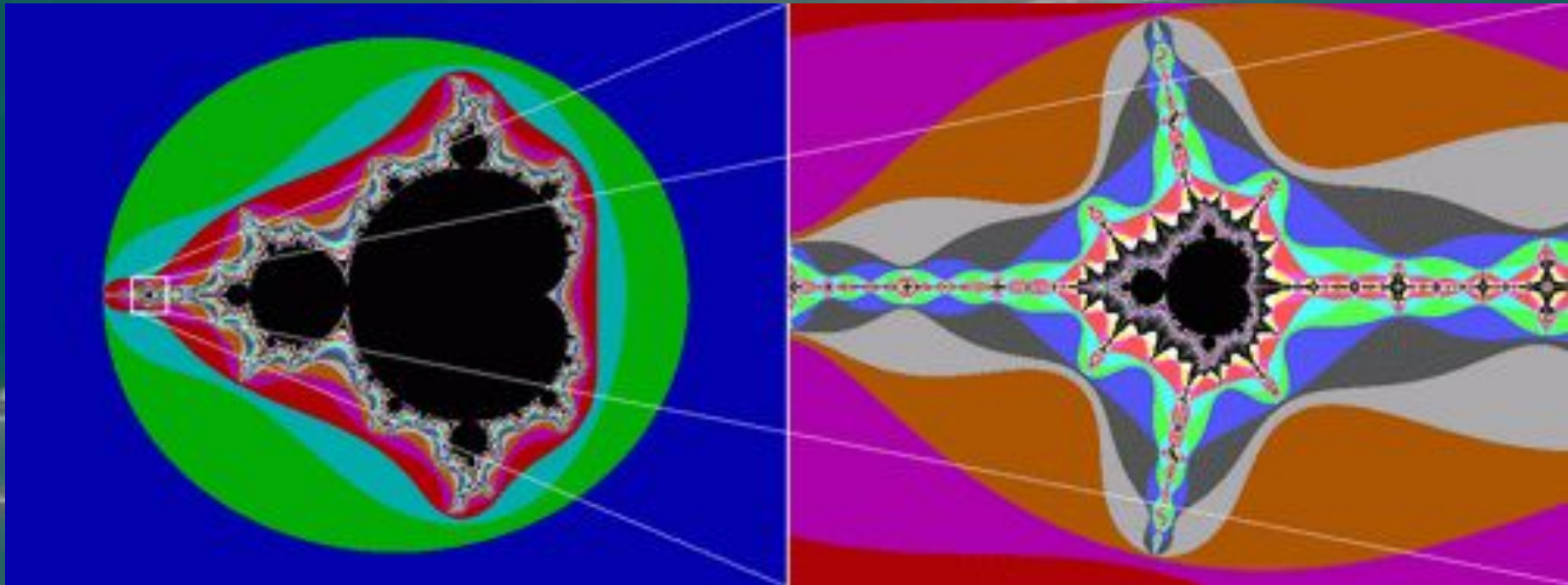
1. Свое название они получили за то, что их строят, на основе алгебраических формул иногда весьма простых.
2. Методов получения алгебраических фракталов несколько. Один из методов представляет собой многократный (итерационный) расчет функции  $Z_{n+1}=f(Z_n)$ , где  $Z$  - комплексное число, а  $f$  некая функция. Расчет данной функции продолжается до выполнения определенного условия. И когда это условие выполнится - на экран выводится точка. При этом значения функции для разных точек комплексной плоскости может иметь разное поведение:
  - С течением времени стремится к бесконечности.
  - Стремится к 0
  - Принимает несколько фиксированных значений и не выходит за их пределы.
  - Поведение хаотично, без каких либо тенденций.

# Множество Мандельброта

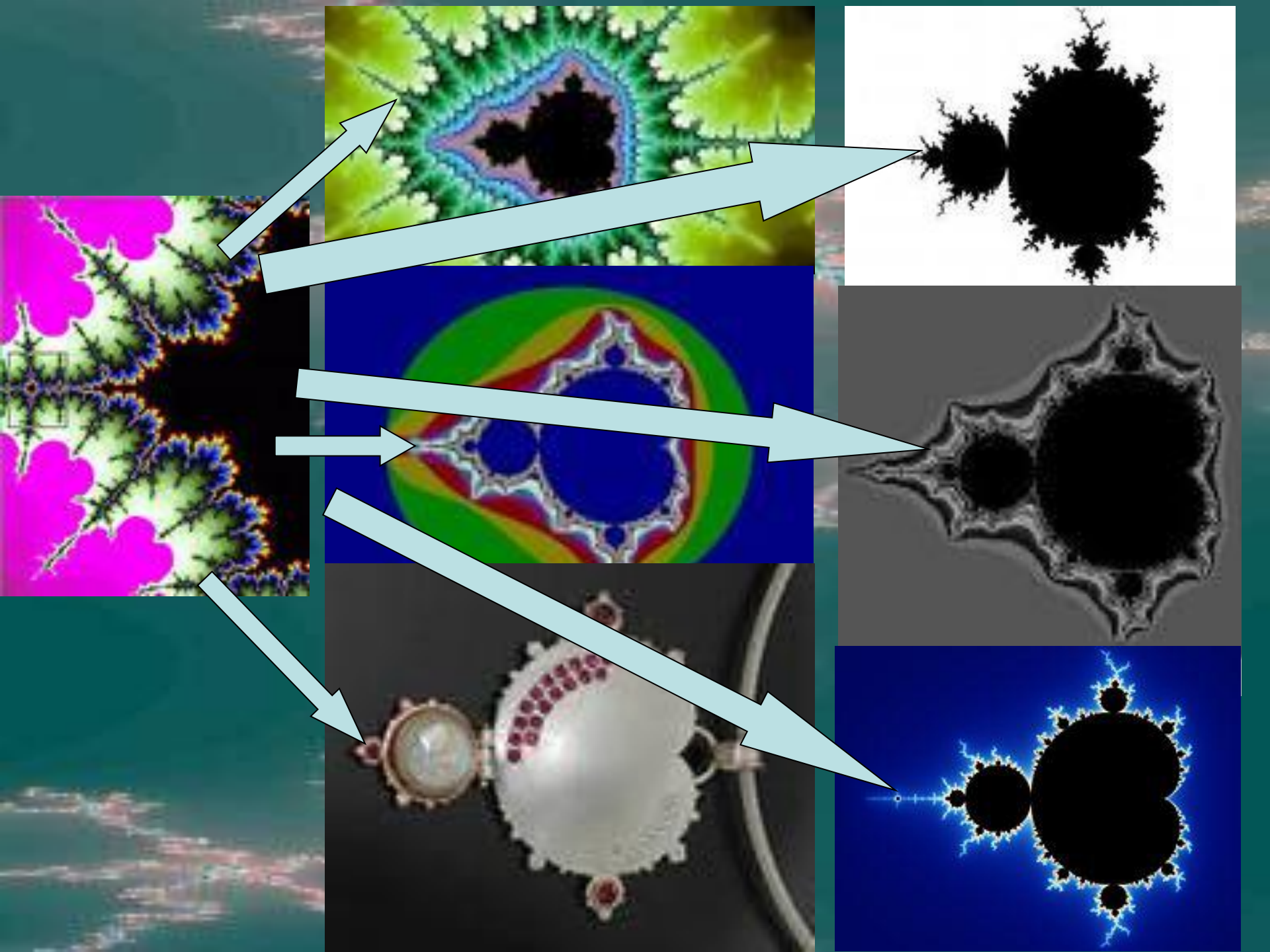
- Для его построения нам необходимы комплексные числа. Комплексное число - это число, состоящее из двух частей - действительной и мнимой, и обозначается оно  **$a+bi$** . Действительная часть  **$a$**  это обычное число в нашем представлении, а вот мнимая часть  **$bi$**  интересней,  **$i$**  - называют мнимой единицей. Почему мнимой? А потому, что если мы возведем  $i$  в квадрат, то получим  $-1$ .
- Комплексные числа можно складывать, вычитать, умножать, делить, возводить в степень и извлекать корень, нельзя только их сравнивать. Комплексное число можно изобразить как точку на плоскости, у которой координата X- это действительная часть  **$a$** , а Y- это коэффициент при мнимой части  **$b$** .
- Функционально множество Мандельброта определяется как  **$Z_{n+1}=Z_n*Z_n+C$** .

# Все множество Мандельброта в полной красе у нас перед глазами

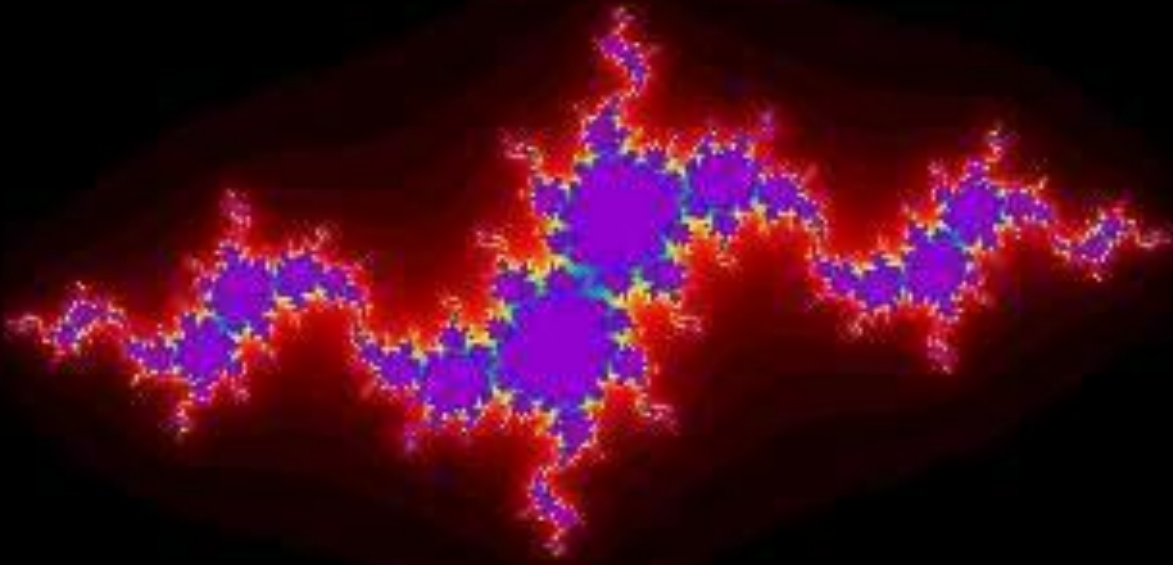
- Справа - небольшой участок множества Мандельброта, увеличенное до размеров предыдущего рисунка.





