

Урок алгебры в 8 классе

***«Квадратные уравнения.
Способы их решения»***

Тема: РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ.

- Проверим знания определений, формул и формулировок правил, которые необходимо знать для успешного усвоения темы и умений решать квадратные уравнения.*
- Вспомним все ранее изученные способы решения квадратных уравнений.*
- Изучим новое свойство квадратных уравнений, которое позволит устно находить корни квадратного уравнения.*

*Три пути ведут к знанию:
Путь размышления – это путь
Самый благородный,
Путь подражания – это путь
Самый легкий
И путь опыта – это путь
Самый горький.*

Конфуций

Уравнения записаны по какому-то определенному признаку. Как вы думаете, какое из уравнений этой группы лишнее?

$$1) 2x^2 - x = 0;$$

$$2) x^2 - 16 = 0;$$

$$3) 5x^2 - 8x + 3 = 0;$$

$$4) 2x^2 = 0;$$

$$5) x^2 - 5x = 0,$$

По формуле корней полного квадратного уравнения

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Вычислите корни квадратного уравнения

$$5x^2 - 8x + 3 = 0; \quad a = 5, b = -8, c = 3;$$

$$D = 64 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 4,$$

$$x_1 = \frac{8 + 2}{10} = 1, \quad x_2 = \frac{8 - 2}{10} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

$$\text{Ответ : } x = 1, x = \frac{3}{5}.$$

По формуле

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Вычислите корни квадратного уравнения

$$7x^2 - 9x + 2 = 0; \quad a = 7, b = -9, c = 2;$$

$$D = 81 - 4 \cdot 7 \cdot 2 = 25,$$

$$x_1 = \frac{9 + 5}{14} = 1, \quad x_2 = \frac{9 - 5}{14} = \frac{2}{7}.$$

Ответ : $x = 1, x = \frac{2}{7}.$

Уравнения записаны по какому-то определенному признаку. Как вы думаете, какое из уравнений этой группы лишнее?

$$1) x^2 - 5x + 1 = 0;$$

$$2) 9x^2 - 6x + 10 = 0;$$

$$3) x^2 + 2x - 2 = 0;$$

$$4) x^2 - 3x - 1 = 0;$$

$$5) x^2 - 5x + 17 = 0,$$

*По формуле корней
приведенного квадратного уравнения*

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Р со знаком взяв обратным,

На два мы его разделим.

И от корня аккуратно

Знаком минус, плюс отделим.

*А под корнем, очень кстати,
Половина р в квадрате,
минус q – и вот решенья
небольшого уравнения.*

Методом выделения полного квадрата

$$x^2 + px + q = 0$$

*Вычислите корни квадратного уравнения
методом выделения полного квадрата*

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 9 + 7$$

$$(x + 3)^2 = 16,$$

$$x + 3 = 4, \quad x + 3 = -4,$$

$$x = 1, \quad x = -7,$$

Ответ : $x = -7, x = 1.$

Вычислите корни квадратного уравнения методом выделения полного квадрата

$$x^2 - 4x - 5 = 0,$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4 + 5,$$

$$(x - 2)^2 = 9,$$

$$x - 2 = 3, \quad x - 2 = -3,$$

$$x = 5, \quad x = -1,$$

Ответ : $x = -1, x = 5$.

Вычислите корни квадратного уравнения методом выделения полного квадрата

$$x^2 + 2x - 3 = 0,$$

$$x^2 + 2x + 1 = 1 + 3,$$

$$(x + 1)^2 = 4,$$

$$x + 1 = 2, \quad x + 1 = -2,$$

$$x = 1, \quad x = -3,$$

Ответ : $x = 1, x = -3$.

Вычислите корни квадратного уравнения методом выделения полного квадрата

$$x^2 + 2x - 3 = 0,$$

$$x^2 + 2x + 1 = 1 + 3,$$

$$(x + 1)^2 = 4,$$

$$x + 1 = 2, \quad x + 1 = -2,$$

$$x = 1, \quad x = -3,$$

Ответ : $x = 1, x = -3$.

По теореме, обратной теореме Виета.

Если числа p, q, x_1, x_2 таковы, что

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q,$$

то x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$.

