Муниципальное
общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа
п. Пяльма Пудожского района Республики Карелия

Учитель математики Венскович Алла Сергеевна.

# Урок-консультация по теме « Решение показательных уравнений».

## Цели урока:

- а) образовательные:

-закрепить решение простейших показательных уравнений;

-показать дополнительные методы решения показательных уравнений;

-обобщить и систематизировать методы решения показательных уравнений;

- б) развивающие: продолжить работу по развитию умений работать с дополнительной литературой;
- в) воспитательные:

-организация совместных действий, ведущих к активизации учебного процесса;

-стимулирование учеников к самооценке образовательной деятельности;

-учащиеся работают над решением проблемы, поставленной учителем;

# Ход урока

- Организационный момент.
- Устный счет.
- Актуализация знаний .
- Изучение нового материала.
- Закрепление изученного материала.
- Проверка и обсуждение заданий.
- Итог урока.
- Домашнее задание.

# Устный счет.

1.Среди заданных функций укажите те, которые являются показательными:

$$A)\, y = 3^x;\, Б)\, y = \frac{1}{2}x^2;\, В)\, y = x^{\frac{3}{2}};\, Г)\, y = (\sqrt{3})^x$$

**Ответ: А); Г).**

2.Какие из заданных функций являются возрастающими и какие, убывающими?

$$A)\, y = 6^x;\, Б)\, y = (0{,}1)^x;\, В)\, y = (\sqrt{3})^x;\, Г)\, y = \pi^x$$

**Ответ: А); В); Г).**

# Устный счет.

3. Решите уравнения.

$$A)3^x = 27; Б)4^x = 64; B)5^x = 25; Г)10^x = 10000$$

**Ответ: А) 3; Б)3 ;В)2 ;Г)4.**

4. Решите уравнения.

$$A)5^x * 2^x = 0{,}1^{-2}; Б)0{,}3^x * 3^x = \sqrt[3]{0{,}81}; B)(\frac{1}{5})^x * 3^x = \sqrt{\frac{5}{3}}; Г)6^x * (\frac{5}{6})^x = \frac{1}{25}$$

**Ответ: А)2;** $Б)\frac{2}{3}$ $B)-\frac{1}{2}$ ; Г) -2.

5. Решите неравенства:

$A)3^x > 9$ $B)(\frac{1}{3})^x \leq 9$

$Б)3^x \leq \frac{1}{3}$ $Г)3^x < -27$

$A)(2;+\infty); Б)(-\infty;-1]; B)[-2;+\infty);$ Г) нет решений.

# Актуализация знаний

Показательное уравнение-это уравнение, содержащее неизвестное в показателе степени.

**Основные методы решения показательных уравнений**

$$a^x = b(a > 0, a \neq 1)$$

При b$\leq$ 0 уравнение не имеет решений.

При b>0 данное уравнение решается логарифмированием обеих частей по основанию а

$$\log_a a^x = \log_a b$$

$$x = \log_a b$$

# Решите уравнения:

$$4^{x+5} = -4$$

Данное уравнение решений не имеет, т.к. -4<0, а показательная функция принимает только положительные значения.

$$8^x = 3$$

$$\log_8 8^x = \log_8 3$$

$$x \log_8 8 = \log_8 3$$

$$x = \log_8 3$$

# Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей

т.е. преобразование данного уравнения к виду ;

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

а затем к виду

f(x)=g(x)

Решите уравнение

$$\frac{0{,}2^{x-0{,}5}}{\sqrt{5}} = 5 \cdot 0{,}04^{x-1}$$

Приведем все степени к одному основанию 0,2. Получим уравнение

$$\mathbf{0{,}2}^{\,x-0{,}5} \cdot (0{,}2)^{0{,}5} = (0{,}2)^{-1} \cdot \left((0{,}2)^2\right)^{x-1}$$

$$(0{,}2)^x = (0{,}2)^{2x-3}$$

**x=2x-3; x=3;**

**Ответ: x=3.**

**Решение показательных уравнений методом вынесения общего множителя за скобки.**

**Решите уравнение**

$$7^{x+2}+4\cdot 7^{x+1}=539$$

$$7^x\cdot 7^2+4\cdot 7^x\cdot 7=539$$

$$7^x\cdot(49+28)=539$$

$$7^x\cdot 77=539$$

$$7^x=539:77$$

$$7^x=7$$

$$x=1$$

**Ответ: x=1**

**Решение показательных уравнений способом подстановки**. С помощью удачной замены переменных некоторые показательные уравнения удается свести к алгебраическому виду, чаще всего к квадратному уравнению.