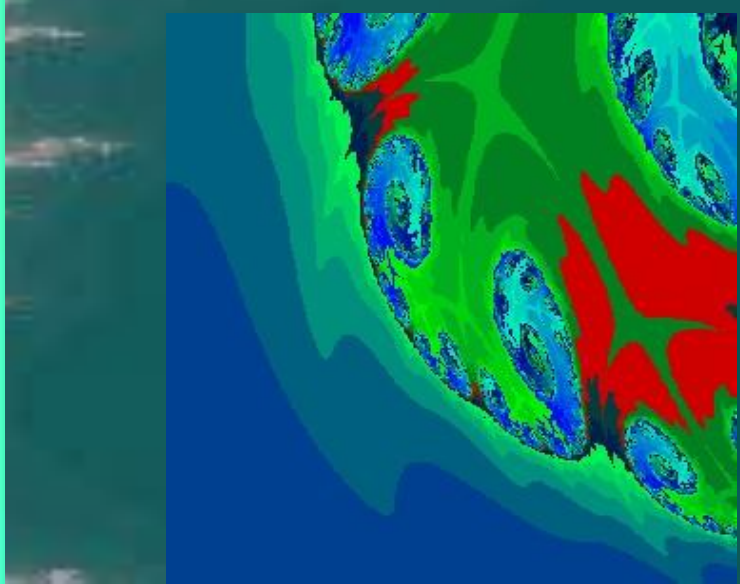
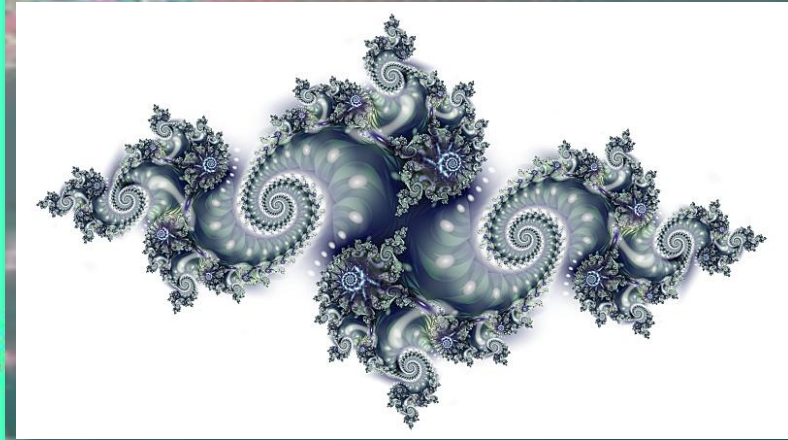
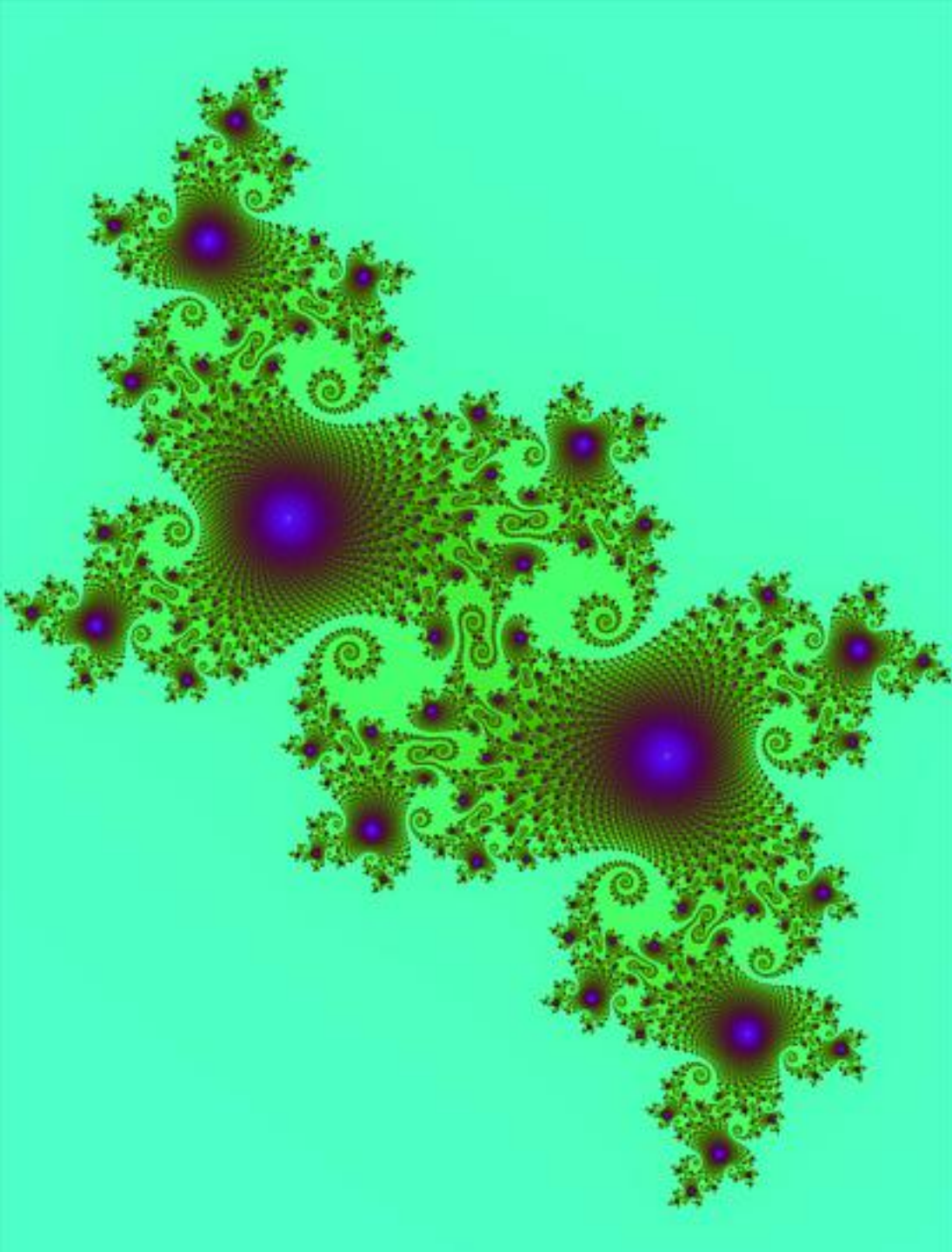


# Множество Жюлиа



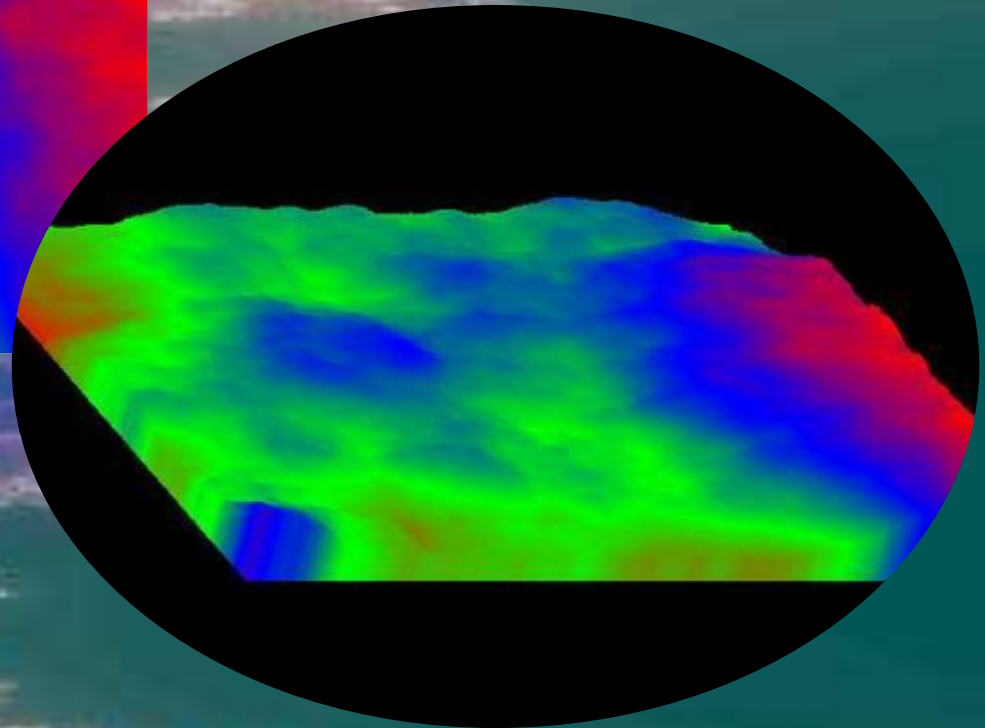
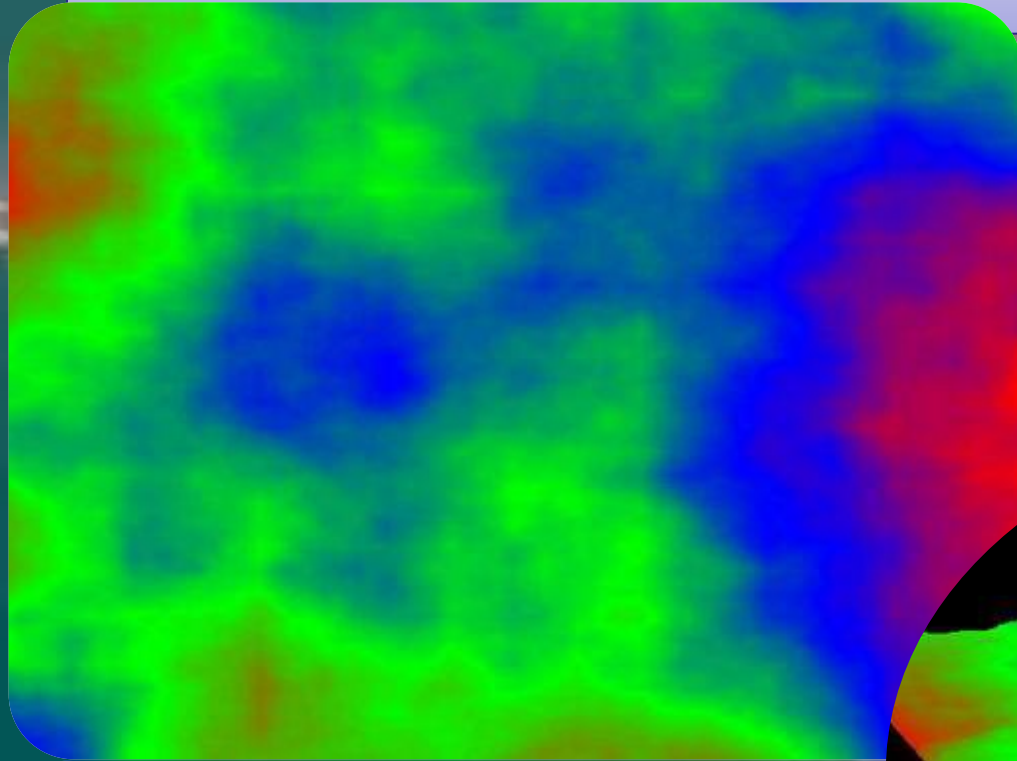
$$f(z) = a(z^2 + b)$$