По теореме, обратной теореме Виета.

$$ax^2 + bx + c = 0 \mid : a \quad x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}, \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}.$$

*По праву в стихах быть воспета
О свойствах корней теорема Виета.*

*Что лучше, скажи, постоянства такого:
Умножишь ты корни – дробь уж готова:
В числителе **c**, в знаменателе **a**,*

*А сумма корней тоже дроби равна.
Хоть с минусом дробь эта, что за беда –
В числителе **b**, в знаменателе **a**.*

Решите приведенные квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -1$$

$$x_1 = 1,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2$$

$$x_2 = -2.$$

Ответ : $x = 1, x = -2.$

Решите приведенные квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3 \quad x_1 = 1,$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \quad x_2 = 2.$$

Ответ : $x = 1, x = 2.$

Решите приведенные квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3 \quad x_1 = 1,$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \quad x_2 = 2.$$

Ответ : $x = 1, x = 2.$

Дано

уравнение:

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

Не решая уравнения, найти:

1) сумму корней $x_1 + x_2 = 6$

2) произведение

$$x_1 \cdot x_2 = 5$$

3) квадрат суммы

$$(x_1 + x_2)^2 = 36$$

4) удвоенное произведение

$$2x_1 \cdot x_2 = 10$$

5) сумму чисел обратных

корням

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

При решении некоторых квадратных уравнений, оказывается, немаловажную роль играет сумма коэффициентов

$$x^2 + x - 2 = 0, \quad \text{сумма коэффициентов}$$

$$\text{Ответ : } x = 1, x = -2.$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad \text{сумма коэффициентов}$$

$$\text{Ответ : } x = 1, x = -3.$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, \quad \text{сумма коэффициентов}$$

$$\text{Ответ : } x = 1, x = 2.$$

$$5x^2 - 8x + 3 = 0, \quad \text{сумма коэффициентов}$$

$$\text{Ответ : } x = 1, x = \frac{3}{5}.$$

*Запись этого свойства для решения
квадратного уравнения имеет вид:*

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

сумма коэффициентов $a + b + c = 0,$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$$

Для решения приведенного квадратного уравнения имеет вид:

$$x^2 + bx + c = 0,$$

$$a + b + c = 0,$$

$$x_1 = 1, x_2 = c.$$

*Запись этого свойства для решения
квадратного уравнения имеет вид:*

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

сумма коэффициентов $a - b + c = 0,$

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}.$$

Для решения приведенного квадратного уравнения имеет вид:

$$x^2 + bx + c = 0,$$

$$a - b + c = 0,$$

$$x_1 = -1, x_2 = -c.$$

Это свойство применяют для устного решения квадратных уравнений.

Воспользуйтесь этим свойством и решите уравнения.

ВАРИАНТ I

$$a) x^2 + 23x - 24 = 0,$$

$$б) 2x^2 + x - 3 = 0,$$

$$в) -5x^2 + 4,4x + 0,6 = 0,$$

$$г) \frac{1}{3}x^2 + 2\frac{2}{3}x - 3 = 0,$$

ВАРИАНТ II

$$a) x^2 + 15x - 16 = 0,$$

$$б) 5x^2 + x - 6 = 0,$$

$$в) -2x^2 + 1,7x + 0,3 = 0,$$

$$г) \frac{1}{4}x^2 + 3\frac{3}{4}x - 4 = 0,$$

ВАРИАНТ I

$$a) x^2 + 23x - 24 = 0,$$

$$1 + 23 - 24 = 0,$$

Ответ : $x = 1, x = -24$.

$$б) 2x^2 + x - 3 = 0,$$

$$2 + 1 - 3 = 0,$$

Ответ : $x = 1, x = -1,5$.

$$в) -5x^2 + 4,4x + 0,6 = 0,$$

$$-5 + 4,4 + 0,6 = 0,$$

Ответ : $x = 1, x = -0,12$.

$$г) \frac{1}{3}x^2 + 2\frac{2}{3}x - 3 = 0,$$

$$\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} - 3 = 0,$$

Ответ : $x = 1, x = -9$.

ВАРИАНТ II

$$a) x^2 + 15x - 16 = 0,$$

$$1 + 15 - 16 = 0,$$

Ответ : $x = 1, x = -16$.

$$б) 5x^2 + x - 6 = 0,$$

$$5 + 1 - 6 = 0,$$

Ответ : $x = 1, x = -1,2$.

$$в) -2x^2 + 1,7x + 0,3 = 0,$$

$$-2 + 1,7 + 0,3 = 0,$$

Ответ : $x = 1, x = -0,15$.

$$г) \frac{1}{4}x^2 + 3\frac{3}{4}x - 4 = 0,$$

$$\frac{1}{4} + 3\frac{3}{4} - 4 = 0,$$

Ответ : $x = 1, x = -16$.

Домашнее задание

$$x^2 - x - 2 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$5x^2 + 8x + 3 = 0,$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0,$$



Найдите еще свойство коэффициентов квадратного уравнения, позволяющее устно найти его корни.

*Спасибо за
урок!*



Сведения из истории

III до н.э. Древнегреческий ученый Евклид

– решение квадратных уравнений графически

XIII век Европа, Леонардо Пизанский

– формулы нахождения корней квадратного уравнения

XVI век Французский математик Франсуа Виет

– вывод формулы корней квадратного уравнения в общем виде

XVI век Германия, Штифель (священник и математик)

– систематическое употребление термина «корень уравнения»

XIX век Ирландский, ученый – математик Гамильтон

- ввел термин дискриминант