

Муниципальное
общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа
п. Пяльма Пудожского района Республики Карелия

Учитель математики Венкович Алла
Сергеевна.

Урок-консультация по теме « Решение показательных уравнений».

Цели урока:

- а) образовательные:

- закрепить решение простейших показательных уравнений;
- показать дополнительные методы решения показательных уравнений;
- обобщить и систематизировать методы решения показательных уравнений;

- б) развивающие: продолжить работу по развитию умений работать с дополнительной литературой;

- в) воспитательные:

- организация совместных действий, ведущих к активизации учебного процесса;
- стимулирование учеников к самооценке образовательной деятельности;
- учащиеся работают над решением проблемы, поставленной учителем;



Ход урока

- Организационный момент.
- Устный счет.
- Актуализация знаний .
- Изучение нового материала.
- Закрепление изученного материала.
- Проверка и обсуждение заданий.
- Итог урока.
- Домашнее задание.

Устный счет.

1. Среди заданных функций укажите те, которые являются показательными:

$$A) y = 3^x; B) y = \frac{1}{2}x^2; B) y = x^{\frac{3}{2}}; Г) y = (\sqrt{3})^x$$

Ответ: А); Г).

2. Какие из заданных функций являются возрастающими и какие, убывающими?

$$A) y = 6^x; B) y = (0,1)^x; B) y = (\sqrt{3})^x; Г) y = \pi^x$$

Ответ: А); В); Г).

Устный счет.

3. Решите уравнения.

$$A) 3^x = 27; B) 4^x = 64; B) 5^x = 25; Г) 10^x = 10000$$

Ответ: А) 3; Б)3 ;В)2 ;Г)4.

4. Решите уравнения.

$$A) 5^x * 2^x = 0,1^{-2}; B) 0,3^x * 3^x = \sqrt[3]{0,81}; B) \left(\frac{1}{5}\right)^x * 3^x = \sqrt{\frac{5}{3}}; Г) 6^x * \left(\frac{5}{6}\right)^x = \frac{1}{25}$$

Ответ: А)2; Б) $\frac{2}{3}$ В) $-\frac{1}{2}$; Г) -2.

5. Решите неравенства:

$$A) 3^x > 9 \quad B) \left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 9$$

$$B) 3^x \leq \frac{1}{3} \quad Г) 3^x < -27$$

А)(2;+∞); Б)(-∞;-1]; В)[-2;+∞); Г) нет решений.

Актуализация знаний

Показательное уравнение-это уравнение, содержащее неизвестное в показателе степени.

**Основные методы
решения
показательных уравнений**

$$a^x = b (a > 0, a \neq 1)$$

При $b \leq 0$ уравнение не имеет решений.

При $b > 0$ данное уравнение решается логарифмированием обеих частей по основанию a

$$\log_a a^x = \log_a b$$

$$x = \log_a b$$

Решите уравнения:

$$4^{x+5} = -4$$

Данное уравнение решений не имеет, т.к. $-4 < 0$, а показательная функция принимает только положительные значения.

$$8^x = 3$$

$$\log_8 8^x = \log_8 3$$

$$x \log_8 8 = \log_8 3$$

$$x = \log_8 3$$

Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей

т.е. преобразование данного;
уравнения к виду

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

а затем к виду

$$f(x)=g(x)$$

Решите уравнение

$$\frac{0,2^{x-0,5}}{\sqrt{5}} = 5 \cdot 0,04^{x-1}$$

Приведем все степени к одному
основанию 0,2. Получим уравнение

$$0,2^{x-0,5} \cdot (0,2)^{0,5} = (0,2)^{-1} \cdot ((0,2)^2)^{x-1}$$
$$(0,2)^x = (0,2)^{2x-3}$$

$$x=2x-3; x=3;$$

Ответ: $x=3$.

**Решение показательных уравнений методом
вынесения общего множителя за скобки.**

Решите уравнение

$$7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x+1} = 539$$

$$7^x \cdot 7^2 + 4 \cdot 7^x \cdot 7 = 539$$

$$7^x \cdot (49 + 28) = 539$$

$$7^x \cdot 77 = 539$$

$$7^x = 539 : 77$$

$$7^x = 7$$

$$x = 1$$

Ответ: x=1

Решение показательных уравнений способом подстановки. С помощью удачной замены переменных некоторые показательные уравнения удастся свести к алгебраическому виду, чаще всего к квадратному уравнению.

Решите уравнение $9^x - 5 \cdot 3^x + 4 = 0$

Решение.

$$(3^x)^2 - 5 \cdot 3^x + 4 = 0$$

Пусть $3^x = t \quad t > 0$

Тогда $t^2 - 5t + 4 = 0$

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = 1$$

$$3^x = 4$$

$$x = \log_3 4$$

$$3^x = 1$$

$$x = 0$$

Ответ: $x = \log_3 4 \quad x = 0$

Изучение нового материала

Другие методы решения показательных уравнений

- **Метод почленного деления.**
- **Способ группировки.**
- **Графический метод решения уравнений.**
- **Решение показательных уравнений методом подбора.**

Метод почленного деления.