**Решите уравнение** $9^x - 5\cdot 3^x + 4 = 0$

**Решение.**

$(3^x)^2 - 5\cdot 3^x + 4 = 0$

Пусть $3^x = t$ **t>0**

Тогда $t^2 - 5t + 4 = 0$

$t_1 = 4$

$t_2 = 1$

$3^x = 4$

$x = \log_3 4$

$3^x = 1$

$x = 0$

Ответ: $x = \log_3 4$ $x = 0$

# Изучение нового материала

**Другие методы решения показательных уравнений**

- **Метод почленного деления.**
- **Способ группировки.**
- **Графический метод решения уравнений.**
- **Решение показательных уравнений методом подбора.**

## Метод почленного деления.

**Данный метод заключается в том, чтобы разделить каждый член уравнения, содержащий степени с одинаковыми показателями, но разными основаниями, на одну из степеней. Этот метод применяется для решения однородных показательных уравнений.**

**Решите уравнение**

$$3 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x = 0$$

**Решение**

$$3 \cdot 2^{2x} + 2 \cdot 5^{2x} - 7 \cdot 2^x \cdot 5^x = 0 \qquad (:5^{2x})$$

$$3 \cdot (\frac{2}{5})^{2x} + 2 - 7 \cdot (\frac{2}{5})^x = 0$$

Пусть $(\frac{2}{5})^x = y, где y > 0$

Тогда $3y^2 - 7y + 2 = 0$

$D = 49 - 24 = 25$

$y_1 = 2; y_2 = \frac{1}{3}$

**Далее имеем:** $(\frac{2}{5})^x = 2$ $\qquad (\frac{2}{5})^x = \frac{1}{3}$

$x = \log_{2/5} 2$ $\qquad x = \log_{2/5} \frac{1}{3} = \log_{2/5} 1 - \log_{2/5} 3 = -\log_{2/5} 3$

Ответ: $x = \log_{2/5} 2$; $x = -\log_{2/5} 3$

**<u>Способ группировки</u>.**

**Способ группировки заключается в том, чтобы собрать степени с разными основаниями в разных частях уравнения, а затем разделить обе части уравнения на одну из степеней.**

**Решить уравнение**

**3** $\cdot 2^{2x} + \frac{1}{2} \cdot 9^{x+1} - 6 \cdot 4^{x+1} = -\frac{1}{3} \cdot 9^{x+2}$

**Решение.**

Сгруппируем слагаемые следующим образом:

$$\frac{1}{2} \cdot 9^{x+1} + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - 3 \cdot 2^{2x}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 9^{x} \cdot 9 + \frac{1}{3} \cdot 9^{x} \cdot 9^{2} = 6 \cdot 4^{x} \cdot 4 - 3 \cdot 4^{x}$$

**4,5** $9^{x} + 27 \cdot 9^{x} = 24 \cdot 4^{x} - 3 \cdot 4^{x}$

$31{,}5 \cdot 9^{x} = 21 \cdot 4^{x}$ $(: 9^{x})$

$31{,}5 = 21 \cdot (\frac{4}{9})^{x}$ $(\frac{4}{9})^{x} = \frac{3}{2}$ $(\frac{2}{3})^{2x} = (\frac{2}{3})^{-1}$