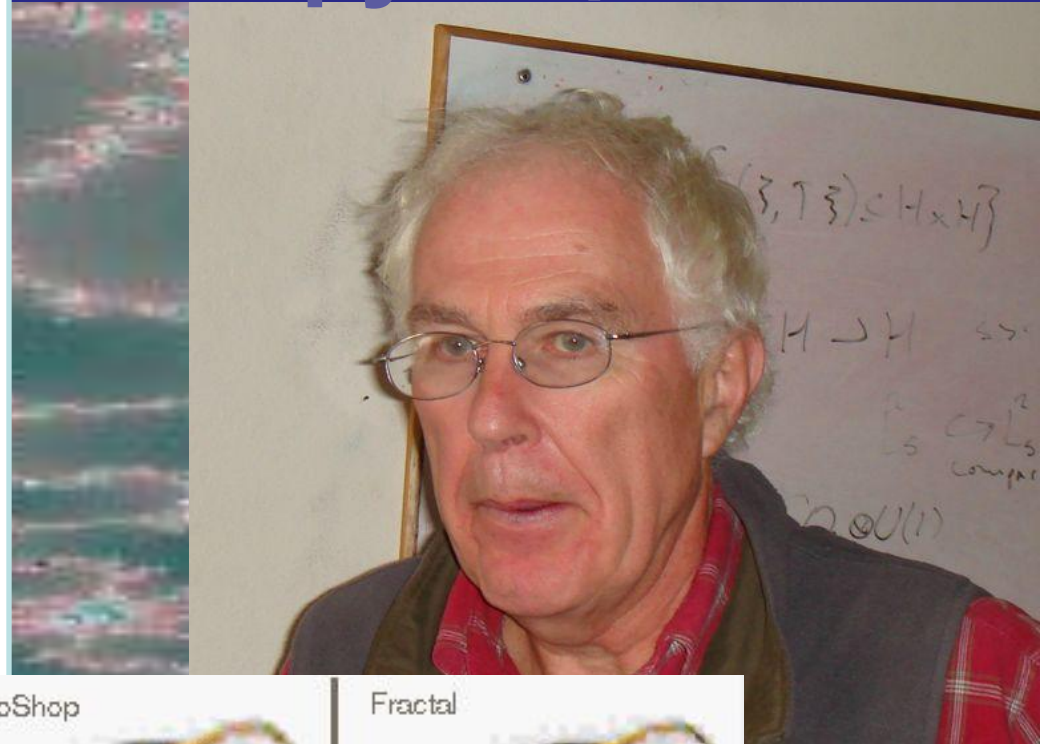


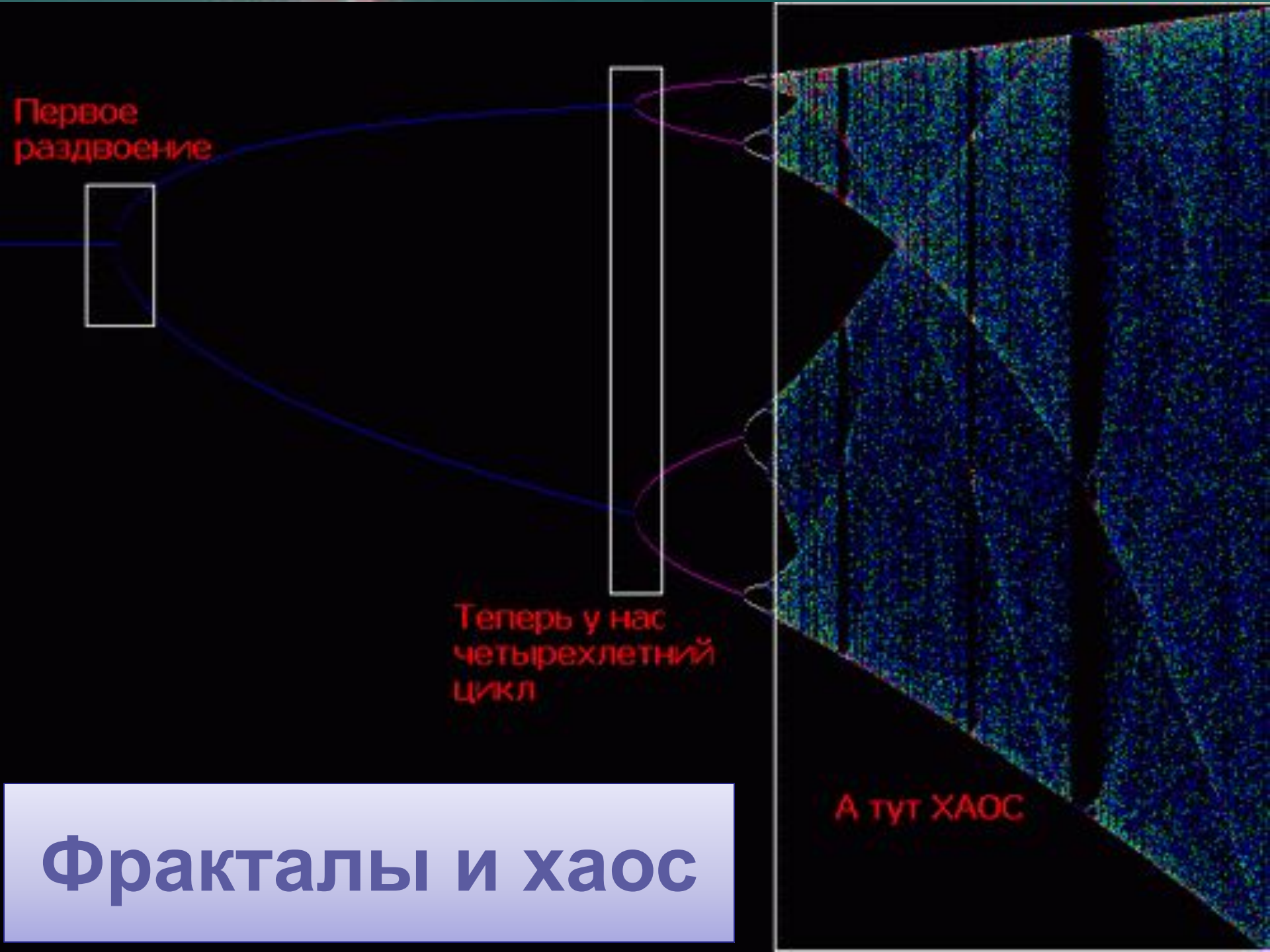
# Стохастические фракталы



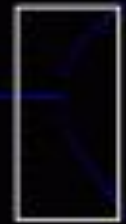
# Системы итерируемых функций

- Эта группа фракталов получила широкое распространение благодаря работам Майкла Барнсли из технологического института штата Джорджия. Он пытался кодировать изображения с помощью фракталов.