Данный метод заключается в том, чтобы разделить каждый член уравнения, содержащий степени с одинаковыми показателями, но разными основаниями, на одну из степеней. Этот метод применяется для решения однородных показательных уравнений.

Решите уравнение

$$3 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x = 0$$

Решение

$$3 \cdot 2^{2x} + 2 \cdot 5^{2x} - 7 \cdot 2^x \cdot 5^x = 0 \quad (:5^{2x})$$

$$3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} + 2 - 7 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x = 0 \quad \text{Пусть} \quad \left(\frac{2}{5}\right)^x = y, \text{ где } y > 0$$

$$\text{Тогда} \quad 3y^2 - 7y + 2 = 0 \quad D = 49 - 24 = 25$$

$$y_1 = 2; y_2 = \frac{1}{3}$$

Далее имеем: $\left(\frac{2}{5}\right)^x = 2$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{1}{3}$$

$$x = \log_{2/5} 2$$

$$x = \log_{2/5} \frac{1}{3} = \log_{2/5} 1 - \log_{2/5} 3 = -\log_{2/5} 3$$

Ответ: $x = \log_{2/5} 2$
 $x = -\log_{2/5} 3$

Способ группировки.

Способ группировки заключается в том, чтобы собрать степени с разными основаниями в разных частях уравнения, а затем разделить обе части уравнения на одну из степеней.

Решить уравнение

$$3 \cdot 2^{2x} + \frac{1}{2} \cdot 9^{x+1} - 6 \cdot 4^{x+1} = -\frac{1}{3} \cdot 9^{x+2}$$

Решение.

Сгруппируем слагаемые следующим образом:

$$\frac{1}{2} \cdot 9^{x+1} + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - 3 \cdot 2^{2x}$$
$$\frac{1}{2} \cdot 9^x \cdot 9 + \frac{1}{3} \cdot 9^x \cdot 9^2 = 6 \cdot 4^x \cdot 4 - 3 \cdot 4^x$$

$$4,5 \cdot 9^x + 27 \cdot 9^x = 24 \cdot 4^x - 3 \cdot 4^x$$

$$31,5 \cdot 9^x = 21 \cdot 4^x \quad (: 9^x)$$

$$31,5 = 21 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x \quad \left(\frac{4}{9}\right)^x = \frac{3}{2} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

$$2x = -1 \quad x = -0,5;$$

Ответ: $x = -0,5$

Использование графического метода решения уравнений.

- Решить уравнение

$$3^{2x} = 10 - x$$

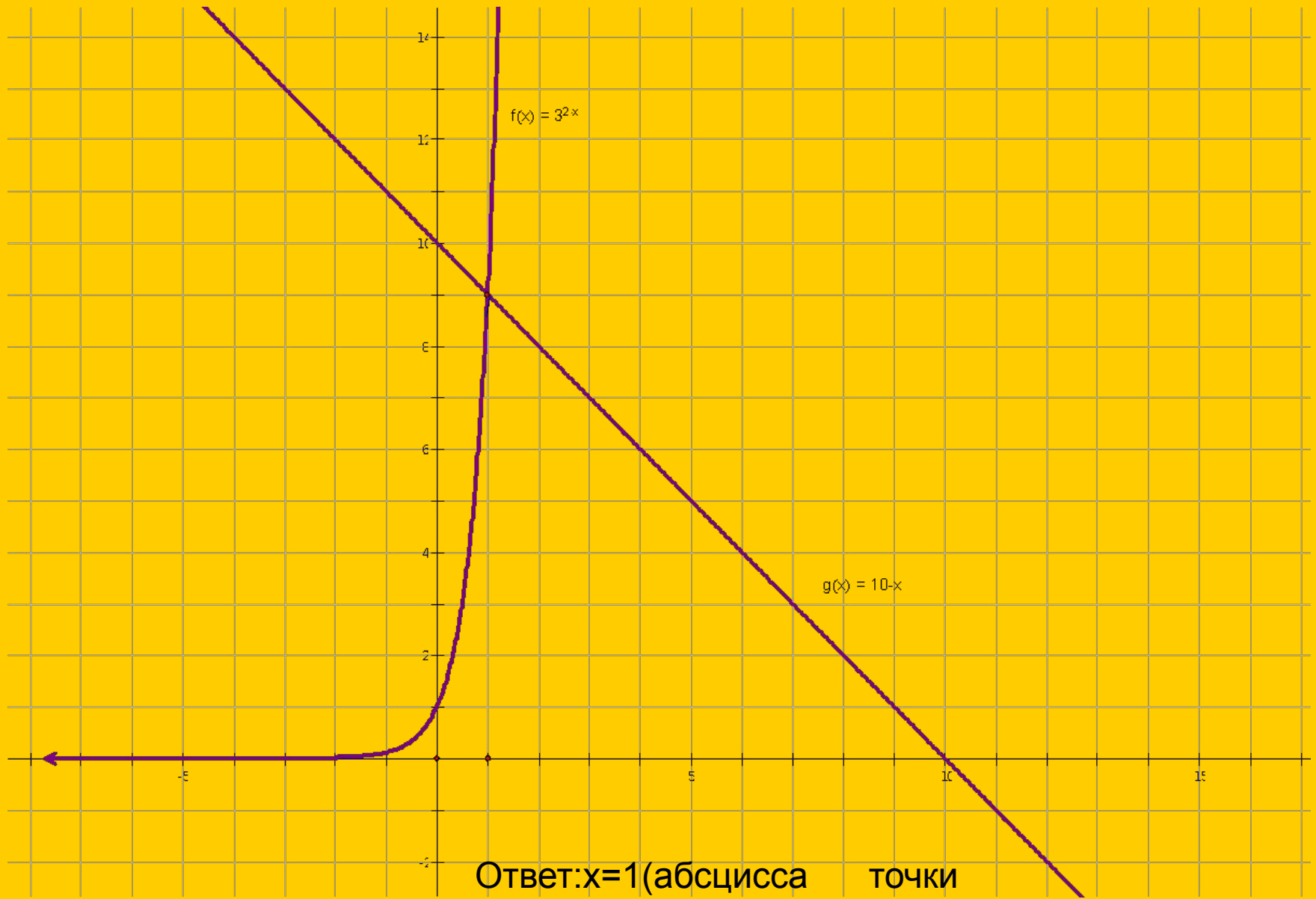
Построим таблицы значений.