**2x=-1 x=-0,5;** **Ответ: x=-0,5**

# Использование графического метода решения уравнений.

- Решить уравнение

$$3^{2x} = 10 - x$$

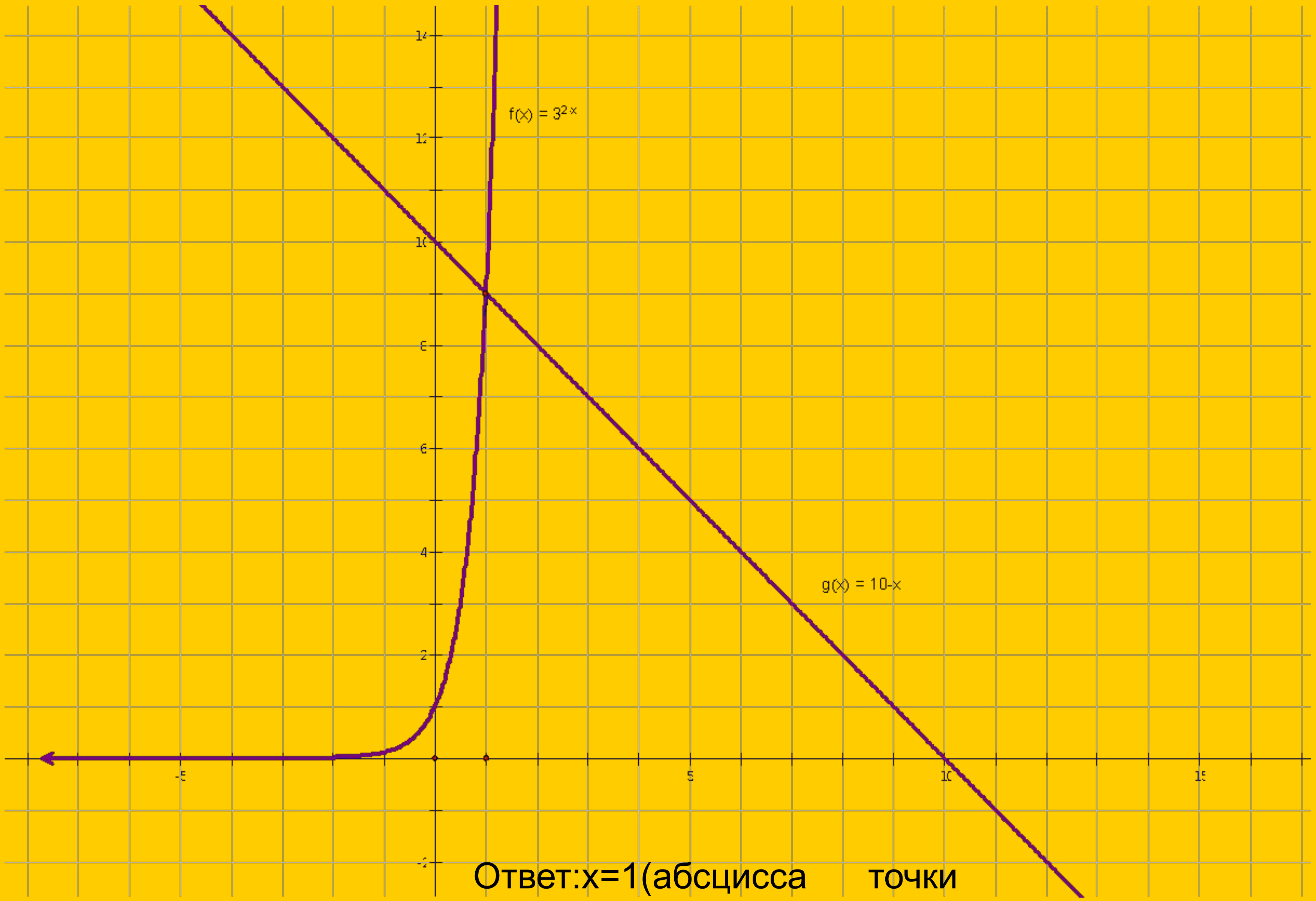
**Построим таблицы значений.**

$$Y = 3^{2x}$$

| x. | y |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 9 |
| -1 | 1/3 |

$$Y = 10 - x$$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 10 |
| 10 | 0 |




Ответ:x=1(абсцисса точки пересечения графиков)

**Решение показательных уравнений методом подбора.**

**При решении показательных уравнений этим методом вначале находят путем подбора корень исходного уравнения, а затем доказывают, что этот корень единственный, с использованием свойства монотонности показательной функции.**

**Решить уравнение:**

$$6^x + 8^x = 10^x$$

Решение:

Подбором находим, что x=2-корень исходного уравнения.

