

Урок одной задачи.

**Методы
решения
квадратного
уравнения.**

Цель урока:

- *Обобщить и систематизировать изученный материал по теме: «Квадратные уравнения».*
- *Рассмотреть несколько способов решения одной задачи и научиться выбирать из них наиболее оригинальный , оптимальный.*
- *Познакомиться с новыми приёмам устного решения квадратных уравнений.*



Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различные задачи.

Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт.

У.У. Соьер

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$\underline{ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0}$$

где x — неизвестное, a, b, c — заданные числа, a называют старшим коэффициентом, b — вторым коэффициентом, c — свободным членом.

Полные квадратные уравнения

приведенные
(если $a = 1$)
 $x^2 + px + q = 0$

неприведенные
 $ax^2 + bx + c = 0$
 $a \neq 0$

Неполные квадратные уравнения

(если хотя бы один из коэффициентов $b = 0$ или $c = 0$)

$ax^2 + bx = 0,$
 $a \neq 0, c = 0$

$ax^2 = 0,$
 $a \neq 0,$
 $b = 0, c = 0.$

$ax^2 + c = 0,$
 $a \neq 0,$
 $b = 0.$

- 1) $2x^2 - x + 3 = 0$
- 2) $x^2 - 9x = 0$
- 3) $4x + x^2 - 1 = 0$
- 4) $2x - 5 = 0$
- 5) $0,3 - 0,2x - x^2 = 0$
- 6) $5x^2 = 0$
- 7) $-7x + x - 0,5 = 0$
- 8) $49x^2 = 0$

- Какое из этих уравнений не является квадратным?
- Назовите неполные квадратные уравнения.
- Назовите приведенные квадратные уравнения.
- Какие уравнения можно решить по формуле корней квадратного уравнения?
- Какие уравнения можно решить разложением на множители, выделением квадрата двучлена, извлечением квадратного корня?

Найдите в каждой группе уравнений «лишнее»:

А:

1. $3x^2 - x = 0,$
2. $x^2 - 25 = 0,$
3. $4x^2 + x - 3 = 0,$
4. $4x^2 = 0.$

Б:

1. $x^2 - 7x + 1 = 0,$
2. $7x^2 - 4x + 8 = 0,$
3. $x^2 + 4x - 4 = 0,$
4. $x^2 - 5x - 3 = 0.$

Не решая уравнение

$$x^2 - 8x + 7 = 0.$$

Найдите:

а) сумму корней:

б) произведение корней:

в) корни данного уравнения:

Первый

$$ax^2+bx+c=0, a \neq 0.$$

способ (по общей формуле):

$$D=b^2-4ac$$

$$\underline{D < 0},$$

то
квадратное
уравнение
решений не
имеет

$$\underline{D = 0}, \text{ то}$$

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$$

$$\underline{D > 0}.$$

$$\text{то } x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

С 1591 г. мы пользуемся формулами при решении квадратных уравнений

Задание 1: Решите квадратные уравнения :

1. $2x^2 - 5x + 2 = 0$, $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 2$.

3. $2x^2 - 3x + 2 = 0$, решений нет.

4. $4x^2 - 12x + 9 = 0$. $x_1 = 1,5$, $x_2 = 1,5$.

Второй способ (по т. обратной теореме Виета):

Уравнение, вида $x^2+px+q=0$, называется приведённым. Его корни можно найти по теореме, обратной теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p, \\ x_1 \cdot x_2=q. \end{cases}$$

Например,

уравнение $x^2-3x+2=0$

имеет корни $x_1=2$, $x_2=1$

так как $x_1+x_2=3$, $x_1 \cdot x_2=2$.

Задание 2. Решите приведённые квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета.

1. $x^2 + 10x + 9 = 0$, $x_1 = -9, x_2 = -1$.

2. $x^2 + 7x + 12 = 0$, $x_1 = -4, x_2 = -3$.

3. $x^2 - 10x - 24 = 0$. $x_1 = 12, x_2 = -2$.

Третий способ (формула корней приведенного квадратного уравнения):

Корни уравнения вида $x^2+px+q=0$ можно найти по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q};$$

Задание 3: Решите квадратные уравнения по данной формуле:

- $x^2-10x-24=0$,
- $x^2-16x+60=0$

Четвёртый способ (способ «переворота»):

Решить квадратное уравнение можно способом «переворота». Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант - точный квадрат.

Например: Решим уравнение $2x^2 - 11x + 15 = 0$.

«Переворачиваем» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение: $y^2 - 11y + 30 = 0$.

По теореме, обратной теореме Виета $y_1 = 5, y_2 = 6$.
тогда $x_1 = y_1 / 2, x_2 = y_2 / 2$; т.е. $x_1 = 2,5, x_2 = 3$.

Решаем, используя метод
«переброски»

$$6x^2 - 7x - 3 = 0$$

Получим уравнение $x^2 - 7x - 18 = 0$

Корни 9 и (-2).

Делим числа 9 и (-2) на 6: $x_1 = \frac{9}{6}, x_2 = -\frac{2}{6}$

Ответ: $\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}$

Задание 3: Решите уравнения, используя метод «переброски»:

- 1. $2x^2 - 9x + 9 = 0$, $x_1 = 1,5$, $x_2 = 3$.**
- 2. $10x^2 - 11x + 3 = 0$, $x_1 = 0,5$, $x_2 = 0,6$.**
- 3. $3x^2 + 11x + 6 = 0$ $x_1 = -3$, $x_2 = -\frac{2}{3}$.**

Пятый способ: «Способ коэффициентов»

Пусть дано квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$, где $a \neq 0$.

1. Если $a+b+c=0$ (т.е. сумма коэффициентов уравнения равна нулю), то $x_1=1, x_2=c/a$.

Например: $345x^2-137x-208=0$ ($345-137-208=0$), значит,

$$x_1=1, x_2=-208/345.$$

2. Если $a-b+c=0$ (или $b=a+c$), то $x_1=-1, x_2=-c/a$.

Например, $313x^2+326x+13=0$ ($326=313+13$), значит

$$x_1=-1, x_2=-13/313.$$

Задание 4: Решите квадратные уравнения методом «коэффициентов»:

- $5x^2 - 7x + 2 = 0;$ $x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{5}.$
- $3x^2 + 5x - 8 = 0;$ $x_1 = 1, x_2 = -\frac{8}{3}.$
- $11x^2 + 25x - 36 = 0;$ $x_1 = 1, x_2 = -\frac{36}{11}.$
- $11x^2 + 27x + 16 = 0;$ $x_1 = -1, x_2 = -\frac{16}{11}.$
- $939x^2 + 978x + 39 = 0.$ $x_1 = -1, x_2 = -\frac{39}{939}.$

Урок одной
задачи.

$$4x^2 - 12x + 8 = 0$$

Решить данное уравнение:

- По общей формуле;
- По теореме, обратной теореме Виета;
- По формуле для нахождения корней приведенного квадратного уравнения;
 - Способом «переброса»;
 - Способом коэффициентов.

Выводы:

- данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики;
- овладение данными приёмами поможет вам экономить время и эффективно решать уравнения;
- потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы выпускных экзаменов.