Первое раздвоение

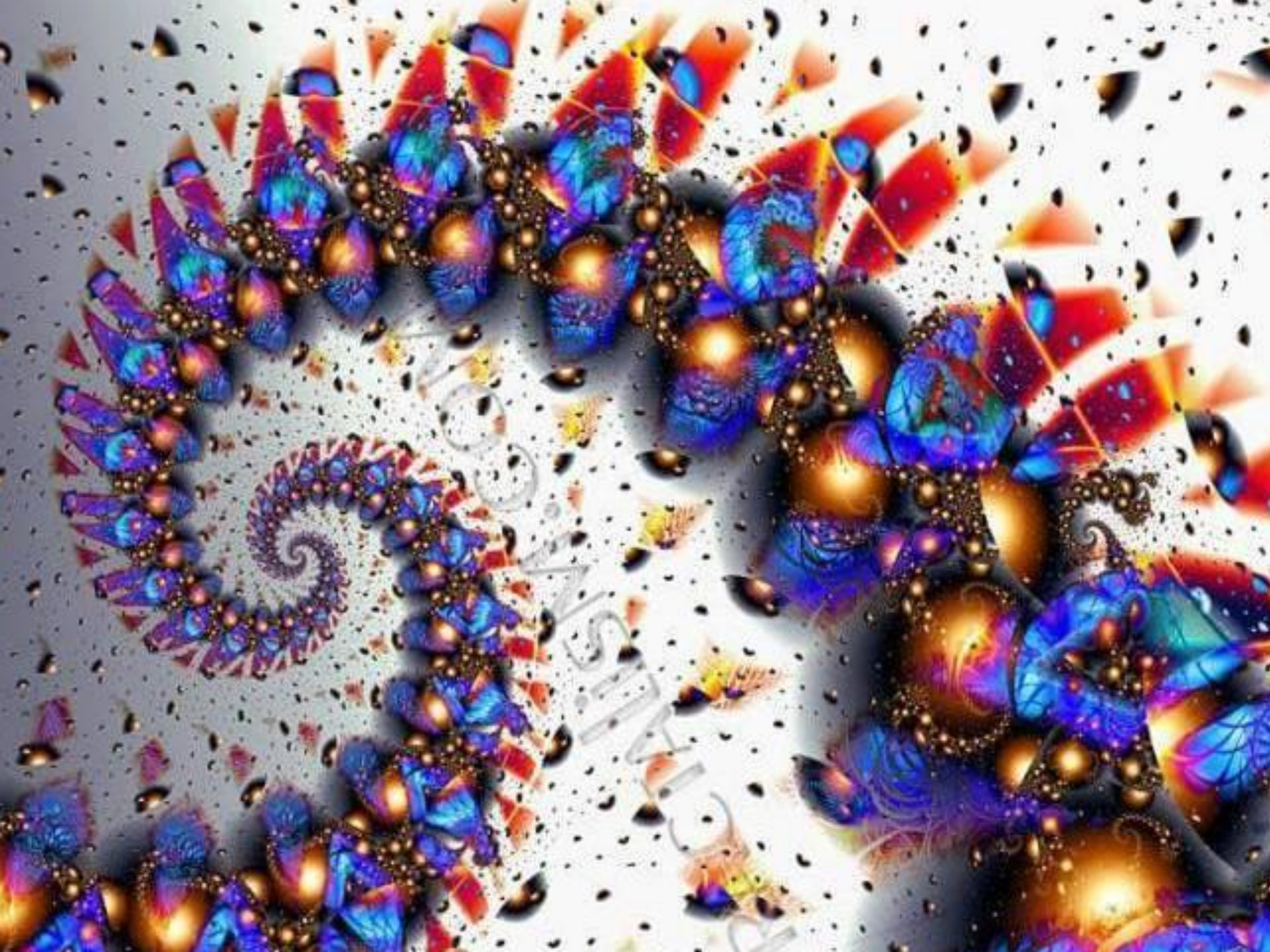


Теперь у нас четырехлетний цикл

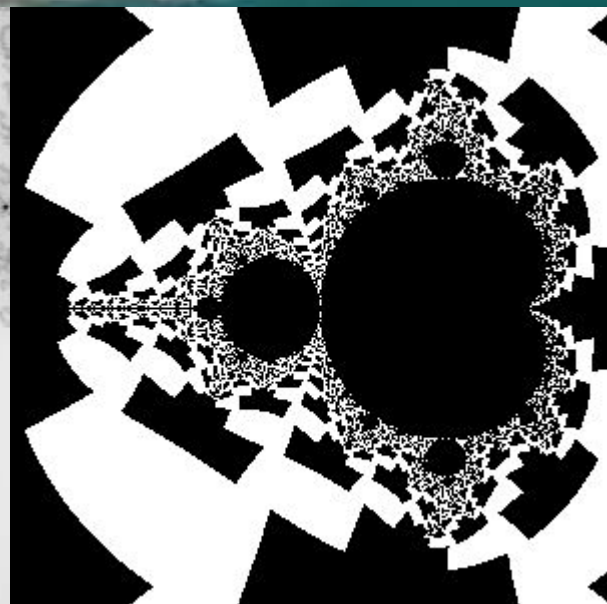
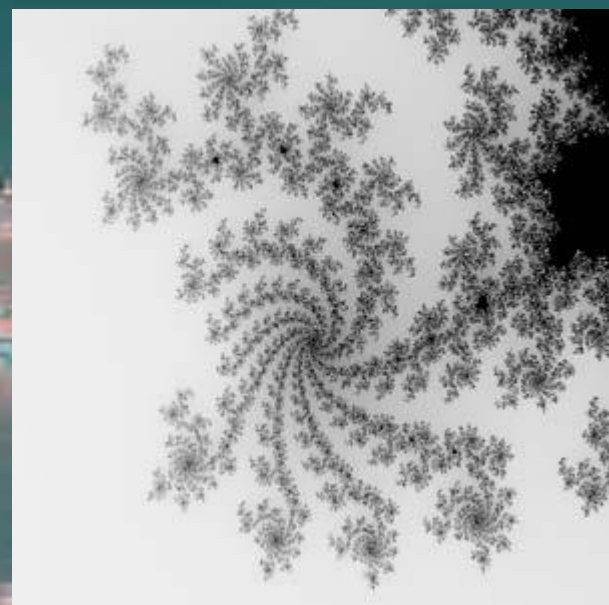
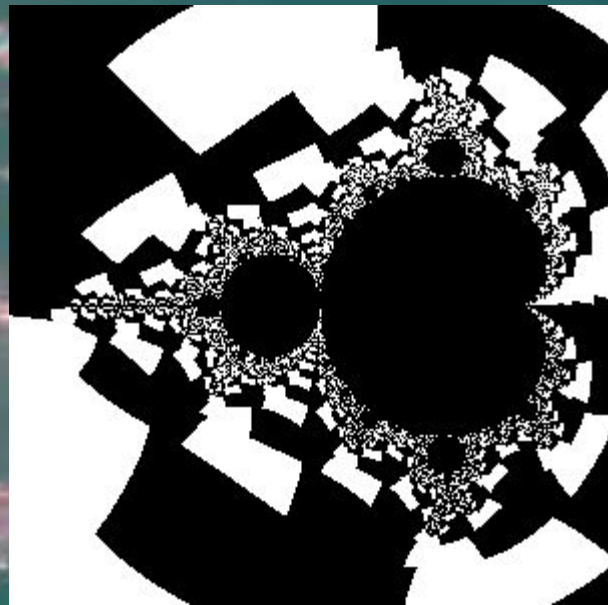
А тут ХАОС

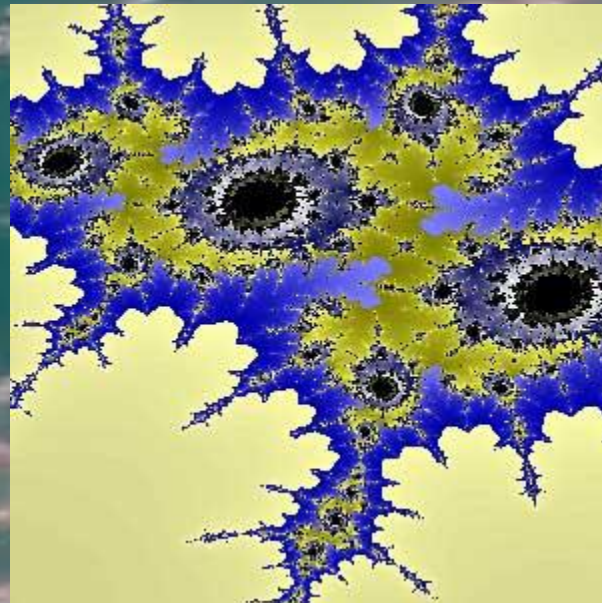
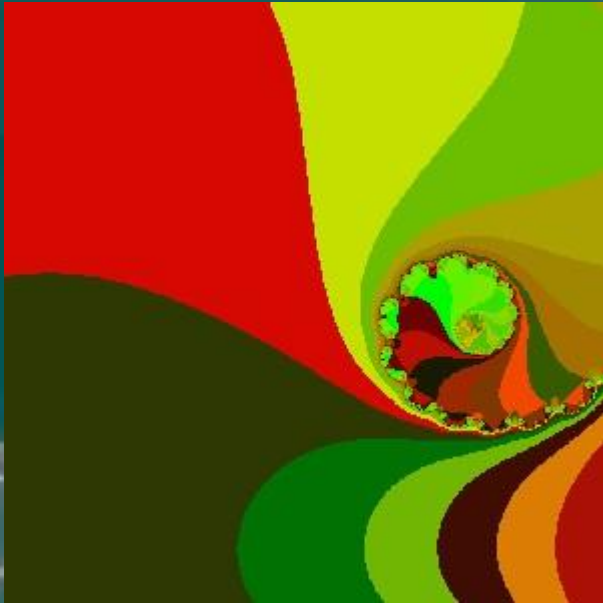
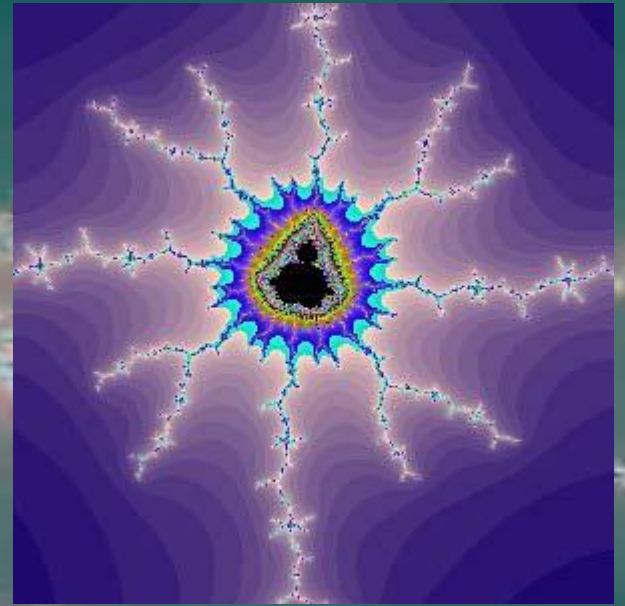
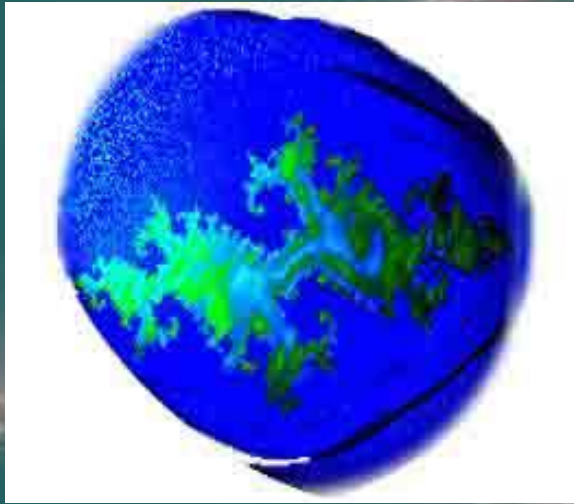
# Фракталы и хаос



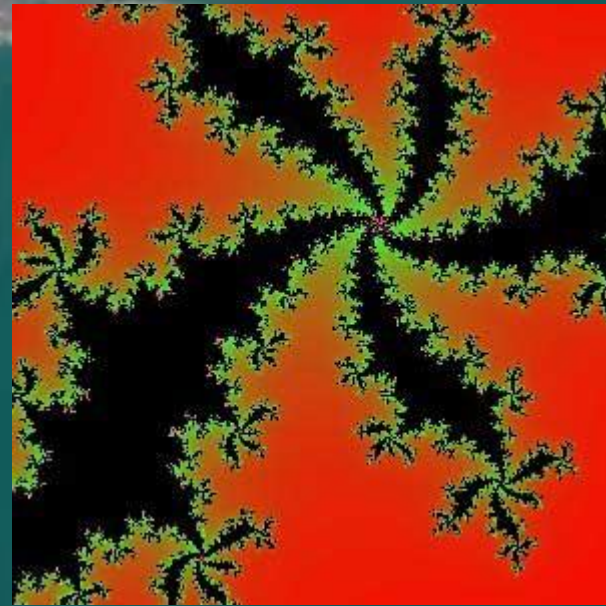
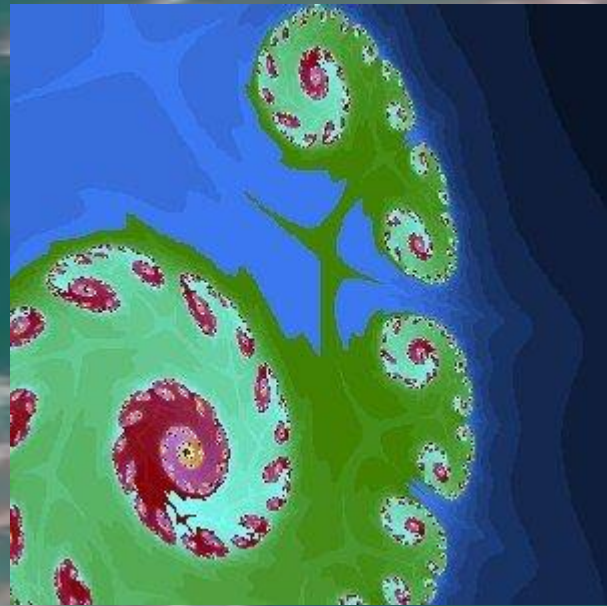
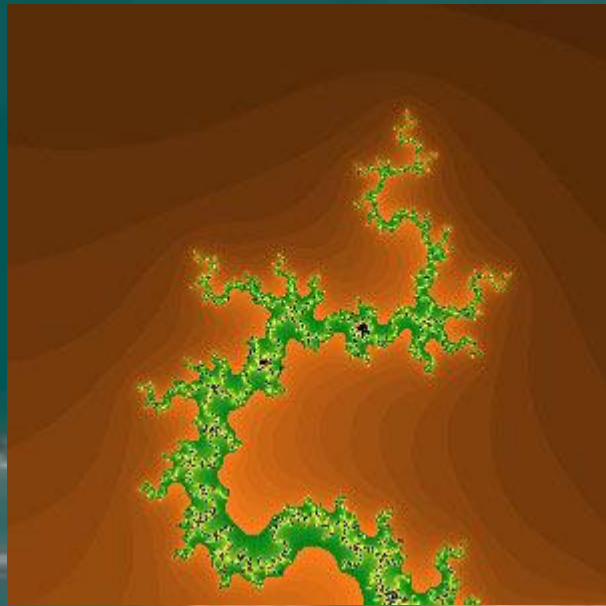
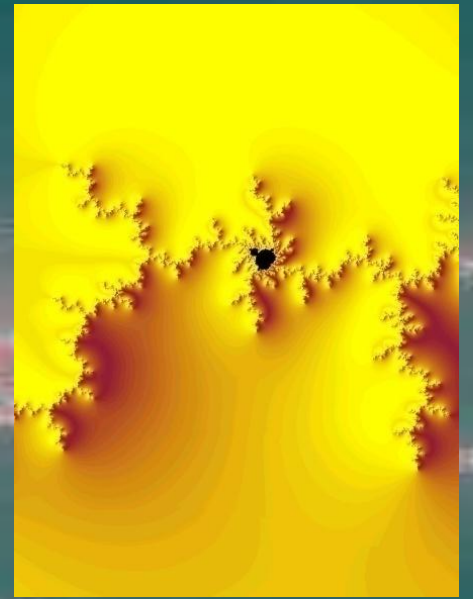
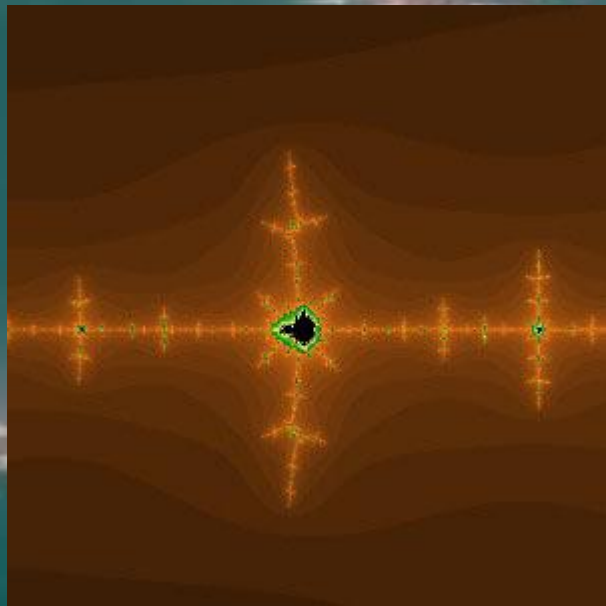