$$Y = 3^{2x}$$

x.	y
0	1
1	9
-1	1/3

$$Y = 10 - x$$

x	y
0	10
10	0



Ответ: $x=1$ (абсцисса точки пересечения графиков)

Решение показательных уравнений методом подбора.

При решении показательных уравнений этим методом вначале находят путем подбора корень исходного уравнения, а затем доказывают, что этот корень единственный, с использованием свойства монотонности показательной функции.

Решить уравнение:

$$6^x + 8^x = 10^x$$

Решение:

Подбором находим, что $x=2$ -корень исходного уравнения.

Покажем, что других корней нет. Разделив исходное уравнение на 10^x получаем равносильное уравнение: $\frac{6^x}{10^x} + \frac{8^x}{10^x} = \frac{10^x}{10^x}$ $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$

А) Покажем, что среди чисел $x < 2$ корней нет. Если $x < 2$, то $\left(\frac{4}{5}\right)^x > \left(\frac{4}{5}\right)^2 \Rightarrow$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x > \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow \text{при } x < 2 \text{ корней нет.}$$

Б) Покажем, что среди чисел $x > 2$ корней исходного уравнения также нет.

$$\text{Если } x > 2, \text{ то } \left(\frac{4}{5}\right)^x < \left(\frac{4}{5}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x < \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow$$

при $x > 2$ исходное уравнение корней не имеет.

Ответ: $x=2$.

Закрепление изученного материала.

- Каждой группе учащихся в конвертах даются задания. Консультант раздает каждому ученику по одной задаче и через 10 минут решения собираются и сдаются учителю. Затем продолжается обсуждение и решение в группе остальных уравнений.

Задания группам.

Решить уравнения.

1. Решить графическим способом $2^x - 2 = 1 - x$

2. Решить уравнение: $9 \cdot 16^x - 7 \cdot 12^x - 16 \cdot 9^x = 0$

3. Решить уравнение: $(3^{x^2} - 81) \cdot \sqrt{1 - x} = 0$

4. Решить уравнение: $(x + 3)^{x^2 - 3} = (x + 3)^{2x}$

Проверка и обсуждение заданий.

- Готовые решения одного из трех заданий записываются на доске каждой группой. Выдвинутый группой ученик объясняет решение, основываясь на теории, выдвигает алгоритм действий.

Итог урока.

- 1) Какими методами можно решать показательные уравнения?
- 2) Оценка знаний учащихся:

Условные знаки для оценивания :

«+»– отлично изучил тему;

«+;-»– есть проблемы, но я их решил самостоятельно;

«^»– были проблемы, но я их решил с помощью группы;

«-»– проблемы не решены.

Домашнее задание.

- стр299, №163(б); №164(а);№165(а);
№166(а;г);

Алгебра и начала анализа.

Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений.

Под редакцией А.Н. Колмогорова.

Список литературы.

- 1. В.С. Крамор « Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа». Москва. ОНИКС. Мир и образование. 2008г. 416стр.
- 2. Новейший полный справочник школьника 5-11 классы. Математика. Авторы – составители А.М. Титаренко; А.М. Роганин. Под редакцией Т.И. Максимовой. ООО « Издательство «Эксмо», 2008.
- 3. Большая энциклопедия школьника. Математика. Якушева Г.М. и другие. М.,: СЛОВО, Эксмо, 2006. -640с.
- 4. Математика. Репетитор. ЕГЭ-2009. Авторы: В.В. Кочагин; М.Н. Кочагина. М.: Эксмо, 2009. 272с.
- 5. Балаян Э.Н. Устные упражнения по математике для 5-11 классов: учебное пособие. Ростовн/Д: Феникс, 2008
- 6. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. Под редакцией А.Н. Колмогорова. 13-е издание. Москва «Просвещение», 2003.

Спасибо за урок!