Покажем, что других корней нет. Разделив исходное уравнение на $10^x$

получаем равносильное уравнение: $\frac{6^x}{10^x} + \frac{8^x}{10^x} = \frac{10^x}{10^x}$ $\quad (\frac{3}{5})^x + (\frac{4}{5})^x = 1$

А) Покажем, что среди чисел x<2 корней нет. Если x<2, то $(\frac{4}{5})^x > (\frac{4}{5})^2 \Rightarrow$

$(\frac{3}{5})^x + (\frac{4}{5})^x > (\frac{3}{5})^2 + (\frac{4}{5})^2 = 1 \quad \Rightarrow$ **при x<2 корней нет.**

Б) Покажем, что среди чисел x>2 корней исходного

уравнения также нет.

**Если x >2, то** $(\frac{4}{5})^x < (\frac{4}{5})^2 \Rightarrow (\frac{3}{5})^x + (\frac{4}{5})^x < (\frac{3}{5})^2 + (\frac{4}{5})^2 = 1 \Rightarrow$

**при x>2 исходное уравнение корней не имеет.**

**Ответ: x=2.**

# Закрепление изученного материала.

- Каждой группе учащихся в конвертах даются задания.  Консультант раздает каждому ученику по одной задаче и через 10 минут решения собираются и сдаются учителю. Затем продолжается обсуждение  и решение в группе остальных уравнений.

# Задания группам.

## Решить уравнения.

1.Решить графическим способом $2^x - 2 = 1 - x$

2.Решить уравнение: $9 \cdot 16^x - 7 \cdot 12^x - 16 \cdot 9^x = 0$

3.Решить уравнение : $(3^{x^2} - 81) \cdot \sqrt{1 - x} = 0$

4. Решить уравнение: $(x + 3)^{x^2 - 3} = (x + 3)^{2x}$

# Проверка и обсуждение заданий.

- Готовые решения одного из трех заданий записываются на доске каждой группой. Выдвинутый группой ученик объясняет решение, основываясь на теории, выдвигает алгоритм действий.

# Итог урока.

1) Какими методами можно решать показательные уравнения?

2)Оценка знаний учащихся:

**Условные знаки для оценивания :**
**«+»– отлично изучил тему;**
**«+;-»– есть проблемы, но я их решил самостоятельно;**
**«^»– были проблемы, но я их решил с помощью группы;**
**«-»– проблемы не решены.**

# Домашнее задание.

- стр299, №163(б); №164(а);№165(а); №166(а;г);

**Алгебра и начала анализа.**
**Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений.**
**Под редакцией А.Н. Колмогорова.**

# Список литературы.


- 1.В.С.Крамор « Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа». Москва. ОНИКС. Мир и образование.2008г.416стр.
- 2.Новейший полный справочник школьника 5-11 классы. Математика. Авторы – составители А.М.Титаренко; А.М. Роганин. Под редакцией Т.И. Максимовой. ООО « Издательство «Эксмо»,2008.
- 3.Большая энциклопедия школьника. Математика. Якушева Г.М. и другие. М,: СЛОВО, Эксмо,2006. -640с.
- 4.Математика. Репетитор. ЕГЭ-2009. Авторы: В.В.Кочагин; М.Н. Кочагина. М.: Эксмо,2009. 272с.
- 5.Балаян Э.Н. Устные упражнения по математике для 5-11 классов: учебное пособие. Ростовн/Д: Феникс,2008
- 6. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. Под редакцией А.Н. Колмогорова. 13-е издание. Москва «Просвещение»,2003.

# Спасибо за урок!