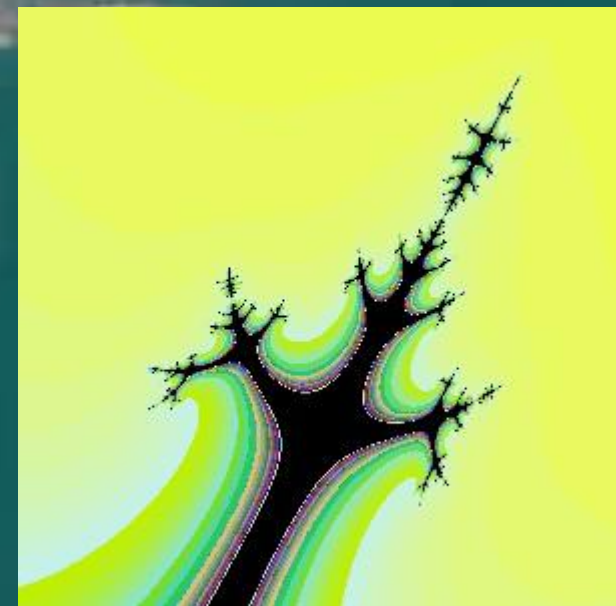
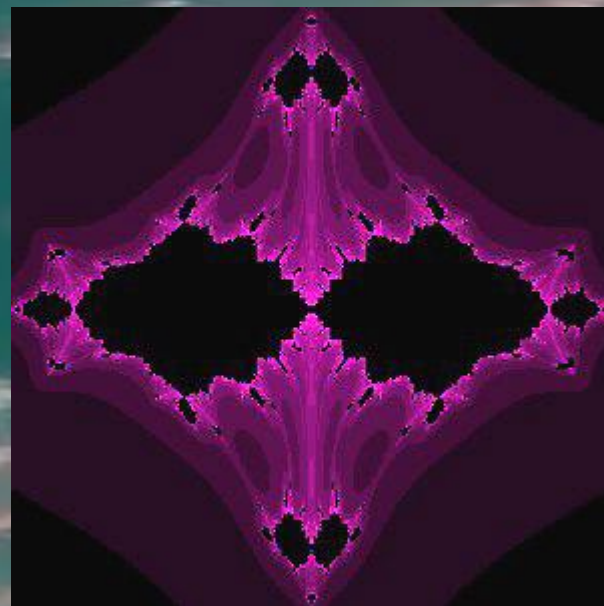
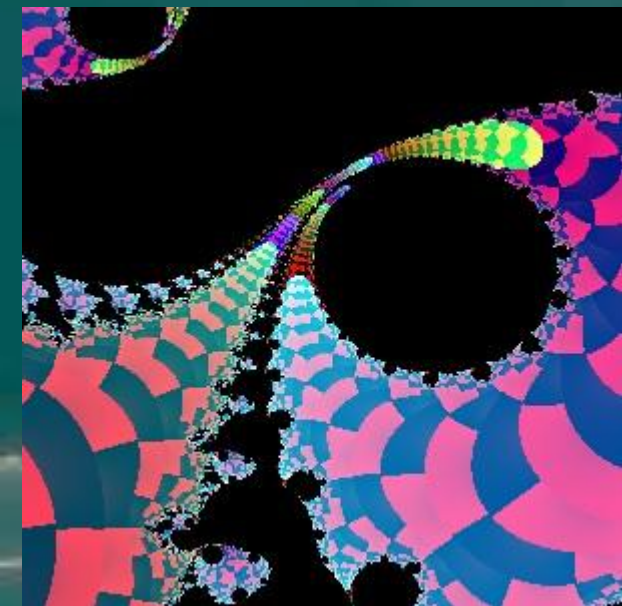
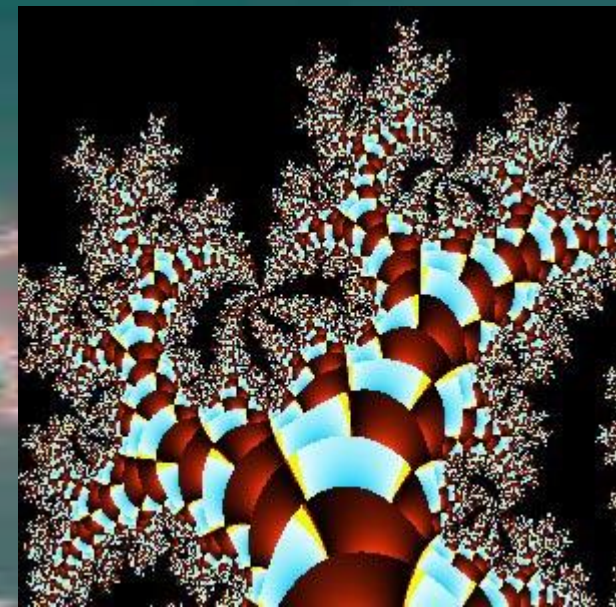
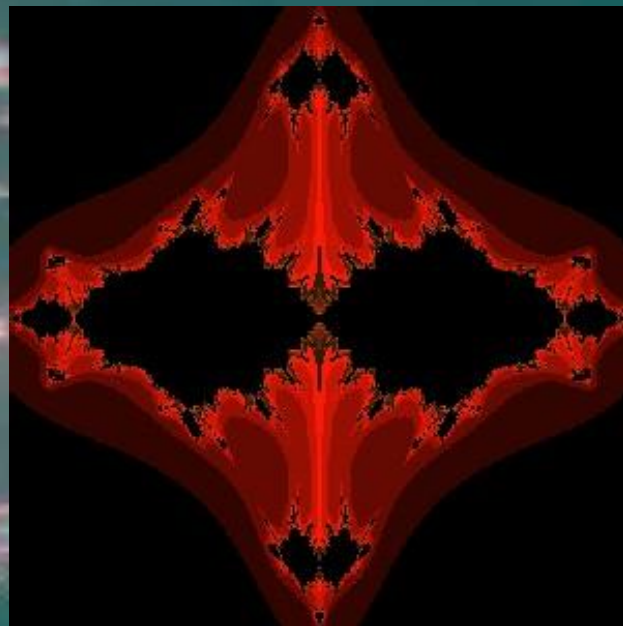
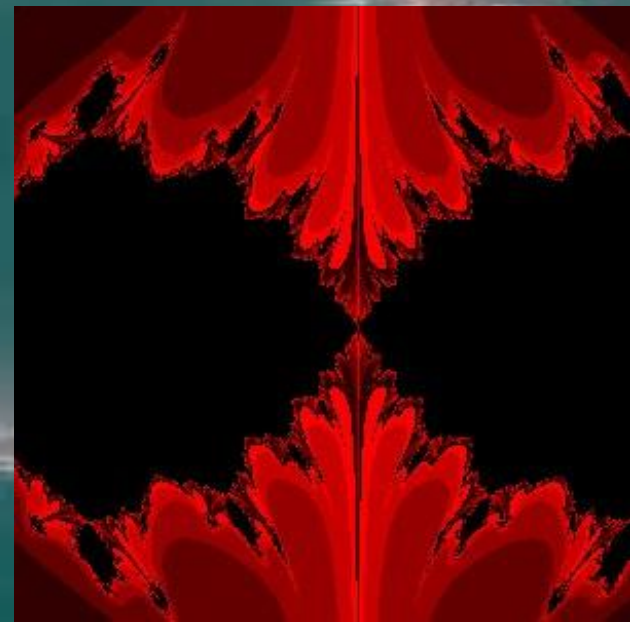




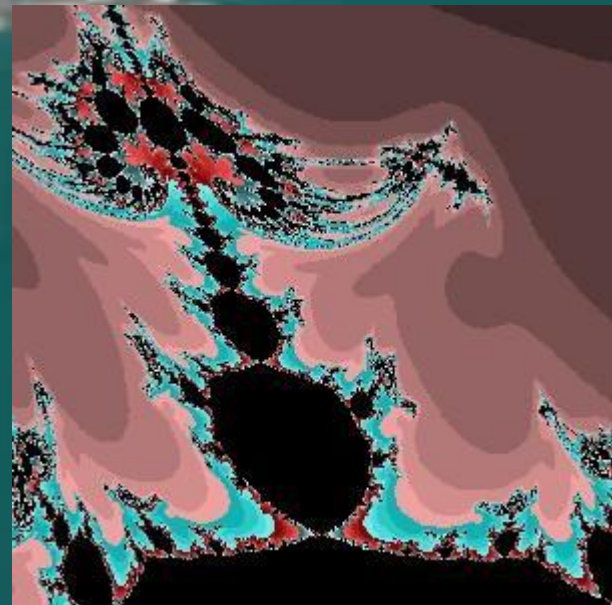
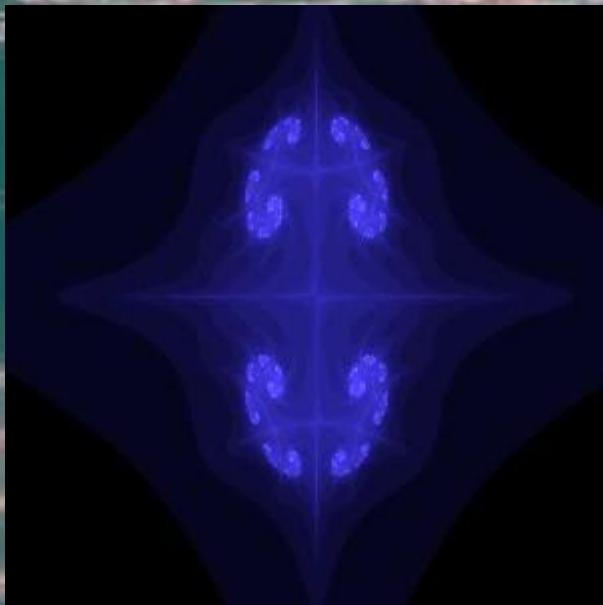
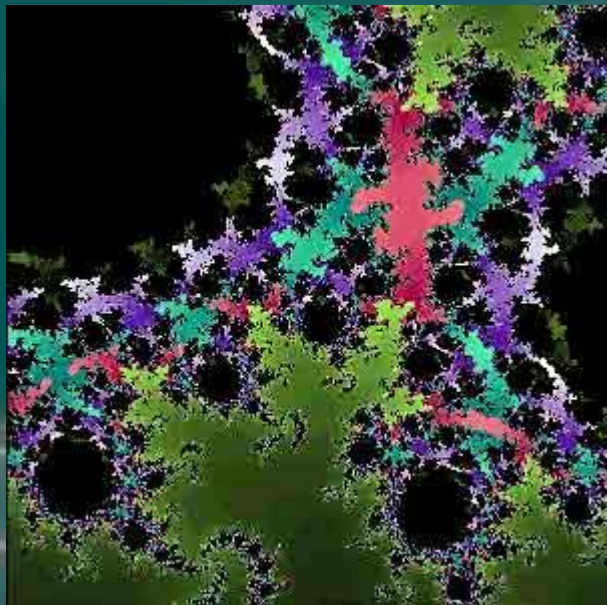
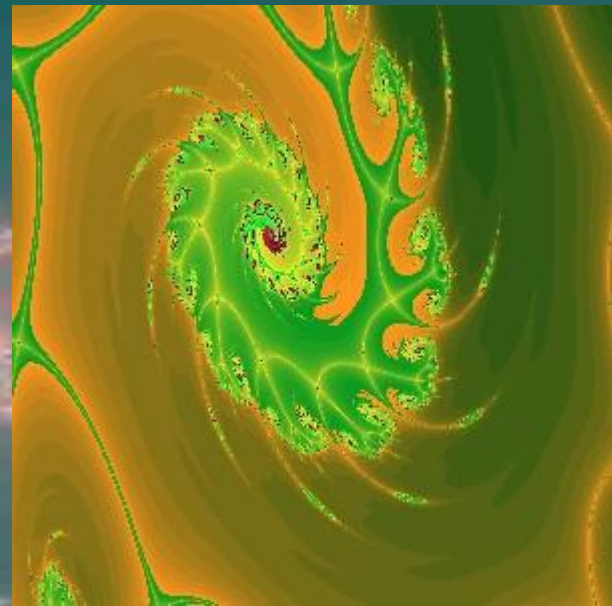
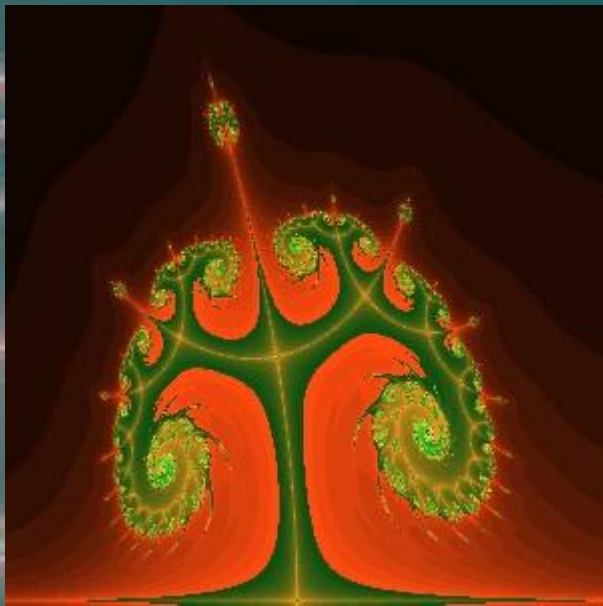
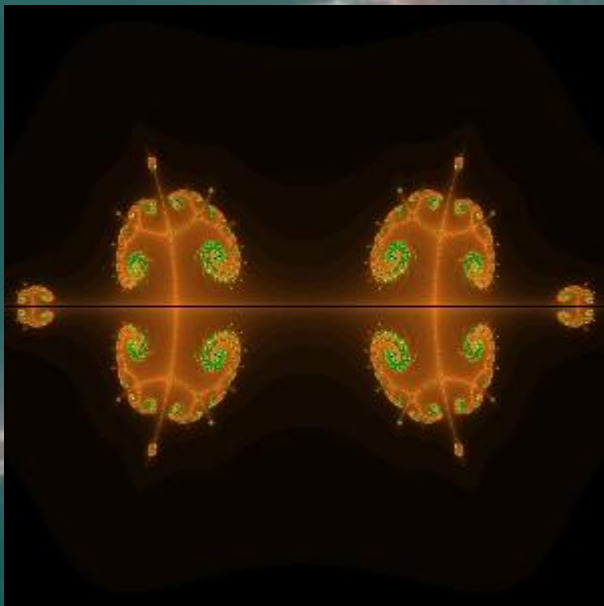




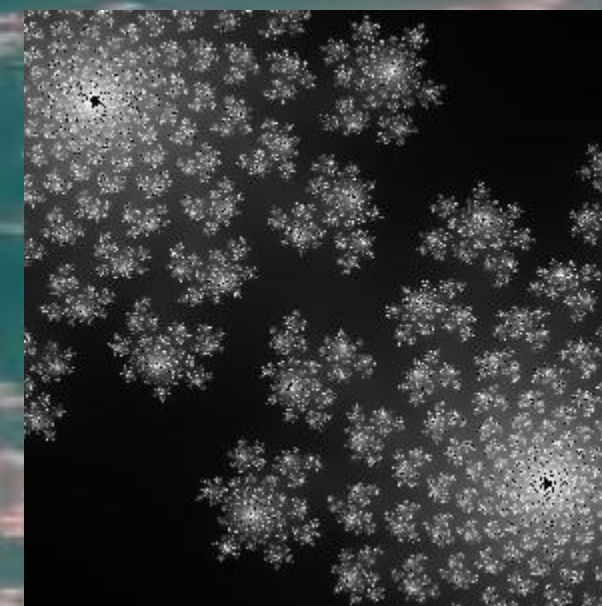
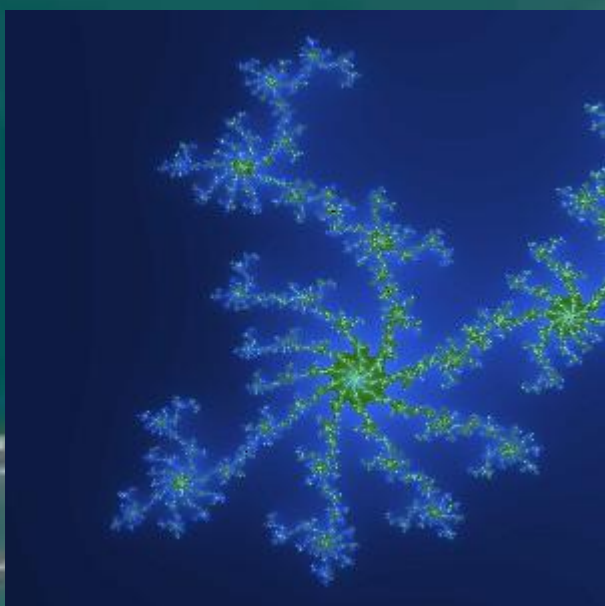
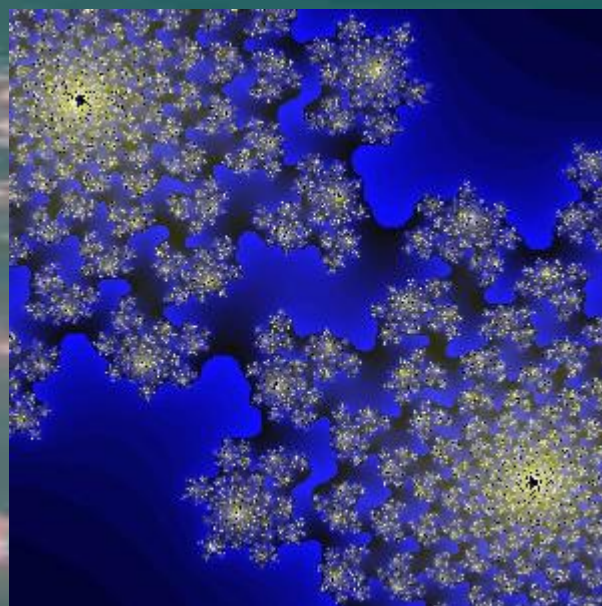
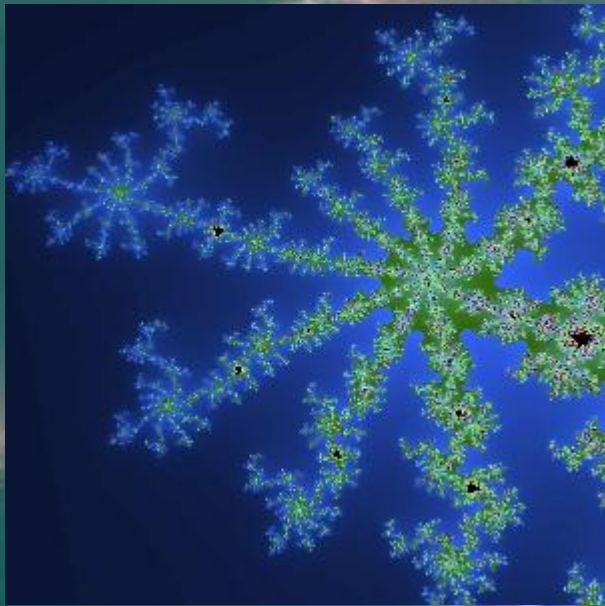


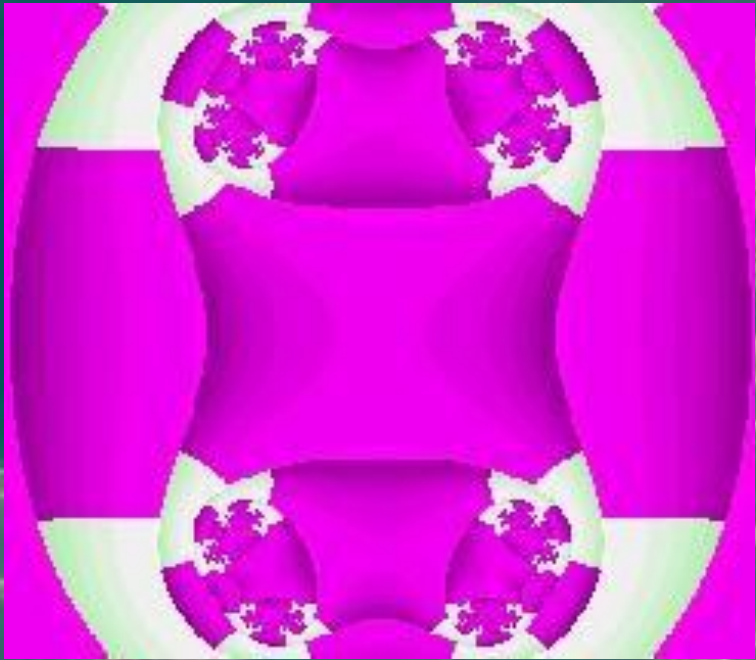
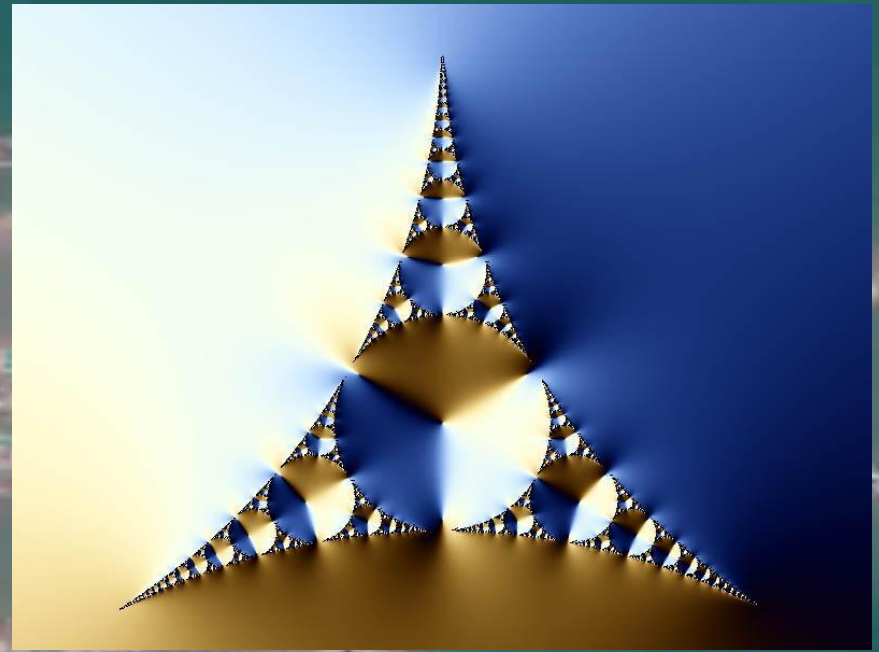
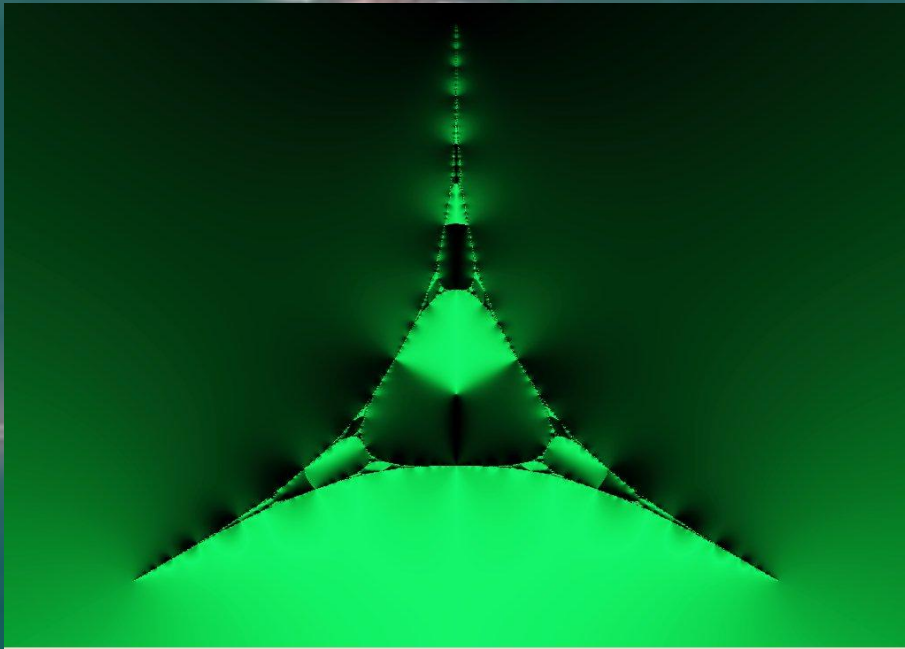




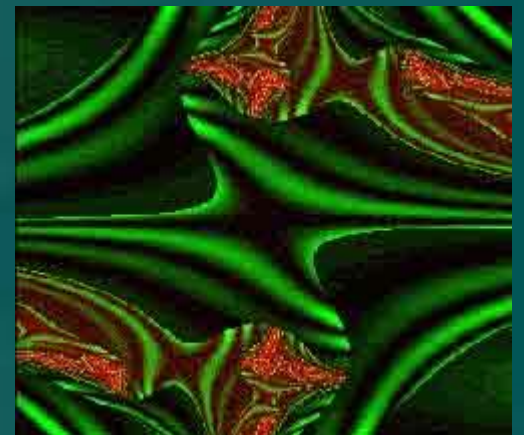
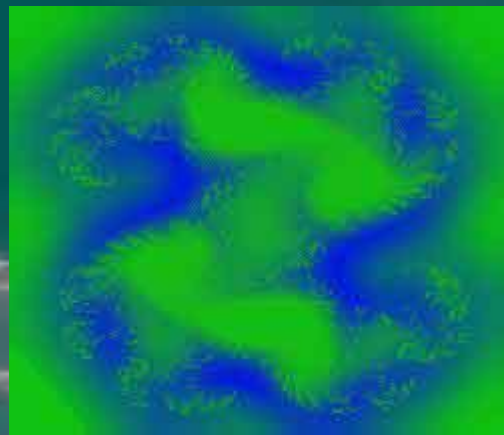
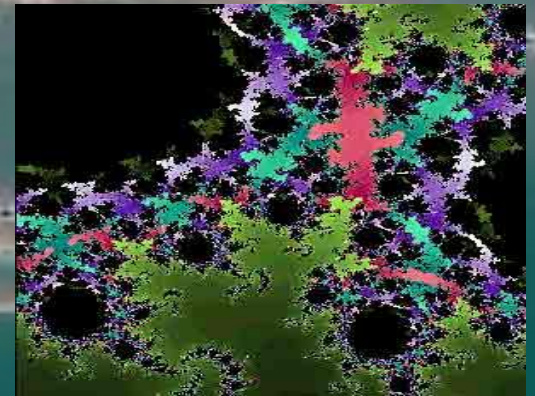
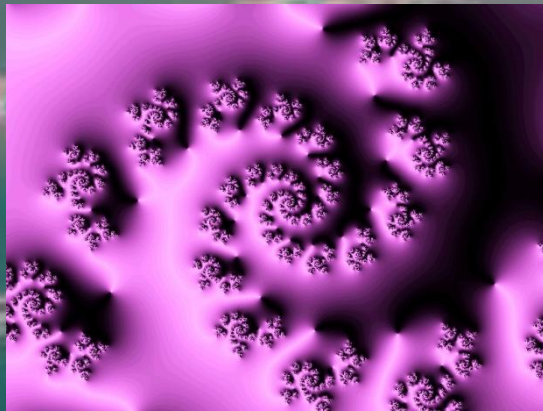
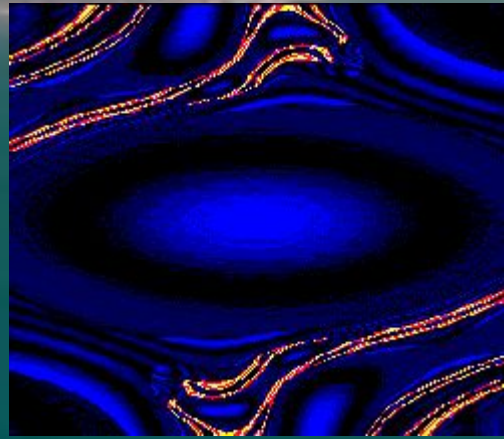
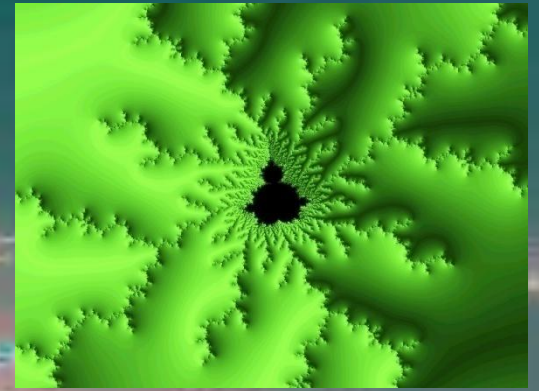
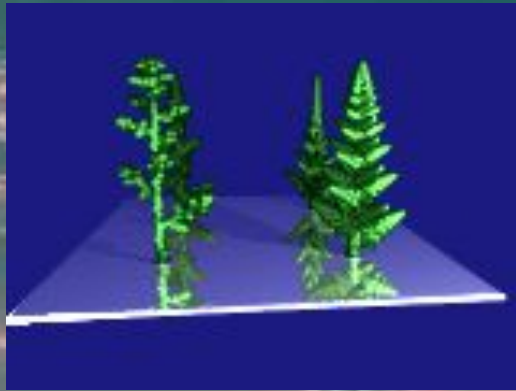
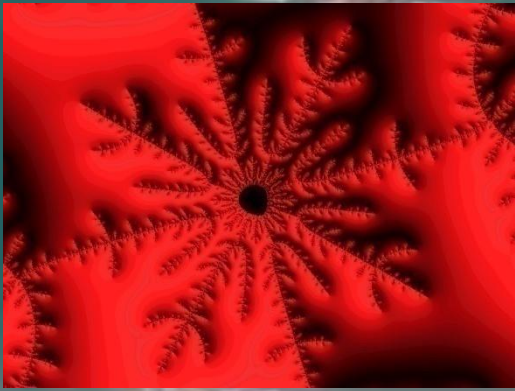










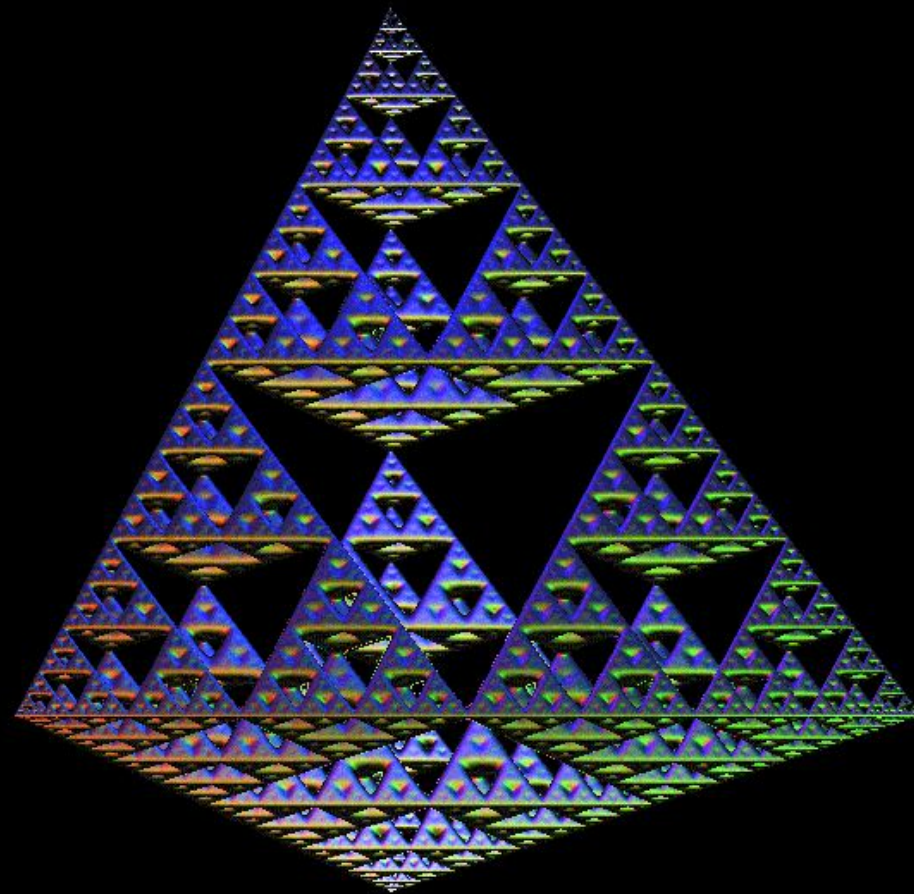
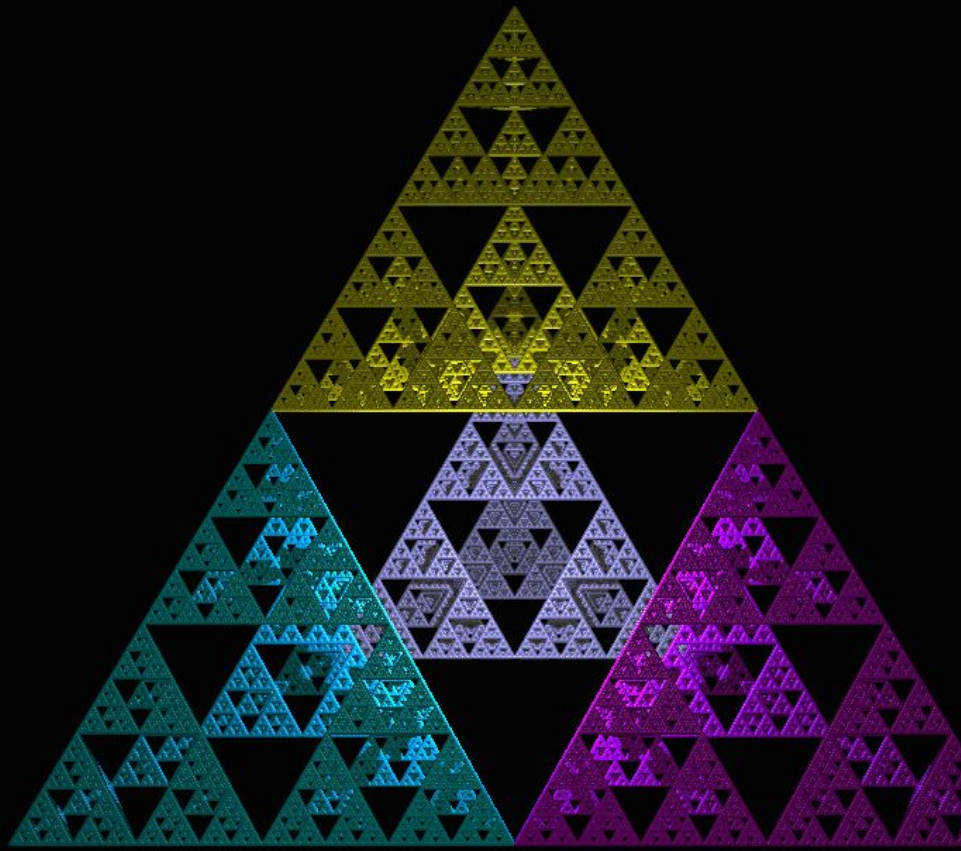
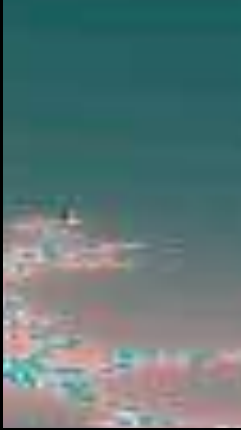
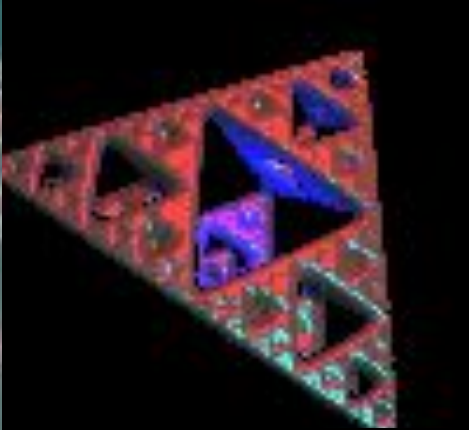
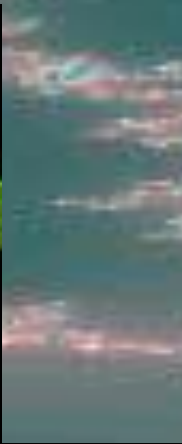
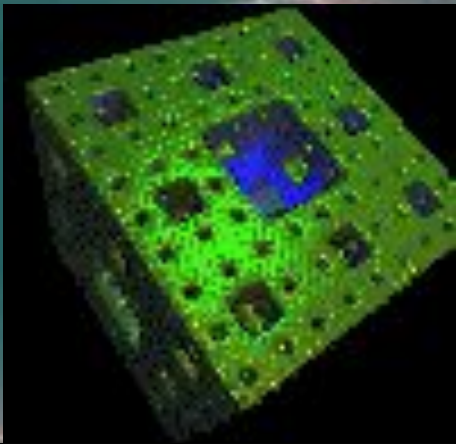














## Применение Естественные науки

В физике фракталы естественным образом возникают при моделировании нелинейных процессов, таких, как [турбулентное течение](#) жидкости, сложные процессы [диффузии-адсорбции](#), пламя, облака и т. п. Фракталы используются при моделировании пористых материалов, например, в нефтехимии. В биологии они применяются для моделирования популяций и для описания систем внутренних органов (система кровеносных сосудов).

## Радиотехника

### Фрактальные антенны

Использование фрактальной геометрии при проектировании [антенных устройств](#) было впервые применено американским инженером Натаном Коэном, который тогда жил в центре [Бостона](#), где была запрещена установка внешних антенн на здания. Натан вырезал из [алюминиевой](#) фольги фигуру в форме [кривой Коха](#) и наклеил её на лист бумаги, затем присоединил к [приёмнику](#). Коэн основал собственную компанию и наладил их серийный выпуск. [фракталов \(программа\)](#).

## Информатика

### Сжатие изображений

Алгоритмы сжатия изображения с помощью фракталов основаны на идее о том, что вместо самого изображения можно хранить [сжимающее изображение](#), для которого это изображение (или некоторое близкое к нему) является [неподвижной точкой](#). Один из вариантов данного алгоритма был использован **фирмой Microsoft** при издании своей **энциклопедии**, но большого распространения эти алгоритмы не получили.

### Компьютерная графика

Фракталы широко применяются в [компьютерной графике](#) для построения изображений природных объектов, таких как деревья, кусты, горные ландшафты, поверхности морей и так далее. Существует множество программ, служащих для генерации фрактальных изображений ([Генератор фракталов \(программа\)](#)).

### Децентрализованные сети

Система назначения IP-адресов в сети [Netsukuku](#) использует принцип фрактального сжатия информации для компактного сохранения информации об узлах сети. Принцип фрактального сжатия информации гарантирует полностью децентрализованную, а следовательно, максимально устойчивую работу всей сети.

### Экономика и финансы

А. А. Алмазов в своей книге «Фрактальная теория. Как поменять взгляд на рынки» предложил способ использования фракталов при **анализе биржевых котировок**, в частности — на рынке [Форекс](#).



«Фрактальная» наука  
это не только слом  
старых  
представлений, но и  
рождение новых  
представлений  
неизбежно сложного и  
красивого мира.

# ИСТОЧНИКИ

<http://rusproject.narod.ru/article/fractals.htm>

<http://shakin.ru/creative/fractals.html>

<http://forex.cn.ua/>

<http://fractals.nsu.ru/animations.htm>

<http://www.codenet.ru/progr/fract/Fractals-Around/>

<http://karev.narod.ru/fraktal.htm>

<http://algolist.manual.ru/graphics/fracart.php>

<http://www.forextimes.ru/foreks-stati/novaya-populyaciya-fraktalov>

<http://ga.my1.ru/publ/fraktal/16-1-0-166>

<http://stepservers.ru/servers/>

<http://anarchy1.narod.ru/1/fractal.htm>

<http://www.ghcube.com/fractals/>

<http://fractals.nsu.ru/>

<http://fractals.chat.ru/animations.htm>

<http://www.gordia.ru/gm.php>

<http://spanky.fractint.org/www/fractint/fractint.html>